

簡略化した氷晶雲の 微物理パラメタリゼーション

小高正嗣

2007 年 9 月 7 日

1 はじめに

前回のセミナーにおいて, 村上 (1999) を基にバルク法による雲微物理パラメタリゼーションのまとめを行った. 今回は, それを基に凝結物質として雲水と雨水のカテゴリを含まない, 簡略化した「冷たい雨」のパラメタリゼーションの定式化を行う. このようなパラメタリゼーションは, 固相の凝結物しか含まない火星の CO_2 雲や木星の 3 成分の雲の生成などの惑星大気の雲微物理過程に利用できると考えられる.

以下では定式化を簡単にするため, 村上 (1999) 等では考慮されている雪のカテゴリは考慮しないことにする.

2 凝結物質のカテゴリ分け

まず前回の復習をかねて, 基本事項の確認を行う.

バルク法による雲微物理パラメタリゼーションでは, 凝結物質を大気の運動に対してその重力落下が無視できる「雲粒子」と無視できない「降下粒子」に分け, その質量混合比と数密度の時間発展を計算する.

固相の「雲粒子」の「降下粒子」はそれぞれ雲氷と霰と呼ぶ. それぞれのカテゴリ分けの基準は以下のようにになっている (村上 1999, 5.2 節参照).

水蒸気 気相の凝結成分

雲氷 直径 $100 \mu\text{m}$ 以下の氷粒子

霰 直径 $100 \mu\text{m}$ 以上, 落下速度 $1 \sim 4 \text{ m/sec}$ の氷粒子

また, 粒子直径に関するパラメタとして凝集または拡散成長した雲氷を雪とみなす最小半径 r_{g0} がある.

なお, ここでは落下粒子を「霰」としているが, 「雪」と考えてもよい. その場合混合比と数濃度の予報方程式の右辺に現れる項に若干違いが出て来る.

3 簡略化した氷晶の雲微物理パラメタリゼーション

3.1 各カテゴリ粒子のサイズ分布

各カテゴリに属する粒子のサイズ分布は以下のように仮定する (村上 1999, 表 5.1 参照).

雲氷 サイズ分布関数 $n_i(D_i)$ は単分散分布

$$n_i(D_i) = N_i \delta(D_i - \overline{D_i}) \quad (1)$$

で与える. ただし, 雲氷の数密度 N_i は予報変数とする. 平均直径 $\overline{D_i}$ は雲氷の混合比と数密度を用いて

$$\overline{D_i} = \left(\frac{6\bar{\rho}q_i}{\pi N_i \rho_i} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

と与えられる.

霰 サイズ分布関数 $n_g(D_g)$ は

$$n_g(D_g) = N_{g0} \exp(-\lambda_g D_g) \quad (3)$$

と与える. ただし, 数密度 $N_g = \int_0^\infty n_g(D_g) dD_g$ は予報変数とする.

3.2 降下粒子の落下速度

降下粒子の落下速度は

$$U_x(D_x) = \alpha_{ux} D_x^{\beta_{ux}} \left(\frac{\rho_x}{\rho} \right)^{\gamma_{ux}} \quad (4)$$

と与える (村上 1999, 5.3.1.2 節, 表 5.1 参照). ただし, 雲氷の落下は雲氷間の衝突による成長を計算する場合にのみ考慮し, 霰との衝突を考える場合には無視する (村上 1999, 5.3.2.2 節 (3) 参照).

3.3 各カテゴリの混合比と数密度の予報方程式

各カテゴリの混合比と数密度の予報方程式は, 以下のように表される (村上 1999, 5.3.2.1 節参照). ただし, ここでは簡単のため移流項と乱流拡散項を省略した形で表す.

水蒸気, 雲氷, 霰だけを考慮するので, 混合比の予報方程式は 3 本になる

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -NUA_{vi} - VD_{vi} - VD_{vg}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} = NUA_{vi} + VD_{vi} - CL_{ig} - CN_{ig}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial q_g}{\partial t} = VD_{vg} + CL_{ig} + CN_{ig} + PR_g. \quad (7)$$

数濃度の予報方程式は以下の 2 本である.

$$\frac{\partial N_i/\bar{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{m_{i0}}NUA_{vi} - \frac{N_i}{\bar{\rho}q_i}(-VD_{vi} + CL_{ig}) - AG_{Ni} - \frac{1}{m_{g0}}CN_{ig}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial N_g/\bar{\rho}}{\partial t} = +\frac{N_g}{\bar{\rho}q_g}VD_{vg} + CN_{igN} + PR_{gN}(-AG_{Ng}). \quad (9)$$

混合比の予報方程式の右辺において, もともと定式化がきちんとなされていなかった SP_{gi} (二次氷晶成長の項) は考慮しない. また, 「霰」どうしの凝集による数濃度変化を考慮するのであれば, その数濃度の予報式方程式の右辺に $-AG_{Ng}$ を考慮する. これは「落下粒子」のカテゴリを「雪」として扱ったことになる.

第 3.4.1 節で示されるように, NUA_{vi} の定式化は地球大気および地球大気を想定した実験に基づいている. それゆえ, 問題によっては NUA_{vi} は考慮しない方が望ましい. その場合, 予報方程式は以下になる.

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -VD_{vi} - VD_{vg}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} = VD_{vi} - CL_{ig} - CN_{ig}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial q_g}{\partial t} = VD_{vg} + CL_{ig} + CN_{ig} + PR_g, \quad (12)$$

$$\frac{\partial N_i/\bar{\rho}}{\partial t} = -\frac{N_i}{\bar{\rho}q_i}(-VD_{vi} + CL_{ig}) - AG_{Ni} - \frac{1}{m_{g0}}CN_{ig}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial N_g/\bar{\rho}}{\partial t} = +\frac{N_g}{\bar{\rho}q_g}VD_{vg} + CN_{igN} + PR_{gN}(-AG_{Ng}). \quad (14)$$

NUA_{vi} を無視したことは、凝結核となるエアロゾル粒子の表面に一斉に凍結が生じることを仮定したことになる。凍結を起こしたエアロゾル粒子と未凍結のエアロゾル粒子が共存し、特定の粒子が成長して雲粒となるような状態は表現されない。

3.4 雲微物理素過程

雲水、雲氷、雪を考慮しないため、それらの生成消滅に関する過程は考えない。

3.4.1 核形成

昇華によって水蒸気から雲氷を形成する 不均質昇華核形成 (NUA) だけを考慮する。昇華核形成による雲氷数密度の増加率は NUA_{viN} は、観測などに基づく経験式で与えられる (村上 1999, 式 (5.26)).

$$NUA_{viN} = 15.25 \exp [5.17 + 15.25(S_I - 1)] \frac{\partial(S_I - 1)}{\partial z} w. \quad (15)$$

この定式化は、昇華核数濃度の温度依存性を

$$N_I = N_{I0} \exp [\beta_2(T - T_0)] \quad (16)$$

と表す Fletcher (1962) の実験式に基づいている。ここで T_0 は凝結温度である。

惑星大気における核形成がこのような経験式で与えられるかどうかはわからない。また、そうであったとしてもパラメータの値は地球の雲氷とは異なると予想される。

3.4.2 拡散による凝結/蒸発

雲氷、霰の凝結/蒸発 (VD_{vi}, VD_{vg}) は、以下のように与える (村上 1999, 式 (5.51), (5.56)).

$$VD_{vi} = \frac{2\pi\bar{D}_iN_i}{\bar{\rho}}(S - 1)G(T, P)f, \quad (17)$$

$$VD_{vg} = \frac{2\pi N_{g0}}{\bar{\rho}}(S - 1)G(T, P)VENT_g. \quad (18)$$

ここで

$$G_x(T, P) = \left[\frac{L_i^2}{\kappa R_W T^2} + \frac{1}{\bar{\rho} q_{vs}(T) D_x} \right]^{-1}, \quad (19)$$

$$f = (0.78 + 0.31 S_c^{\frac{1}{3}} Re^{\frac{1}{2}}), \quad (20)$$

$$VENT_g = 0.78 \lambda_g^{-2} + 0.31 S_c^{\frac{1}{3}} \nu_0^{-\frac{1}{2}} \alpha_{ug}^{\frac{1}{2}} \Gamma \left(\frac{5 + \beta_{ug}}{2} \right) \lambda^{-\frac{5 + \beta_{ug}}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (21)$$

である.

3.4.3 衝突捕捉

粒子どうしの衝突により, 混合比および数密度を変化させる過程. 粒子の落下速度は質量の重みをつけた平均落下速度で見積もる. 粒径が大きい粒子と小さい粒子が衝突した場合, 小さい粒子の落下速度は無視する (村上 1999, 5.3.2.2 節 (3) 参照). カテゴリ x に属する粒子がカテゴリ y に属する粒子に衝突併合されることで, x の混合比が減少する割合 (y の混合比が増加する割合) は, 基本的には以下の式に基づいて考える.

$$CL_{xy} = \frac{1}{\bar{\rho}} \int_0^\infty \int_0^\infty \sigma E_{xy} |U_x - U_y| m_x n_x n_y dD_x dD_y$$

ここで, σ は衝突断面積, m_x は直径 D_x を持つカテゴリ x の粒子の質量, E_{xy} は捕捉率である.

異なるカテゴリ間の粒子の捕捉成長 (CL_{ig}) 幾何学的な衝突断面積は降水粒子の直径で見積もる. また, 平均捕捉率 $\bar{E}_{xy}$ は適当にパラメタ化して与える. 村上 (1999) では, ストーク数 Stk の関数として

$$\bar{E}_{xy} = \frac{Stk^2}{(Stk + 0.5)^2} \quad (22)$$

と与えている. 上記の関数形は, 粒子の運動が流れ場に追従している ($Stk \ll 1$) とき $\bar{E}_{xy} \rightarrow 0$, 粒子の運動が流れ場と独立な場合 ($Stk \gg 1$) のとき $\bar{E}_{xy} \rightarrow 1$ となるよう工夫されている.

雲氷どうしの凝集による数密度変化 (AG_{Ni}) 同じカテゴリ間の衝突を扱うため, 相対速度は落下速度に速度分散を掛けた値で評価する¹. 捕捉率 $\bar{E}_{ii}$ は一

¹非常に混合が活発に起こっている場では, 相対速度を落下速度に速度分散を掛けたものではなく, 乱流速度などで評価した方がよいであろう.

定とする.

$$AG_{Ni} = -\frac{c_1}{2}N_i, \quad (23)$$

$$c_1 = \frac{q_i \bar{\rho} \alpha_{ui} E_{ii} X}{\rho_i} \left(\frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (24)$$

3.4.4 新しいカテゴリへの変換

ここでは、雲氷どうしの凝集および雲氷の拡散成長による雲氷から霰への変換 (CN_{ig}) だけを考える. 混合比と数密度の変化率はいずれも

$$CN_{ig} \propto \frac{q_i}{\Delta t_{ig}}, \quad (25)$$

$$CN_{igN} \propto \frac{N_i}{\Delta t_{ig}} \quad (26)$$

のように表されると仮定し、定式化を行う. 時定数は拡散成長および凝集のそれぞれの場合に対して以下のように与える.

$$\Delta t_{ig,D} = \frac{r_{g0}^2 - \bar{r}_i^2}{2a_i} \rho_i, \quad (27)$$

$$\Delta t_{ig,A} = \frac{2}{c_1} \ln \left(\frac{\bar{r}_i}{r_{g0}} \right)^3. \quad (28)$$

ここで,

$$a_1 = (S_I - 1) \left[\frac{L_i^2}{\kappa R_W T^2} + \frac{1}{\bar{\rho} q_{vs}(T) D_I} \right]^{-1}, \quad (29)$$

である.

3.4.5 沈降

粒子の重力落下による混合比と数濃度の変化. 落下速度はそれぞれ質量の重みおよび数濃度の重みをつけた平均落下速度を用いる (村上 1999, 5.3.2.2 節 (7) 参照).