

## 目次

2	放射平衡モデル . . . . .	1
2.1	黒体放射 . . . . .	1
2.2	吸収と放射 . . . . .	2
2.3	灰色大気の放射平衡 . . . . .	4
2.4	放射の時定数 . . . . .	7
2.5	温室効果 . . . . .	8

## 2 放射平衡モデル

### 2.1 黒体放射

図 2.1 の 2 つの曲線は、5750K(ほぼ太陽の温度)と 245K(惑星表面または惑星大気の典型的な温度)の黒体から放射される電磁波の波長分布を示している。2 つの曲線はほとんど完全に分かれていることに注意しよう。図 2.1 では様々な地球大気の成分による吸収率も示されている。電子遷移帯が紫外線の領域に見られ、大気の微量成分による振動-回転帯、純回転帯が赤外線の領域に見られる。大気成分の主要な要素である窒素分子や酸素分子は構造が対称的なので電気双極子遷移がなく、それゆえそれによる赤外領域での強い吸収帯も存在しない。

§1.4 では大気は太陽からの放射と熱放射の両方について完全に透明であり、熱は暖められた地表面から垂直方向の対流によって輸送されると考えた。図 2.1 をよくみると太陽放射に対する大気の透過のもう少し複雑なモデルを考えることができる。そのモデルではいまままでと同様に地表面が暖められるが、赤外領域全体を通して吸収率は一定であり圧力と温度に独立であるとする。このような大気を灰色であるという。

大気中の吸収要素は複雑な吸収スペクトルをもつ分子である。吸収スペクトルは実際には図 2.1 で示されているものよりもっと複雑である。波長、圧力、温度に依存しない単純な吸収係数による近似は非常に粗いが、スペクトル線がたくさん重なっているので特に下層大気ではこれはそれほど悪くない。また、この近似によって私たちは大気の基本構造の特徴を知ることができる。より正確な方法では、特に上層大気の状態に対しては、スペクトル構造についてもっと詳細に考える必要がある。これは第 4 章でとりあげる。

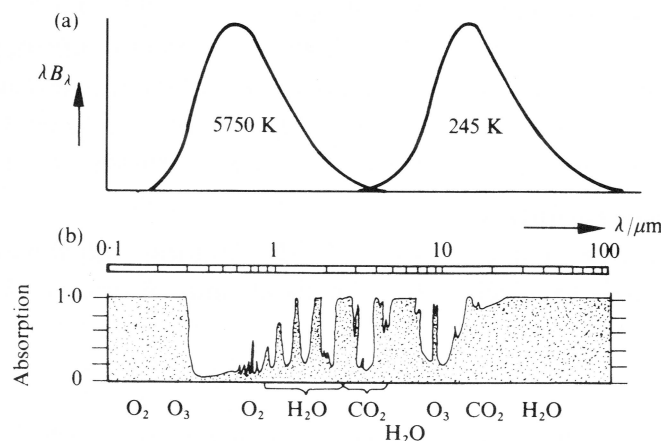


図 2.1: (a) 5750K(ほぼ太陽の温度)と 245K(ほぼ大気平均温度)の黒体から放射されるエネルギーの波長分布。面積が等しくなるように描かれている。(b) 垂直に立てた気柱に対する大気ガスによる吸収率。主要な要素の吸収帯の位置に分子式を示してある。

## 2.2 吸収と放射

まず初めに、いくつか基本的な放射輸送の方程式を導く必要がある。方程式は吸収と放射の過程のみによって導かれる。雲がない場合、私たちが考えている赤外波長では散乱は重要ではなく、しばらくの間はこれを無視する。雲がある場合の放射輸送は第6章で扱う。§6.4では散乱過程は同じ基本方程式に簡単に組み込まれることが示される。

水平方向に一樣な平行平板大気では  $z$  軸に沿った鉛直方向の放射の吸収を考える。吸収の法則 (しばしば Lambert の法則とか Bouguer の法則として知られる) により、放射強度  $I$  (単位: 単位面積、単位立体角あたりの仕事率) が厚さ  $dz$  の大気の板を通過するとき、放射の吸収量はその板の単位断面積あたりの質量  $\rho dz$  ( $\rho$  は板の密度) と入射する放射そのものに比例する。よって

$$dI = -Ik\rho dz \quad (2.1)$$

となる。ここで  $k$  は (質量) 吸収係数 (吸収断面積) である (単位:  $[\text{m}^2\text{kg}^{-1}]$ )。 (2.1) から

$$I = I_0 \exp\left(-\int k\rho dz\right) \quad (2.2)$$

が導かれる。  $\exp(-\int k\rho dz)$  は経路の部分透過率 (fractional transmission)  $\tau$  であり、  $-\int k\rho dz$  は光学的距離  $\chi$  として知られる (大気の上端から下に向かって測った場合これは光学的深さである)。

大気の板自身もその温度に依存した量の放射をしている。熱力学平衡を用いると Kirchhoff の法則<sup>1</sup>から単位面積あたりの放射量を  $k\rho dz B(T)$  と書くことができる。ここで  $B(T)$  は温度  $T$  の黒体の単位面積から出る単位立体角あたりの放射である。

Stefan-Boltzmann の法則から、  $B(T)$  の半球上の積分は  $T^4$  に比例する。

$$\int_{2\pi} B dS \cos\theta d\omega = \sigma T^4 dS$$

ここで  $B = \pi^{-1}\sigma T^4$  と与えた。また  $\sigma$  は Stefan-Boltzmann 定数で  $d\omega$  は黒体の表面積要素  $dS$  からみて角度  $\theta$  方向にある立体角要素である。

地球大気はもちろん正確に熱力学平衡にあるわけではない。しかし、下層大気の状態は局所熱力学平衡 (LTE) が成り立つことが知られていて、これは放射の方程式において黒体放射の平衡に対する十分によい近似である。後ほど LTE が適用できない高層大気を考えるとときにこの点についてまた戻ることになろう。

吸収と放射の両方を含んだ放射輸送の方程式はしばしば Schwarzschild の方程式として

<sup>1</sup>LTE が成立しているとき  $j = kB(T)$  が成り立つ。  $j$  は放射率。電磁波を吸収しやすい物質は放射もしやすい。

知られる。

$$dI = -Ik\rho dz + Bk\rho dz$$

or  $\frac{dI}{d\chi} = I - B$  (2.3)

(2.3)を導く際、垂直方向の放射のみ考えた。放射はもちろんあらゆる方向に広がるが平行平板大気の仮定の下では、問題は $F^\uparrow$ と $F^\downarrow$ の2つのフラックスを考えることで1次元に減る。これらはそれぞれ $\int I(\theta) \cos \theta d\omega$ を上向き、または下向きに積分したものである。 $I(\theta)$ は鉛直方向から見て角度 $\theta$ 方向への放射強度で、 $d\omega$ は立体角要素である(図2.2)。もし $dz$ を平均の厚さ $\frac{5}{3} dz$ で<sup>2</sup>置き換え、 $B$ を $\pi B$ と置き換えれば $I$ を $F$ で置き換えることができる。

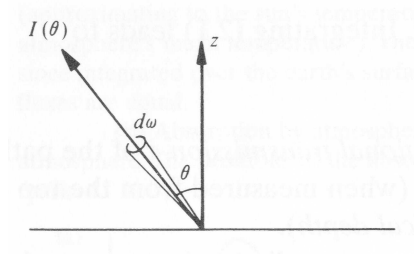


図 2.2:

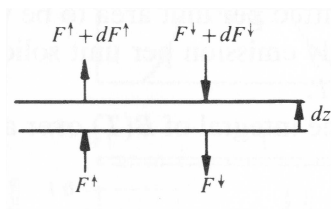


図 2.3:

<sup>2</sup>上向きの放射と下向きの放射がそれぞれ向きに依らないとした場合 $\frac{3}{2}$ となる。球関数を用いると $\frac{5}{3}$ となる。

### 2.3 灰色大気の放射平衡

灰色大気における放射輸送の理論的下地として、私たちは大気中に平衡状態を考える。赤外放射の輸送はエネルギーの輸送メカニズムだけを考え、下端は温度  $T_g$  に加熱された地面を考える。

これらの仮定の下で、(図 2.2) に示すように上向きと下向きの放射フラックスの発散のために平行平板大気の板に生じる正味の温度変化率  $\frac{dT}{dt}$  は

$$\frac{d}{dz} (F^\downarrow - F^\uparrow) = \rho c_p \frac{dT}{dt} \quad (2.4)$$

平衡のとき  $\frac{dT}{dt} = 0$  となり、(2.4) を積分すると正味のフラックス

$$F^\uparrow - F^\downarrow = \phi (\text{定数}) \quad (2.5)$$

得る。更に (2.3) より輸送の方程式は

$$\begin{aligned} \frac{dF^\uparrow}{d\chi^*} &= F^\uparrow - \pi B \\ -\frac{dF^\downarrow}{d\chi^*} &= F^\downarrow - \pi B \end{aligned} \quad (2.6)$$

となる。ここで大気の上端から測った光学的深さ  $\chi^*$  について \* は半球の放射に適用していることを表している。(  $\chi$  の表現において  $\frac{5}{3}$  の因子を  $dz$  に含めてしまったのと同様)。

$$\psi = F^\uparrow + F^\downarrow \quad (2.7)$$

とおくと式 (2.6) は

$$\frac{d\psi}{d\chi^*} = \phi \quad (2.8)$$

$$\frac{d\phi}{d\chi^*} = \psi - 2\pi B \quad (2.9)$$

とかける。  $\phi = \text{constant}$  ((2.5) より) であるから  $\frac{d\phi}{d\chi^*} = 0$ 。よって

$$\psi = 2\pi B \quad (2.10)$$

であり、これを (2.8) に代入し、積分すると

$$B = \frac{\phi}{2\pi} \chi^* + \text{constant} \quad (2.11)$$

を得る。大気の上端 ( $\chi^* = 0$ ) での境界条件は  $F^\downarrow = 0$  なのでそこでは  $\psi = \phi$  であり (2.10) より (2.11) の constant は  $\frac{\phi}{2\pi}$  となる。よって

$$B = \frac{\phi}{2\pi} (\chi^* + 1) \quad (2.12)$$

となる。

大気の下 (  $\chi^* = \chi_0^*$  ) で  $F^\uparrow = \pi B_g$  となる。ここで  $B_g$  は地面の温度での黒体関数である。下層の境界では温度が不連続であることが容易に示せる。地面のすぐ上の大気の黒体関数を  $B_0$  とおくと (2.5)、(2.7) より

$$B_g = \frac{\phi}{2\pi}(\chi_0^* + 2)$$

(2.12) より

$$B_0 = \frac{\phi}{2\pi}(\chi_0^* + 1)$$

よって

$$B_g - B_0 = \frac{\phi}{2\pi} \quad (2.13)$$

となる<sup>3</sup>。

このような大気の黒体関数  $B$  は  $\chi^*$  に対して図 2.4 のようにプロットされる。同様に図 2.5 は温度と高度に関するグラフである。大気の下層部分では断熱温度減率の傾きが非常に急になっていて、表面では温度が不連続になっていることに注意しよう。§1.4 で示したように、このような傾きの急な温度減率を持つ大気は垂直方向の運動に関して非常に不安定であり、平均的な断熱減率によって起こる対流によってすぐに壊されてしまう。

図 2.5 によると地表面近くからの空気は傾き  $-6\text{Kkm}^{-1}$  (平均的な断熱減率については §1.4 や §3.2 をみよ。) で描かれた曲線に沿って上ってくる。そして高度約 10km で放射平衡曲線は切られる。

この単純なモデルでは実は実際の大気で起こるある関係を示す。対流圏界面は中緯度では高度  $\sim 10\text{km}$  に位置し、それより下の領域を分けている (対流圏、turning-sphere)。そこでは対流が垂直方向の熱輸送メカニズムにおいて支配的である。成層圏からは大気はより安定して層をなしており放射による熱輸送が支配的である。

<sup>3</sup>一層の大気を考え、吸収率を  $\epsilon$ 、大気の温度を  $T$ 、地表面温度を  $T_g$  とおくと

$$\epsilon\sigma T_g^4 - 2\epsilon\sigma T^4 = 0$$

より

$$T = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} T_g$$

となり温度が不連続となっているのがわかる。

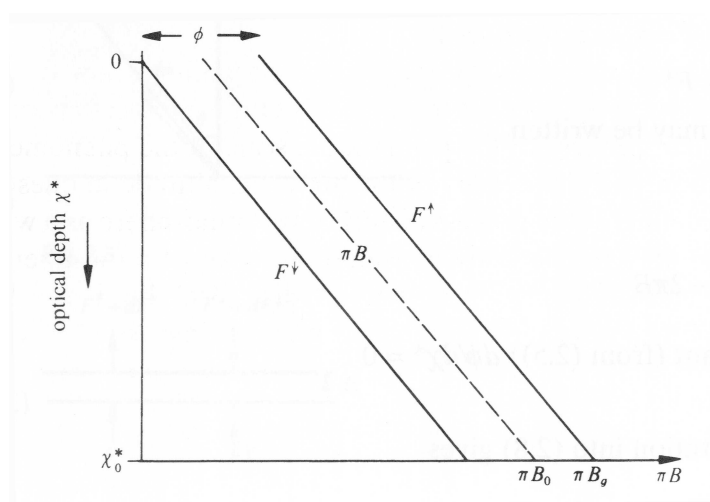


図 2.4: 放射平衡にある大気の光学的深さに対する上向きの放射フラックス  $F^\uparrow$  と下向きの放射フラックス  $F^\downarrow$  と黒体関数。大気が放射平衡状態にあるためには地面は大気下端より  $\phi$  だけ多く放射してはならない。

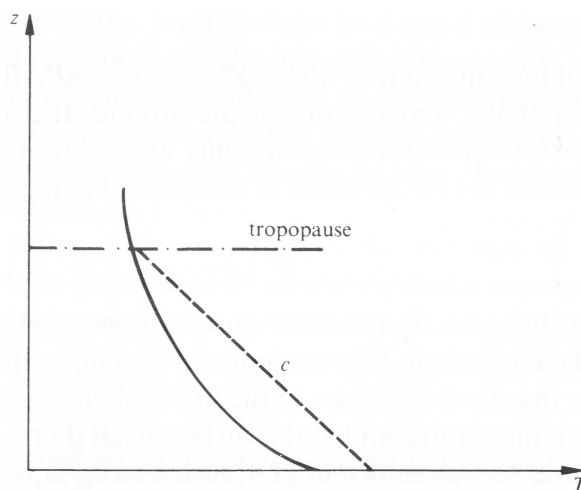


図 2.5: 高度  $z$  に対する放射平衡温度。直線  $c$  はある地表面温度から傾き  $-6\text{Kkm}^{-1}$  で描かれている。この単純なモデルからほぼ放射平衡が成り立っている成層圏より下の、対流に支配されている対流圏を導くことができる。

## 2.4 放射の時定数

放射過程では変化がどれだけの早さで起こるかを知る事が重要である。一般の大気の物理過程において時定数<sup>4</sup>は、現象そのものだけでなくその現象のスケールと、問題にしている高度での大気密度にも依存している。今、大気全体について厚さ  $h$ 、密度  $\rho$  一定、温度  $T = 270[\text{K}]$  の黒体放射をしている平行平板大気を考えるとす。上下の層と放射平衡状態にあるとして気温が  $\Delta T$  だけずれたときを考える。その温度変化は次のように与えられる。

$$c_p \rho h \frac{d\Delta T}{dt} = -8\sigma T^3 \Delta T \quad (2.14)$$

(2.14) 式\* から得られる時定数\*\* は、 $c_p \rho h / 8\sigma T^3$  である。ここで密度  $\rho$  を高度 50[kPa] における値、厚さ  $h$  をスケールハイト  $H(\sim 8[\text{km}])$  とすると、この時定数の大きさはおよそ 6 日となる。つまり一般的な大気下層での放射過程はゆっくりと行われており、短期的な大気現象の時間発展においてはしばしば無視されるかもしれない。しかしながら長期的なものについては、熱源と冷却源の分布を決定する過程の重要な要因のひとつであるので無視できないのである。

<sup>4</sup>ある状態から別の平衡状態になるのに要する時間



## 2.5 温室効果

(2.12) 式と (2.13) 式を組み合わせると、放射平衡時の地表面温度の黒体関数は次のようになる。

$$B_g = \frac{\phi}{2\pi}(\chi_0^* + 2) \quad (2.15)$$

ここで  $\chi_0^*$  は大気の下端での光学的深さである。もし  $\chi_0^* = 0$  とすると  $B_g = \phi/\pi$  となり、大気がない状態では地表面温度は入射と射出が平衡状態であるので、この場合どちらも  $\phi$  となる。一方  $\chi_0^*$  が大きい場合には、黒体関数  $B_g$  によって表される地表面温度は大幅に上昇するだろう。これが 1.2 章で述べた *greenhouse effect* (温室効果) である。この詳細は 14 章でとりあげる。

実際には大気的光学的深さは水蒸気のような気体の濃度によって決まり、またこれらの気体の濃度が地表面温度の上昇とともに急速に増加することがありうる。その場合、正のフィードバック機構<sup>5</sup>が存在することになり、これは特に金星大気に関しては重要になるかもしれない。(Rasool & DeBergh, 1970; Ingersoll, 1969)。これは *runaway greenhouse effect* (暴走温室効果) と呼ばれており、図 2.6 では 3 つの惑星について示されている。ここでは惑星内部からの連続的な脱ガスによってこれらの惑星大気が形成され始めたとして考え、図 2.6 の左端の値は放射平衡温度である ((1.1) 式で  $A \simeq 0$  とした)。

温室効果気体である水蒸気が大気中に増えるにつれ温室効果が強まり、それにより地表面温度は上昇する。その結果、大気圏は水蒸気で飽和するかもしれないかもしくは存在する全ての水が蒸発するまで地表面での蒸発が加速され続ける。

大気圏を覆うほど厚い雲が形成されない火星を除いて、金星と地球では水蒸気の凝結により雲が形成されることで温室効果は強まる。地球の場合は水が液体の状態での平衡となるが、一方金星の場合は地表面気圧下では地表面温度は常に水の沸点以上であるため金星表面には液体の水が存在しないのである。

しかし初期の金星大気には地球と同程度の液体の水が存在していたとすると水蒸気が主成分であったと考えられる。大気上部では太陽紫外線による水蒸気の光解離<sup>6</sup>を防ぐような気体が存在していなかっただろう。つまり、最終的に水素は宇宙空間へ散逸し (5.3 章)、大気中に集積することになった酸素は地表面でのさまざまな酸化に使い果たされたのだろう。これにより海に多量の水を蓄えている地球と比べて今日の金星には水が少量しか存在しないということが説明できる。また金星の場合、多量の二酸化炭素は地球のように溶け込める海が存在しないため、岩石の中に炭酸塩として残るよりもむしろ大気中に気体の状態で大量に残っていることも、このような大気の歴史とも一致する。

<sup>5</sup>気候の温暖化がある程度進むと、それ自身が引き金となってさらに極端な温暖化が進むこと。ここでは、脱ガスが続くことで「温室効果気体 (水蒸気) の増加 光学的深さの増加 地表面温度の上昇」が繰り返される。

<sup>6</sup> $H_2O + 2h\nu(0.1 \sim 0.2\mu m) \rightarrow 2H + O$

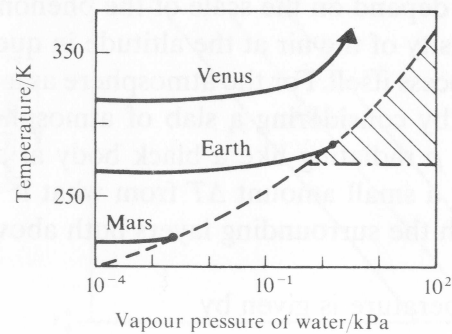
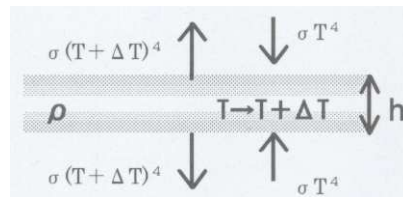


図 2.6: 地球型惑星の温室効果。大気中の水蒸気圧に対する地表面温度がプロットされている。破線は水の相変化を示しており、斜線部は液体の水が平衡状態にあることを表している。火星と地球は、温室効果は水蒸気が固体か液体で飽和すると止まる。金星は暴走温室効果になる。(Rasool & De Bergh, 1970, and Goody & Walker, 1972)

\*(2.14) 式、\*\* 時定数の導出

ここでは温度が変化した場合、放射過程では平衡状態に戻るのにどれだけの時間がかかるかを考えていく。



上下の層と温度  $T$  で平衡していた平衡平板大気の温度が  $\Delta T$  だけ変化したとすると、この平板大気の熱収支は、

$$\begin{aligned} c_p \rho h \frac{d\Delta T}{dt} &= 2\sigma T^4 - 2\sigma(T + \Delta T)^4 \\ &= 2\sigma T^4 - (T + \Delta T)^4 \\ &= -8\sigma T^3 \Delta T \end{aligned}$$

これより温度変化は、

$$\begin{aligned} c_p \rho h \frac{d\Delta T}{dt} &= -8\sigma T^3 \Delta T \\ \frac{d\Delta T}{\Delta T} &= -\frac{8\sigma T^3}{c_p \rho h} dt \end{aligned}$$

両辺積分すると ( $t = 0$   $\Delta T_0, t = t$   $\Delta T$ )

$$\begin{aligned}\int_{\Delta T_0}^{\Delta T} \frac{d\Delta T}{\Delta T} &= \int_0^t \left( -\frac{8\sigma T^3}{c_p \rho h} \right) dt \\ [\ln \Delta T]_{\Delta T_0}^{\Delta T} &= \left[ -\frac{8\sigma T^3}{c_p \rho h} \right]_0^t \\ \ln \left( \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \right) &= -\frac{8\sigma T^3}{c_p \rho h} t \\ \Delta T &= \Delta T_0 \exp \left( -\frac{8\sigma T^3}{c_p \rho h} t \right)\end{aligned}$$

よって、 $\Delta T$  上昇した場合の気層温度は指数関数的に減少していくことがわかる。平衡状態に戻るのに要する時間 (初期温度  $\Delta T_0$  が  $1/e$  だけ減衰する時間) は、

$$t = \frac{c_p \rho h}{8\sigma T^3}$$

である。