

GPSネットワークを用いた  
大規模伝播性電離圏擾乱の研究  
A study of traveling ionospheric  
disturbances using GPS network

南部 慎吾

NANBU Shingo

北海道大学理学部 地球科学科

2007/01/26

## 要旨

地球の高度約 80 km から約 700 km までは電離圏と呼ばれ電子とイオンからなるプラズマが存在する。電離圏の電子密度分布は層構造をなし、中緯度域では主に太陽放射と中性大気の密度によって決定されるが、中性大気風や磁気嵐によって電子密度分布は変化することが知られている。

水平方向に 1000 km 以上の規模を持つ電子密度分布の擾乱が伝播する現象を、大規模伝播性電離圏擾乱 (Large-Scale Traveling Ionospheric Disturbances : LSTIDs) という。この現象の原因はオーロラ電流のジュール加熱などにより発生する大気重力波だと考えられている [Hines (1960)]。レーダーや GPS による LSTIDs の観測が行われているが、未だに発生機構、伝播機構は解明されていない。

本論文では LSTIDs の発生機構を解明すべく、この現象の出現の特徴を、GPS Earth Observation Network(GEONET) を用いて作られた電離圏の全電子数擾乱の水平分布図を用いて調べた。解析機関は 2003 年 8 月 10 日から 11 月 30 日であり、その期間に日本の上空に出現した 42 例の LSTIDs が観測された。

42 例の内 35 例でその水平伝播速度及び伝播方向を求めた。平均速度は磁気嵐発生時が 602 m/s、静穏時が 404 m/s、全体で 488 m/s であった。また LSTIDs が発生した時刻での地磁気の様子を Dst index 及び、AE index を用いて調べた。その結果磁気嵐が発生した期間に 19 例出現し、これまで考えられていた磁気擾乱時に発生するという特徴が確かめられた。AE index の変動時刻及び観測された伝播速度、方角から LSTIDs の発生地点を推定したところ極域に集中していた。この結果は、オーロラ電流の発達によって LSTIDs が発生するという生成機構を示唆するものである。

## 目次

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1-1	電離圏	1
1-1-1	太陽放射による電離	2
1-1-2	粒子の降り込みによる電離	5
1-1-3	再結合と吸着	6
1-2	熱圏	7
1-3	LSTIDs の観測手法	8
<b>2</b>	<b>大規模伝播性電離圏擾乱</b>	<b>10</b>
2-1	大規模伝播性電離圏擾乱の特徴	10
2-2	LSTIDs の発生機構	11
2-3	大気重力波	12
2-3-1	方程式系	12
2-3-2	分散関係	14
2-3-3	鉛直伝播性	18
2-3-4	波の構造	19
<b>3</b>	<b>全電子数の解析システム</b>	<b>21</b>
3-1	GEONET	21
3-2	TEC の推定	22
3-2-1	電磁波の式の導出	22
3-2-2	伝播速度の導出	23
3-2-3	TEC の導出	24
<b>4</b>	<b>大規模伝播性電離圏擾乱の解析結果・考察</b>	<b>26</b>
4-1	解析方法	26
4-2	解析結果	26
4-2-1	発生頻度と特徴	26
4-2-2	Dst index との関係	29
4-2-3	AE index との関係	29
<b>5</b>	<b>まとめ</b>	<b>40</b>
	謝辞	41
	参考文献	42

# 1 序論

電離圏の電子密度分布の擾乱は、通信に用いていた電波が散乱されたり消失する現象として古くから知られている。電離圏は層構造をなし、擾乱はそれぞれの層で異なる生成機構により発生する。電離圏の上層で見られる電子密度分布の擾乱が伝播する現象があり、大規模伝播性電離圏擾乱 (Large-Scale Traveling Ionospheric Disturbances : 以下 LSTIDs と記す) と呼ばれる。

LSTIDs は大気重力波によって発生すると考えられており、[Hines(1960)]によって基礎的な研究がなされた。原因となる大気重力波は磁気圏から電離圏へのエネルギーの流入によって発生すると考えられている。これまで単独のレーダーや、複数のレーダーを用いたネットワーク等により観測が行われてきた。近年では GPS を用いた地球規模の観測も行われている。しかし LSTIDs の発生、伝播の基礎的な機構はいまだ説明されていない。

日本の国土地理院が持つ GPS 受信機ネットワーク (GEONET) を用いて電離圏の観測システムが作られた。この観測システムは、日本上空の電離圏の Total Electron Content (TEC) の擾乱の分布を 2 次元的な地図上に示すことができ、30 秒間隔のデータを用いるため TEC 分布の時間変化を見ることができる。また GPS 受信機の分布密度が高く、用いるデータの時間間隔が短いため、時間的、空間的分解能が非常に高く擾乱の詳細な観測が可能である [Saito (1997)]。

2003 年 8 月 10 日から 11 月 30 日までの日本の上空に出現した LSTIDs を、TEC の擾乱の地図を用いて解析し、出現の特徴及び地磁気擾乱との関係を見た。

本論文では第 1 節で電離圏の電子密度分布を説明し、第 2 節では LSTIDs 及び大気重力波の基本的な特徴を説明する。第 3 節で解析システムの説明をし、第 4 節で解析結果及び考察を行い、第 5 節にまとめを述べる。

## 1-1 電離圏

およそ高度 80 km より高高度の領域ではプラズマ密度が大きくなっており、電離圏と呼ばれる。領域を構成する物質が完全電離している磁気圏と、ほとんど電離していない中性大気の領域との間にあり、電離した粒子と中性粒子からなる。電離した粒子は存在するが、負の電荷を持つ電子と正の電荷を持つイオンがほぼ同数存在し、電氣的に中性である。電離した粒子は磁力線の周りを旋回運動するため、磁力線に沿った方向以外の運動は制限される。

電離圏では常に中性大気電離によって電子とイオンが生成されている。この電離の要因は2つある。1つは太陽から大気圏への紫外線の入射であり、もう1つは磁気圏からの粒子の降り込みである。前者は太陽からの入射量が多い中、低緯度や昼側で支配的であり、後者は降り込む粒子が多い高緯度で重要になる。

また、この電子の生成過程に対して消滅過程も2種類存在する。電子とイオンの再結合と、電子の中性原子や分子への吸着である。

電離圏の電子密度分布は中緯度で水平方向にほぼ均一であるが、高度方向に層構造を成し電子密度の違いによって下からD層、E層、 $F_1$ 層、 $F_2$ 層に分けられる(図1)。電子密度の差が生じる理由は、中性大気高度分布、太陽紫外線の到達距離、及び中性大気分子種の混合が弱く重力分離し、それぞれ分子の吸収する波長が異なるためである。

### 1-1-1 太陽放射による電離

太陽からの放射が中性大気に当たり、エネルギーを吸収すると中性大気が電離される。粒子を電離させるには、太陽光が粒子の電離エネルギーよりも大きいエネルギーを持つ必要がある。それゆえ紫外線、もしくはそれよりも高い周波数を持つ太陽光が必要である。しかしながら紫外線を越える高い振動数を持つ太陽放射の輝度は非常に弱く、定常状態を考えるとときには重要ではない。

等温の理想大気と静水圧平衡を仮定すると中性大気の密度は

$$n_n(z) = n_0 \exp(-z/H) \quad (1-1)$$

となり、高度方向に指数関数的に減少する。 $n_n(z)$ は高度 $z$ での中性粒子数、 $n_0$ は $z=0$ での中性粒子数、 $H$ は温度 $T_n$ で等温のときのスケールハイト、これは原子質量を $m_n$ として

$$H = k_b T_n / m_n g \quad (1-2)$$

と定義される。 $g$ は重力加速度、 $k_b$ はボルツマン定数である。

平衡平面大気を仮定すると天頂角 $\chi_\nu$ で高度 $z$ に入射するエネルギー $I(z)$ を持つ放射が、電離圏中を $dz / \cos \chi_\nu$ 進む間に中性大気に吸収されるエネルギー $dI(z)$ は、以下ようになる

$$dI(z) = \sigma_\nu n_n \frac{dz}{\cos \chi_\nu} I(z) \quad (1-3)$$

ここで $\sigma_\nu$ は放射吸収断面積である。式(1-3)に式(1-1)を代入し、無限遠での放射

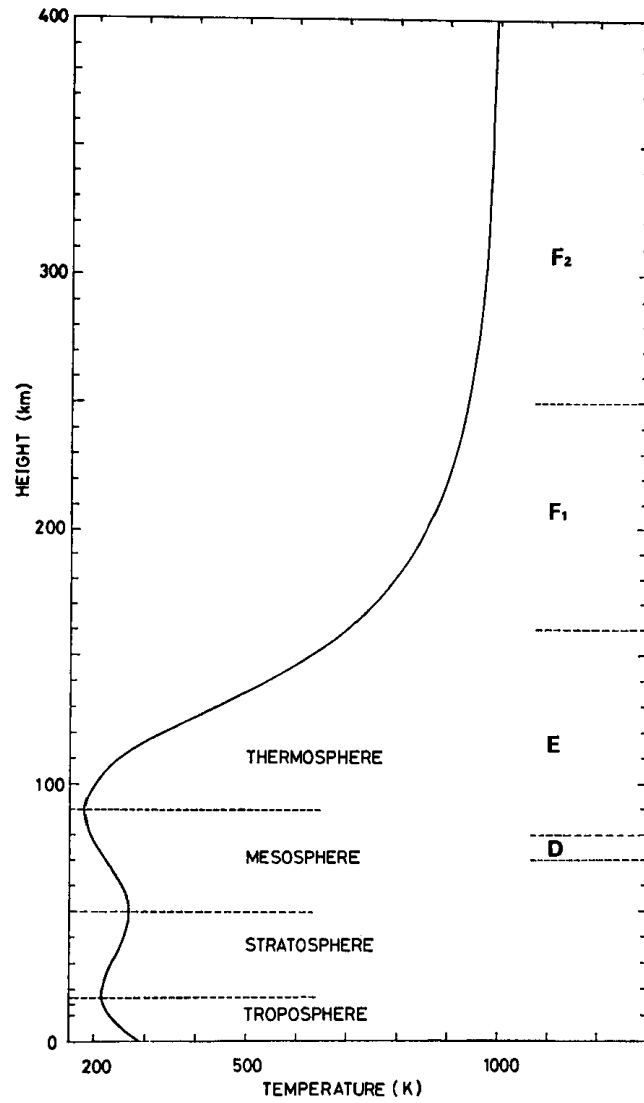


図 1: 地球大気各層及び電離圏の名称と高度 [Kato (1980)]

のエネルギーを  $I_\infty$  として両辺を積分する。

$$\int_{I_\infty}^{I(z)} \frac{dI'(z)}{I'(z)} = \int_\infty^z \exp(-z/H) \frac{\sigma_\nu n_0}{\cos \chi_\nu} dz \quad (1-4)$$

これを解いて  $I(z)$  の式に直すと

$$I(z) = I_\infty \exp \left[ -\frac{\sigma_\nu n_0 H}{\cos \chi_\nu} \exp(-z/H) \right] \quad (1-5)$$

となり放射線強度は高度が下がるにつれ急激に減少することが分かる。

放射によるある高度での単位体積中の光電離率  $q_\nu(z)$  (生成される電子とイオンのペアの数) は、放射吸収率と光電離効率  $\kappa_\nu$  (吸収された放射線によって電離する割合) に比例し

$$q_\nu(z) = \kappa_\nu \cos \chi_\nu dI(z)/dz \quad (1-6)$$

となる。  $dI(z)/dz$  を式 (1-3) を使って置き換えると以下のように書ける。

$$q_\nu(z) = \kappa_\nu \sigma_\nu n_n I(z) \quad (1-7)$$

この式に式 (1-1)、(1-5) を使うと

$$q_\nu(z) = \kappa_\nu \sigma_\nu n_n I_\infty \exp \left[ -\frac{z}{H} - \frac{\sigma_\nu n_0 H}{\cos \chi_\nu} \exp(-z/H) \right] \quad (1-8)$$

となる。この式より電離圏の光電離率は高度、太陽放射の入射量と天頂角に強く依存することが分かる。次に式 (1-8) を  $z$  で微分し

$$\frac{dq(z)}{dz} = 0 \quad (1-9)$$

となる、極大値をとる高度  $z_m$  を求めると

$$\begin{aligned} z_m &= z_0 + H \ln(1/\cos \chi_\nu) \\ z_0 &= H \ln(\sigma_\nu n_0 H) \end{aligned} \quad (1-10)$$

となる。  $z_0$  は太陽放射の入射が鉛直下向きするとき ( $\chi_\nu = 0$ ) に電離率が最大となる高度である。この式から電離率が最大の高度は天頂角に依存し、低緯度では  $z_m$  が小さくなることが分かる。

電離率の最大値  $q_{\nu m}$  は

$$\begin{aligned} q_{\nu m} &= q_{\nu m}(z_m) = q_{\nu 0} \cos \chi_\nu \\ q_{\nu 0} &= \kappa_\nu I_\infty (eH)^{-1} \end{aligned} \quad (1-11)$$

であり、高緯度では電離率の最大値が小さくなることが分かる。

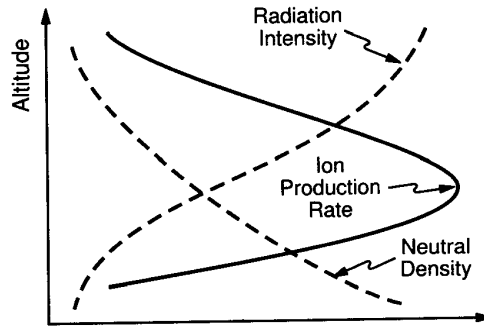


図 2: 放射による電離率の高度分布：縦軸が高度、横軸は放射強度、光電離率、中性粒子密度。光電離率は放射強度及び中性粒子密度で決まる。[Baumjohann and Treumann (1997)]

### 1-1-2 粒子の降り込みによる電離

次にエネルギー粒子（主に電子）の電離圏への降り込みによる中性大気電離を考える。電離圏に降り込む粒子は電離しており磁力線に沿って移動するため、磁力線密度が高い高緯度のオーロラ帯で多い。降り込みによる電離は太陽放射の効果が弱い高緯度や、夜側で重要になる。

高いエネルギーを持った粒子が大気と衝突すると、大気中の中性粒子が電離され電子を生成する。衝突する粒子のエネルギー  $W_e$  が、中性粒子の電離に必要なエネルギー  $W_{ion}$  より大きくなければ電離は起きない。

$$W_e > W_{ion} \quad (1-12)$$

酸素原子の場合、 $W_{ion}$  は約 35 eV である。

高度  $z$  での衝突電離率  $q_e(z)$  はその高度で電子が消失するエネルギーに比例する。これは電離に必要なエネルギー  $W_{ion}$  と衝突電離効率  $\kappa_e$ 、そしてこの高度での単位高さあたりの衝突回数に比例する。ここでは導出のために以下の 3 つの仮定を置く。(1) 降り込む電子は静水圧平衡にある大気に垂直に入射する。(2) 単位高さあたりの衝突回数は平均自由行程<sup>†1</sup>  $(\sigma_n n_n)^{-1}$  の逆数で与える。ここで  $\sigma_n$  は中性粒子の断面積である。(3) 衝突電離効率  $\kappa_e$  を定数とする。実際の衝突電離効率を知るには、各高度での大気の正確な構造の理解が必要である、また単位高さあたりの衝突回数はピッチ角に依存する。

<sup>†1</sup> 平均の速度で動く粒子が衝突と次の衝突の間に進む距離



高度  $z$  で微少距離  $dz$  進む間に消失する 1 粒子あたりのエネルギー  $dW_e$  は

$$dW_e(z) = \kappa_e W_{ion} \sigma_n n_n dz \quad (1-13)$$

となり、降下電子のフラックスを  $F_e$  とすると単位高度あたりの電離率は

$$q_e(z) = F_e dW_e / dz \quad (1-14)$$

となる。式 (1-1)、(1-13) を代入すると

$$q_e(z) = \kappa_e F_e W_{ion} \sigma_n n_0 \exp(-z/H) \quad (1-15)$$

となる。この式から以下のことが分かる。衝突電離率は中性大気密度の高度変化によって決定される。またこの値は粒子のエネルギーとは関係なく、高度が低くなるにつれ指数関数的に上昇する。この式だけを見ると単純に低高度で電離が起こるように見えるが、降り込む粒子は衝突によってエネルギーを失い、エネルギーが 0 になるところで止まる。そのため、実際の衝突電離率はピーク値を持つ形状になる。図 3 は実際の観測から得られた電離圏のデータを用いた、10 keV のエネルギーを持つ電子とイオンの電離率のグラフである。イオンが電子に比べ高い高度でピークを持つのは、電子に比べ電離の効率が悪く、中性粒子を電離するために電子に比べエネルギーを多く使う必要があるためである。

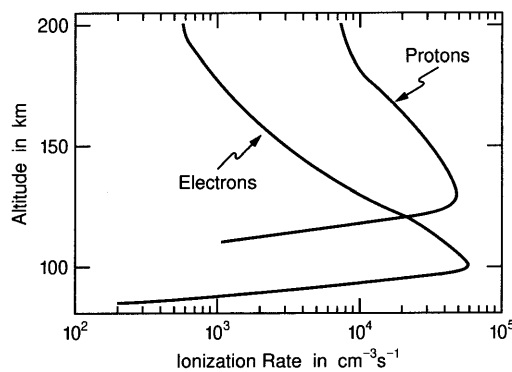


図 3: 降り込みによる各高度での電離率：横軸は衝突による電離率、縦軸は高度。実際の観測の値を用いて描かれている。[Baumjohann and Treumann (1997)]

### 1-1-3 再結合と吸着

ここまで中性粒子の電離による電子の生成について述べたが、ここでは逆のプロセスについて考える。このプロセスにはイオンと電子が再結合し中性原子を作

るものと、電子が中性原子または分子に吸着し陰イオンを作るものがある。これら2つのプロセスは再結合係数  $\alpha_r$  と、吸着係数  $\beta_r$  の二つの係数で記述される。これらの係数は単位時間あたり再結合もしくは吸着する電子数である。

再結合はイオンと電子両方の数密度に比例し、吸着は中性粒子に吸着できる電子の数だけに比例する。平衡状態の電離圏は準中性的  $n_{ion} \simeq n_{electron}$  であるから、電子密度の式は

$$\frac{dn_e}{dt} = q_{\nu,e} - \alpha_r n_e^2 + \beta_r n_e \quad (1-16)$$

となる。 $q_{\nu,e}$  は太陽放射と粒子の降り込みによって単位時間、単位体積当たり生成される電子数である。これは電子の供給源として働き、他の2つの項は電子の減少に働く。係数  $\alpha_r$  と  $\beta_r$  にはいくつもの複雑な光化学反応のプロセスが含まれ、高度によって値が異なるため、層構造をなす要因となる。

平衡状態では式(1-16)の左辺がゼロとなり、電子密度が計算できる。低い高度では再結合が吸着よりも重要になるので、吸着の項を無視すると

$$n_e = \sqrt{\frac{q_{\nu,e}}{\alpha_r}} \quad (1-17)$$

となる。すなわち低高度での平衡電子密度は、電離される量と再結合係数の比の平方根に比例する。高高度で支配的になるのは吸着であり、再結合項を無視すると

$$n_e = \frac{q_{\nu,e}}{\beta_r} \quad (1-18)$$

となる。すなわち高高度の電子密度は電離される量に比例する。以上より電離に対する電子密度の反応は高度が高いほうがよいことがわかる。このような生成、消滅過程を考えると電子密度は(図5)のようになる。

## 1-2 熱圏

高度約 80 km から約 500 km の領域は中性大気温度構造を基準とした分類では熱圏と呼ばれ、その高度領域は電離圏と重なっている。熱圏の中性大気温度は高度とともに上昇し、約 400 km より高い高度ではおよそ一定の値をとる。この温度上昇は中性大気への太陽放射が主要な熱源となっている。170 km より低高度では 130-175 nm の波長の紫外線によって酸素分子が解離される反応が熱源となる。高度 170-300 km の領域では、102.5 nm 以下の波長の極端紫外線による原子、分子の電離が主要な熱源となる。太陽放射による電離で発生したイオンは再結合や中性大気との衝突を通して中性大気を加熱する。

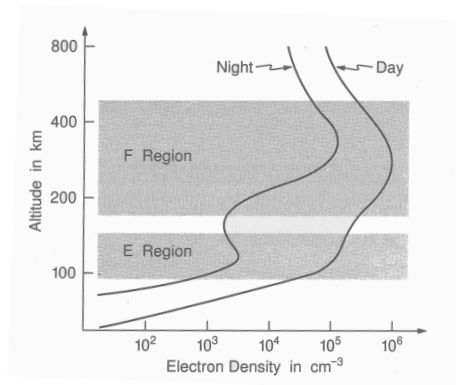


図 4: 電離層の電子密度分布:横軸は衝突による電子密度、縦軸は高度。[Baumjohann and Treumann (1997) ]

電離圏におけるイオンや電子の運動を考えるとときに中性大気の流れを考慮することは重要である。それは中性大気の数密度が、電離大気の数密度よりもはるかに大きく、衝突を通して電離している粒子に運動量を与えるためである。中性大気の力学的効果は特に生成と消滅の効果が相対的に小さいF層で顕著である。

### 1-3 LSTIDs の観測手法

LSTIDs はこれまで様々な方法で観測が行われてきた、ここでは観測方法の一部を紹介する。

地上の観測点から複数の周波数の電波を射出しその反射波が帰ってくるまでの時間を計測する。その時間から周波数に対応する電子密度を持つ高度を求めることができる。電波は電離圏中で群速度が遅くなり<sup>†2</sup>、この速度がゼロになる電子密度の領域で反射する。磁場の効果を考えないときの反射する電子密度  $n_e$  は電波の周波数を  $f$  とすると

$$n_e = 4\pi^2\epsilon_0 m_e f^2 / e^2 \quad (1-19)$$

で与えられる。 $m_e$  は電子の質量、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $e$  は電気素量である。この方法ではある1地点の電離圏の電子密度の時間変化しか分からず、伝播するLSTIDsを理解するのは難しい。

HF ドップラーシフト法と呼ばれる観測方法がある。まず高い周波数の安定な電

<sup>†2</sup>詳しくは3-2節参照

波を射出する、この電波が反射面で反射するときに、反射面が動くとき電波の周波数が変化する。その変化を解析することで反射面の垂直方向の動きを求めることができる。この観測を他の地点と連携して行うことでLSTIDsの水平方向の伝播、出現方向の情報が得られる。

LSTIDsの観測手法の中で非常に有効なものは非干渉散乱レーダー (Incoherent scattering radar : IS レーダー) である。このISレーダーを用いると電子密度、電子及びイオンの温度、磁力線方向の速度が観測することができる。

最近ではGPSを使った観測が行われている。GPS衛星が出力する電波を受信し、その解析から電離圏の電子数を観測することができる。受信機があればこの観測をすることができ、現在では世界中に存在する受信機を用いて、地球全体の電離圏の様子を知ることができる。GPSによる観測の詳細は3節で述べる。

## 2 大規模伝播性電離圏擾乱

### 2-1 大規模伝播性電離圏擾乱の特徴

伝播性電離圏擾乱 (Traveling Ionospheric Disturbances : TIDs) は 1950 年代から知られる電離圏の電子分布の擾乱が伝播する現象である。TIDs はその規模から二種類に分類されており、水平方向に 1000 km 以上の規模を持つ TIDs を LSTIDs、他の TIDs を中規模伝播性電離圏擾乱 (Medium-Scale TIDs : MSTIDs) と呼ぶ。LSTIDs は周期が長く、水平方向に 700 m/s 程度の速度で伝播する。一方の MSTIDs は周期が短く、水平方向の速度も遅い。MSTIDs は出現頻度が高く、日本の上空では特に夏の夜間と冬の昼間によく出現する [Tsugawa (2004)]。また MSTIDs は波列を複数持つものと、単独で進むものがある。

前節で述べたが、電波を電離圏に向けて射出すると、その振動数と対応する電子密度の位置で電波は反射され、その反射波が戻ってくる時間を用いて電子密度の等値線を引くことができる。この方法を用いた LSTIDs の観測例を図 5 に示す。

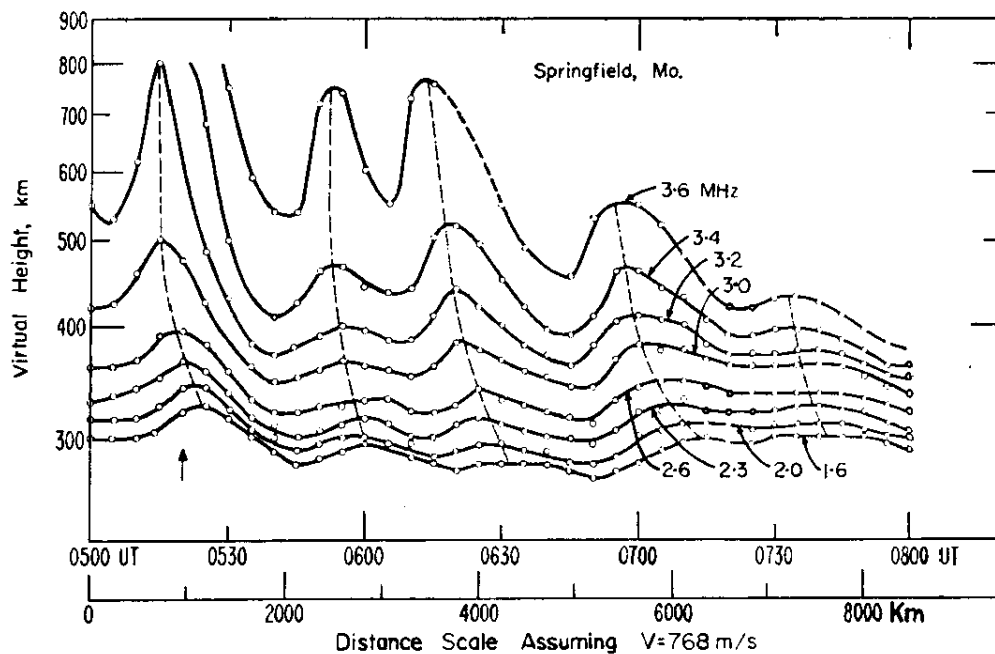


図 5: 1 点観測による LSTIDs : 2 本ある横軸は上が観測時刻、下は擾乱が  $768\text{m/s}$  で伝播すると仮定した場合の距離、縦軸は高度。[Kato (1980)]

LSTIDs は波形構造を持ち、多くの場合位相は 図 5 のように斜め下向きに伝播する。ほとんどの LSTIDs は高緯度で発生し赤道方向に進んでいく。地磁気の擾乱時によく出現が確認されているが、地磁気の静穏時に出現することもある。

## 2-2 LSTIDs の発生機構

発生機構は有力な候補が挙げられてはいるものの正確には解明されていない。これまでに考えられてきたものを以下に述べる。

電離圏中で存在する中性大気の風がある。これが電離圏中の電子、イオンと衝突すると磁力線に束縛されているため磁力線方向に動くため、鉛直方向に電子密度の差が生じることになる。中性大気風の変動が伝播することによって擾乱も伝播する様に見える。異常な電場の発生が考えられる。発生した電場が電子とイオンが動かすが、この場合質量の軽い電子のほうが動きやすく、電子密度の偏り、つまり電場が発生する。この電場が伝播することで LSTIDs のように見えるのではないかと考えられる。また乱流などによって電離率の分布に異常が起き、電子密度の擾乱がつくられる。これを中性風や、電場が運ぶ説等がある。

しかしこれらを LSTIDs の発生要因とすると、いくつかの疑問点があげられる。まず電子とイオンが衝突や電場によって動かされると、その質量や衝突断面積の違いによって偏りが生じる、そうすると分極電場が発生し、この擾乱を抑える方向に働くはずである。しかしこのような効果が観測された例はない。観測から、LSTIDs に高緯度から赤道方向に伝播する傾向があるのだが、中性風や電場が原因であれば逆方向のものも同様に見られるはずである。波のような形状で、1000km 規模のものが発生するかという疑問である。

先に述べた有力な候補として大気重力波による説があり [Martyn(1950)]、[Hines(1960)]、解明されているわけではないが、現在では発生機構の要因として広く信じられている。この仮説は風や電場を発生した要因とした場合に比べ、観測の結果とよく合う。まず LSTIDs の波のような形と合致し、その規模も説明できる。また分極電場が発生しないのもうなずける。さらに大気重力波には群速度と位相速度がほぼ直交しているという性質があり、群速度が斜め上向きに進むと位相速度は斜め下向きになるため、LSTIDs の特徴と整合的である。風や電場とは異なり長距離を伝播することも強みである。

大気重力波を発生要因とすると、波が作る風のシアート、電子密度を減少させるプロセスの高度依存性が電子密度変動を起こすといわれている。例えば、光電離と吸着に平衡状態を作っている領域をそのまま高いところに持っていくと、光電

離の効果は変わらないが、大気の密度に依存する吸着の効果は弱くなるので、この持ち上げられた領域の電子密度は高くなる。

しかし、LSTIDs を作るような大規模な大気重力波の発生機構もまた理解されてはいない。発達したオーロラ電流<sup>†3</sup> による大気の加熱や、オーロラが発生させる粒子の振込みによる加熱が予想されている。

## 2-3 大気重力波

この節では大気重力波の性質について述べる。

### 2-3-1 方程式系

重力波のスケールが地球に対して十分小さいとして局所直交座標を用いる。鉛直方向に  $z$  軸をとると  $z$  座標での大気の基本方程式系は

$$\rho \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} \right) = -\nabla p - \rho \nabla \Phi + \mathbf{F} \quad (2-1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2-2)$$

$$C_v \rho \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = Q \quad (2-3)$$

$$p = \rho R T \quad (2-4)$$

と書ける。 $\rho$ 、 $\mathbf{v}$ 、 $p$ 、 $T$ 、は大気密度、速度、圧力、温度を表す。 $\mathbf{v}$  は角速度  $\boldsymbol{\Omega}$  で自転する地球上での相対速度である。 $\Phi$  は重力ポテンシャル、 $\mathbf{F}$  は摩擦力、 $C_v$  は定積比熱、 $Q$  は放射による加熱率、 $R$  は気体定数である。式 (2-1)、(2-2)、(2-3)、(2-4) はそれぞれ気体の運動方程式、連続の式、熱の式、理想気体の状態方程式である。以下では簡単のために断熱、 $Q = 0$ 、摩擦無し、 $\mathbf{F} = 0$ 、の条件を考える。

この方程式の静止解 ( $\bar{\mathbf{v}} = 0$  の解) を求める。以下記号にバーがついているものは基本場の値を表す。

式 (2-1) から

$$\frac{\partial \bar{p}(z)}{\partial z} = -\bar{\rho}(z)g \quad (2-5)$$

<sup>†3</sup> 高緯度のオーロラが出現しやすい領域 (オーロラ領域) の電離圏を流れる電流。

これに式 (2-4) を代入すると

$$\frac{\partial \bar{p}(z)}{\partial z} = RT \frac{\partial \bar{\rho}(z)}{\partial z} = -\bar{\rho}(z)g \quad (2-6)$$

となる、ここでは簡単のために  $T = T_0 = \text{一定}$  とする。これを解くと

$$\begin{aligned} \bar{\rho}(z) &= \rho_0 e^{-z/H}, \quad \bar{p}(z) = p_0 e^{-z/H} \\ H &= \frac{RT_0}{g} \end{aligned} \quad (2-7)$$

$H$  は混合気体のスケールハイトである。

次に基本場からの微小変化を考えるため、その一次の摂動量に対する方程式を導く。以下では何もついていない記号は摂動量をあらわす。

2 次の摂動量を微小とし無視すると式 (2-1)、(2-2) は、

$$\bar{\rho} \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + f \mathbf{e}_z \times \mathbf{v} \right) = -\nabla p - \rho g \mathbf{e}_z \quad (2-8)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} + \bar{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2-9)$$

となる。 $w$  は  $z$  軸方向の速度である。式 (2-3) は式 (2-4) を代入し、 $1 + \frac{R}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} = \gamma$  の関係式を用いると ( $\gamma$  は比熱比)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = \gamma RT_0 \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \right) \quad (2-10)$$

となる。なお

$$C_s^2 \equiv \gamma RT_0 \quad (2-11)$$

は音速である。

式 (2-7) を考えると、 $v$ 、 $p$ 、 $\rho$  に  $\exp(-z/H)$  という因子がつくことが分かる。これを取るために以下のような変数変換を行う。

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}} &= e^{-z/2H} \mathbf{v} \\ (\tilde{p}, \tilde{\rho}) &= e^{z/2H} (p, \rho) \end{aligned} \quad (2-12)$$

式 (2-8)、式 (2-9)、式 (2-10) に式 (2-12) を代入する。

$$\begin{aligned} \rho_0 \left( \frac{\partial \mathbf{v}_H}{\partial t} + f \mathbf{e}_z \times \tilde{\mathbf{v}} \right) &= -\nabla_H \tilde{p} \\ \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + \frac{\tilde{p}}{2H} - \tilde{\rho} g \\ \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \rho_0 \left( \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}} - \frac{1}{2H} \tilde{w} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} - \frac{p_0}{H} \tilde{w} &= C_s^2 \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} - \frac{\rho_0}{H} \tilde{w} \right) \end{aligned} \quad (2-13)$$



式 (2-8) は水平方向と垂直方向を区別し、前者に添え字の  $H$  をつけた。これが解くべき方程式系である。

### 2-3-2 分散関係

式 (2-13) の方程式系の解として平面波を仮定し、全ての変数に対して

$$\tilde{a} = A \exp(ikx + imz - i\sigma t) \quad (2-14)$$

とおく。 $i$  は虚数単位、 $k$ 、 $m$  は水平、垂直方向の波数、 $\sigma$  は振動数である。これを方程式系に代入し、整理すると

$$\begin{aligned} -i\sigma U - fV &= -ikP \\ -i\sigma V + fU &= 0 \\ -i\sigma W &= -imP + \frac{1}{2H}P - gQ \\ -i\sigma Q + iKU + (im - \frac{1}{2H})W &= 0 \\ -i\sigma P + (\gamma - 1)gW &= -i\sigma C_s^2 Q \end{aligned} \quad (2-15)$$

となる、ここで  $\rho_0$  は速度成分に含ませた。これを行列で書くと

$$\begin{pmatrix} -i\sigma & -f & 0 & ik & 0 \\ -f & -i\sigma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i\sigma & im - \frac{1}{2H} & g \\ ik & 0 & im - \frac{1}{2H} & 0 & -i\sigma \\ 0 & 0 & (\gamma - 1)g & -i\sigma & i\sigma C_s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \\ P \\ Q \end{pmatrix} = 0 \quad (2-16)$$

となる。 $U$ 、 $V$ 、 $W$ 、 $P$ 、 $Q$  がそれぞれ値を持つための条件は、

$$\begin{vmatrix} -i\sigma & -f & 0 & ik & 0 \\ -f & -i\sigma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i\sigma & im - \frac{1}{2H} & g \\ ik & 0 & im - \frac{1}{2H} & 0 & -i\sigma \\ 0 & 0 & (\gamma - 1)g & -i\sigma & i\sigma C_s^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2-17)$$

である。これを計算すると

$$\sigma \left[ \frac{C_s^2 k^2 \sigma^2 - (\gamma - 1)g^2 k^2}{f^2 - \sigma^2} + \sigma^2 - C_s^2 (m^2 + \frac{1}{4H^2}) \right] = 0 \quad (2-18)$$

これは分散関係を表す式である。これを  $k$ 、 $m$  平面に描くと図 7 のようになる。

次に分散関係式について考察する。

まず式(2-18)より、 $\sigma = 0$ は分散関係式の解の1つである。しかしこれは振動を示さないのここでは考えない。

$\sigma \neq 0$ の場合(振動する場合)を考えると式(2-18)の括弧の中がゼロとなる必要がある。括弧内を整理すると

$$m^2 + \frac{N^2 - \sigma^2}{f^2 - \sigma^2} k^2 + \frac{1}{C_s^2} (\sigma_a^2 - \sigma^2) = 0 \quad (2-19)$$

となる。なお  $\sigma_a$  と  $N$  は

$$\sigma_a^2 \equiv C_s^2 / 4H^2 \quad (2-20)$$

$$N^2 \equiv (\gamma - 1)g^2 / C_s^2 \quad (2-21)$$

である。ここで一般に  $\sigma_a^2 > N^2 \gg f^2$  である。

次に式(2-19)の  $m$  と  $k$  が実数解を持つ条件を考える。  $A = \left| \frac{N^2 - \sigma^2}{f^2 - \sigma^2} \right|$ 、  $B = \left| \frac{1}{C_s^2} (\sigma_a^2 - \sigma^2) \right|$  とする。

(1)  $\sigma^2 < f^2$  の場合

$$m^2 + Ak^2 + B = 0 \quad (2-22)$$

となり実数の  $m$ 、 $k$  は存在しない

(2)  $f^2 < \sigma^2 < N^2$  の場合

$$m^2 - Ak^2 + B = 0 \quad (2-23)$$

となり実数の  $m$ 、 $k$  が存在する。

(3)  $N^2 < \sigma^2 < \sigma_a^2$  の場合

$$m^2 + Ak^2 + B = 0 \quad (2-24)$$

となり実数の  $m$ 、 $k$  は存在しない

(4)  $\sigma_a^2 < \sigma^2$  の場合

$$m^2 + Ak^2 - B = 0 \quad (2-25)$$

となり実数の  $m$ 、 $k$  が存在する。

ここで分散関係式を  $\sigma$  について解く。まず式(2-19)を変形する

$$-\sigma^4 + (C_s^2 k^2 + f^2 + \frac{C_s^2}{4H^2})\sigma^2 - (\gamma - 1)g^2 k^2 - f^2 C_s^2 (m^2 + \frac{1}{4H^2}) = 0$$

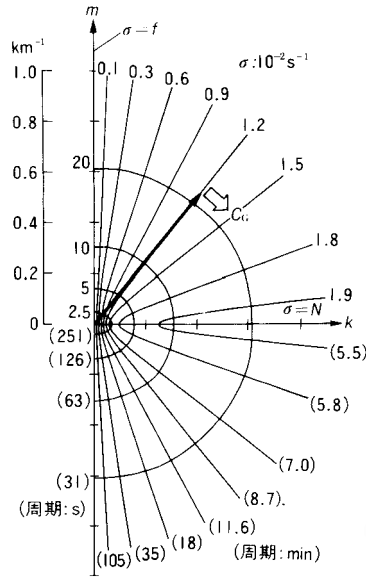


図 6: 分散関係式より  $k$  と  $m$  の関数として振動数  $\sigma$  の等値線を描いた図: 双曲線が内部重力波、楕円が音波を表す。[松野 (1981)]

ここで  $k^2 = m^2 + k^2$  である。これを解くと

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[ f^2 + C_s^2 \left( k^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \right] \pm \frac{1}{2} \sqrt{ \left[ f^2 + C_s^2 \left( k^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \right]^2 - 4[(\gamma - 1)g^2 k^2 + f^2 C_s^2 \left( m^2 + \frac{1}{4H^2} \right)] } \quad (2-26)$$

となる。

このままではよく分からないので、いくつかの近似を使い見やすくする。

まず、コリオリ力と重力からの影響がほとんどない特別な条件での解を調べる。  
( $f = g = 0$ ) の場合を考えると

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} C_s^2 k^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{C_s^4 k^4} \quad (2-27)$$

平方根の符号が正のものを  $\sigma_+$ 、負のものを  $\sigma_-$  とすると

$$\begin{aligned} \sigma_+^2 &= C_s^2 k^2 \\ \sigma_-^2 &= 0 \end{aligned} \quad (2-28)$$

となる。式 (2-28) は音速を表す。

次にコリオリ力は考えないが重力は考え ( $f = 0, g \neq 0$ )、また  $(\gamma - 1)g^2k^2 \ll C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2})$  として  $\sigma$  の近似値を求める。

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{2}C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{[C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2})]^2 - 4[(\gamma - 1)g^2k^2]} \\ &= \frac{1}{2}C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2}) \pm \frac{1}{2}C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2})\sqrt{1 - 4\frac{(\gamma - 1)g^2k^2}{[C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2})]^2}} \\ &\simeq \frac{1}{2}C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2}) \pm \frac{1}{2}C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2})(1 - 2\frac{(\gamma - 1)g^2k^2}{[C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2})]^2})\end{aligned}$$

よって

$$\sigma_+^2 := C_s^2k^2 + \frac{C_s^2}{4H^2} - \Delta\sigma^2 \quad (2-29)$$

$$\sigma_-^2 := \frac{(\gamma - 1)g^2k^2}{C_s^2(k^2 + \frac{1}{4H^2})} = N^2\frac{k^2}{k^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}} = \Delta\sigma^2 \quad (2-30)$$

となる。

式 (2-29) は音波の分散関係であり、波の振動数  $\sigma_+^2$  の最小値は  $k^2 = 0$  のときに、

$$\sigma_{+min}^2 \simeq \frac{C_s^2}{4H^2} = \sigma_a^2 \quad (2-31)$$

となる。一方式 (2-30) は内部重力波の分散関係であり、波の振動数  $\sigma_-^2$  の最大値は  $m^2 = 0$ 、 $k \gg \frac{1}{4H^2}$  のときに

$$\sigma_{-max}^2 \simeq N^2 \quad (2-32)$$

となる。内部重力波の波数は式 (2-23) の範囲に、音波の波数は式 (2-25) の範囲にある。

次に鉛直波長がスケールハイトより短い場合 ( $\frac{2\pi}{m} < H$ ) を考える。

内部重力波の振動数は

$$\begin{aligned}\sigma_-^2 &= N^2\frac{k^2}{k^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}} = N^2\frac{\frac{k^2}{m^2}}{\frac{k^2}{m^2} + 1 + \frac{1}{4H^2}\frac{1}{m^2}} \simeq N^2\frac{\epsilon^2}{\epsilon^2 + 1}\sigma_- \\ &= N^2\frac{\epsilon}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} = N^2\sin\theta \quad (2-33)\end{aligned}$$

と表される。 $\frac{k}{m} = \epsilon$  とする。ここで  $\theta$  は波数ベクトルと鉛直軸がなす角であり、すなわち波面と水平面のなす角である。

ここまではコリオリ力を無視してきたが、水平方向に長波長 ( $k \rightarrow 0$ ) を持つならば、式 (2-30) は  $\sigma_- \rightarrow 0$  となる、これでは具合が悪いのでコリオリ力を考える。

$(\gamma - 1)g^2k^2 \ll C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})$ 、 $N^2 \gg f^2$  とする。式 (2-26) を変形すると

$$\sigma_-^2 = \frac{1}{2}[f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})] - \sqrt{\frac{1}{4}[f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})]^2 - (\gamma - 1)g^2k^2 - f^2C_s^2(m^2 + \frac{1}{4H^2})}$$

となり、平方根内の 2 項目と 3 項目は 1 項目に比べて明らかに小さいので

$$\begin{aligned} \sigma_-^2 &= \frac{1}{2}[f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})] - \frac{1}{2}[f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})] \sqrt{1 - \frac{C_s^2}{[\frac{1}{2}\{f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})\}]^2} [N^2k^2 + f^2(m^2 + \frac{1}{4H^2})]} \\ &\simeq \frac{1}{2}[f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})] - \frac{1}{2}[f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})] [1 - \frac{C_s^2}{2} \frac{N^2k^2 + f^2(m^2 + \frac{1}{4H^2})}{[\frac{1}{2}\{f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})\}]^2}] \\ &= \frac{C_s^2}{2} \frac{N^2k^2 + f^2(m^2 + \frac{1}{4H^2})}{\frac{1}{2}\{f^2 + C_s^2(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2})\}} = \frac{N^2k^2 + f^2(m^2 + \frac{1}{4H^2})}{\frac{f^2}{C_s^2} + \mathbf{k}^2 + \frac{1}{4H^2}} \\ &\simeq \frac{N^2k^2 + f^2(m^2 + \frac{1}{4H^2})}{k^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}} \end{aligned} \tag{2-34}$$

これがコリオリ力を考慮した場合の大気重力波の振動数である。この振動数の最小値は  $f$  である。またコリオリの効果が見られるのは  $\frac{k}{m} \lesssim \frac{f}{N}$  のときであり、極端に鉛直方向に平べったいときといえる。

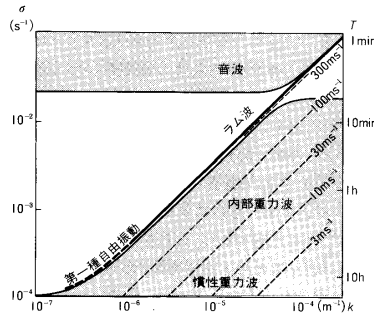


図 7:  $k$  と  $\sigma$  の関係から大気波動の存在域を示す図：横軸が  $k$ 、縦軸が  $\sigma$ 。左上の領域が音波、右下が内部重力波の存在領域を示す。[松野 (1981)]

### 2-3-3 鉛直伝播性

式 (2-14) に戻って考えると、 $m^2 > 0$  ならば鉛直方向に伝播することができるが、 $m^2 < 0$  であると、伝播できない。前者のように伝播可能な波を内部波、後者のように伝播できないものを外部波と呼ぶ。

内部波ではエネルギー密度が保存されるので、式 (2-12) から鉛直方向に上昇するにつれて、速度が指数関数的に増加することが分かる。外部波の場合も、指数関数部分との兼ね合いから、必ずしも減衰するわけではない。

次に内部重力波の群速度 ( $C_G$ ) と位相速度 ( $C$ ) を求める。

まず群速度は以下の式で与えられる

$$C_G = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial k}, \frac{\partial \sigma}{\partial m} \right) \quad (2-35)$$

式 (2-30) から群速度を求めると以下のようになる ( $\sigma_- > 0$  とする)

$$C_{Gx} = \frac{\partial \sigma}{\partial k} = \frac{N(m^2 + \frac{1}{4H^2})}{(k^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2})^{\frac{3}{2}}} \frac{k}{|k|} \quad (2-36)$$

$$C_{Gz} = \frac{\partial \sigma}{\partial m} = -\frac{Nm|k|}{(k^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2})^{\frac{3}{2}}}$$

位相速度は

$$C = \left( \frac{\sigma}{k}, \frac{\sigma}{m} \right) \quad (2-37)$$

で与えられる。同様に

$$C_x = \frac{\sigma}{k} = \frac{N}{\sqrt{k^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}}} \frac{k}{|k|} \quad (2-38)$$

$$C_z = \frac{\sigma}{m} = \frac{N|k|}{m\sqrt{k^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}}}$$

式 (2-36)、式 (2-38) から位相速度と群速度の水平方向の向きは同じだが、垂直方向は向きが逆になることが分かる。

#### 2-3-4 波の構造

式 (2-15) から

$$U = \frac{k\sigma}{\sigma^2 - f^2} P \quad (2-39)$$

$$W = \frac{\sigma \{m + i(\frac{1}{2} - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{H})\}}{\sigma^2 - N^2} = \frac{\sigma m'}{\sigma^2 - N^2} \quad (2-40)$$

$$V = -\frac{if}{\sigma} U \quad (2-41)$$

ほとんどの場合  $\frac{1}{m} < H$  なので、 $m \doteq m'$  とする。

音波について、 $\sigma^2 \ll N^2$  の波を考えると

$$\begin{aligned} U &\simeq \frac{k}{\sigma} P \\ W &\simeq \frac{m}{\sigma} P \end{aligned}$$

これから

$$\frac{U}{W} \doteq \frac{k}{m} \quad (2-42)$$

が得られる。このとき波の振動の方向が波数ベクトルと平行であり、つまり縦波である。

次に内部重力波について考える。波数ベクトルと空気塊の速度の内積をとり、式(2-19)の分散関係を使うと

$$Uk + mW = -\frac{\sigma_a^2 - \sigma^2}{C_s^2} \frac{\sigma}{\sigma^2 - N^2} P \quad (2-43)$$

内部波なので  $\sigma^2 < N^2 < \sigma_a^2$  であり、 $\frac{\sigma_a^2}{C_s^2} = \frac{1}{4H^2} \gg m^2$  なので

$$Uk + mW \doteq 0 \quad (2-44)$$

波の進行方向と空気塊の動きが直交するので、内部重力波は横波である

次に速度と圧力の関係を調べる。式(2-39)から  $x$  の正の向きに伝わる波では ( $\sigma k > 0$ ) では  $U$  と  $P$  が同位相であることが分かる。式(2-40)から上向き ( $\sigma m > 0$ ) に位相が伝わる波は音波であれば  $\sigma^2 > \sigma_a^2$  なので  $W$  と  $P$  が同位相であるが、内部重力波では  $N^2 > \sigma^2$  なので逆位相になる。

ここまであまり触れなかったが  $y$  方向の式(2-41)を考える。 $\sigma$  が  $f$  に比べて十分大きければ  $V$  は無視でき、直線偏波しているといえるだろう。もちろん  $\sigma$  が  $f$  に近い値をとるならば楕円偏波する。

## 3 全電子数の解析システム

### 3-1 GEONET

解析には GPS Earth Observation Network、通称 GEONET と呼ばれる GPS 受信機群から得られたデータを用いた。

GPS は衛星を用いて受信機の位置 (緯度、経度、高度) を高精度に決定するシステムである。これに用いられる衛星 (GPS 衛星) の軌道高度は約 20000 の軌道で、周期は約半日である。軌道上に 28 機配備されており、地球上のどの点からも同時に複数の衛星を見ることができる。この衛星には高性能な原子時計が搭載されており、地上に正確な時間間隔で 2 つの異なる周波数 (1575.42、1227.60 MHz) の電波を出力する。出力された電波が受信されるまでに要した時間に光速を乗することで、衛星 - 受信機間の距離<sup>†4</sup> を求める。これを同時に複数の衛星に対して行うことで、受信機の正確な位置を決定することができる。

GEONET は日本の国土地理院によって日本全体の地殻変動を調査するために設置された。この活動は 1994 年の 4 月に始まり、関東から東海にかけて 110 機の受信機が設置された。その活動は続いており、現在では受信機の数 が 1000 を超え、受信機間の平均距離が約 25 km となっている。このような分布密度の大変高い受信機群による GEONET のデータを用いて日本全体の TEC の擾乱成分の地図が作られている。

受信機は衛星から 30 秒ごとにデータを受け取る。この受信機は同時に約 6 機の衛星から電波を受け取るので全体で 5000 以上のデータが得られ、TEC を時間的、空間的に詳しく観測できる。

詳しくは次の節で述べるが、GPS 衛星が出力する異なる周波数の電波の位相のずれから相対的な TEC が求められる。位相のあいまいな箇所は測定された擬似距離から補正される。擾乱成分は観測された値からその点での 1 時間平均の値を取り除くことで求める。よりよい値を得るには送信機、受信機の機械的バイアスを取り除く必要がある、このシステムではこれを平均値を取り除くことで行う。また電波は電離圏に対して斜めに入射するので、斜いた光路長にわたる電子密度の積分値を鉛直積分値に直すために (電離圏の鉛直長さ)/(送受信機間の距離) を、得られた値に乘する。

<sup>†4</sup>この距離は受信機の時計の誤差及び、電離圏や水蒸気による電波の遅延を含むので擬似距離という



観測された値は  $0.15^\circ \times 0.15^\circ$  の格子点の値として記録する。観測地点は電離圏で最も電子密度の高い高度 300 km を電波が通過する点とし、複数の電波が通過する場合は平均値を格子点の値とする。10 以上の電波が集中する場合は値を 10 個まで用いる。仰角の低いものは鉛直積分値に直す時に疑わしく、観測精度が落ちるため仰角が  $60^\circ$  以下の観測地は無視する。

### 3-2 TEC の推定

Total Electron Content (TEC) は衛星から出力された電波が地上に到達するまでに通過した経路に存在する単位面積あたりの自由電子数である。単位は  $el/m^2$ 、 $el$  は電子数である。この値はほぼ電離圏の電子数を表すといつてよい。太陽活動や、緯度によって変化するが、通常日本での TEC は数  $10 \times 10^{16} el/m^2$  である。

GPS を用いた TEC の測定には、電波伝播速度が電子数密度及び周波数によることを用いる。

#### 3-2-1 電磁波の式の導出

電離圏中での電波の伝播を考える。

ファラデーの法則より

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3-1)$$

アンペールの法則より

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} + \epsilon \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3-2)$$

である。 $E$ 、 $B$ 、 $j$  はそれぞれ電場、磁場、電流ベクトルであり、 $\epsilon$ 、 $\mu$  は真空の誘電率、透磁率である。式 (3-1) の回転を取り式 (3-2) を代入する

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) \\ &= -\mu \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3-3)$$

この式の左辺を変形すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} &= -\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) \\ \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} &= -\nabla^2 \mathbf{E} \end{aligned} \quad (3-4)$$

これを使うと式 (3-3) は

$$-\nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (3-5)$$

となる。

電流は定義より

$$\mathbf{j} = -en_e \mathbf{v} \quad (3-6)$$

と表される。 $e$  は電気素量、 $n_e$  は電子数密度である。これに  $m$  を電子の質量とし磁場の効果を見捨てた電子の運動方程式

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -e\mathbf{E} \quad (3-7)$$

を代入すると、

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2 n_e}{m} \mathbf{E} \quad (3-8)$$

となり、これを式 (3-5) に代入すると

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu \frac{e^2 n_e}{m} \mathbf{E} \quad (3-9)$$

となる。これが電離圏中の電波を表す式である。

### 3-2-2 伝播速度の導出

簡単のために波が  $x$  軸方向にのみ進むとし、電場をフーリエ表記で書くと

$$\mathbf{E} = E_0 e^{-i(\omega t - kx)} \mathbf{x} \quad (3-10)$$

となる。これを式 (3-9) に代入整理すると

$$-k^2 + \epsilon\mu\omega^2 = -\mu \frac{e^2 n_e}{m}$$

となり

$$\epsilon\mu = \frac{1}{c^2}$$

を使うと

$$-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{e^2 n_e}{\epsilon c^2 m} \quad (3-11)$$

となる。 $c$  は光速である。これは電離圏中での電波の分散関係を表す。位相速度  $v_P$  は式 (3-11) を変形すると

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{1}{c^2} \left( 1 - \frac{e^2 n_e}{\epsilon m \omega^2} \right)$$

となり、位相速度は

$$v_P = \frac{\omega}{k} \quad (3-12)$$

と書けるので、電離圏中の電波の位相速度は

$$v_P = \frac{\omega}{k} = c \left( 1 - \frac{e^2 n_e}{\epsilon m \omega^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3-13)$$

となる。群速度  $v_G$  は

$$v_G = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (3-14)$$

で表されるので、式 (3-11) を  $k$  で微分すると

$$\frac{\partial \omega}{\partial k} = c^2 \frac{k}{\omega}$$

となる。式 (3-11) を用いて  $k$  を消去すると

$$v_G = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c \left( 1 - \frac{n_e e^2}{\epsilon m \omega^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3-15)$$

となる。式 (3-13)、式 (3-15) から位相速度、群速度が共に電子数密度及び周波数に依存し、位相速度は光速より速く、群速度は遅いことが分かる

### 3-2-3 TEC の導出

電離圏中で電波が  $dl$  の距離を進むとき、真空中で電波は  $c \frac{dl}{v_P}$  進む。その差を  $d_P$  とすると

$$d_P = (v_P - c) \frac{dl}{v_P} \quad (3-16)$$

となり、これを 0 から  $l$  まで積分すると

$$D_P = \int_0^l \frac{v_P - c}{v_P} dl = \int_0^l \left( 1 - \frac{c}{v_P} \right) dl$$

となる。式 (3-13) を  $\frac{e^2 n_e}{\epsilon m \omega^2} \ll 1$  を用いて近似すると

$$\frac{c}{v_P} \simeq 1 - \frac{e^2 n_e}{2 \epsilon m \omega^2}$$

となり、これを代入すると

$$D_P = \frac{e^2}{2 \epsilon m \omega^2} \int_0^l n_e dl$$

となる。 $\omega$  を周波数  $f$  を用いて書き換えると

$$D_P = \frac{e^2}{8\pi^2 \epsilon m f^2} \int_0^l n_e dl \quad (3-17)$$

となる。定数に数値を代入して計算すると式 (3-17) は

$$D_P \simeq \frac{40.30}{f^2} \int_0^l n_e dl \quad (3-18)$$

となる。 $n_e = n_e(l)$  と書けるとし、積分範囲を衛星から受信機までとすると積分部分は TEC といえる。TEC の値を  $I$  とすれば式 (3-18) は

$$D_P = \frac{40.30I}{f^2} \quad (3-19)$$

となる。

3-1 節で述べたように、GPS 衛星から正確な時間間隔で電波が出力されている。よって観測器側の誤差はあるが電波の到達時刻から伝播に要した時間が分かる。そこで位相の伝播に要した時間と光速の積を  $L$  とする。これは位相速度が電離圏中で光速を超えるため GPS 衛星と受信機の真の距離ではない。GPS の周波数 (1575.42、1227.60 MHz) をそれぞれ  $f_1$ 、 $f_2$ 、真の距離を  $\rho$ 、対流圏での水蒸気による遅れを  $\sigma$ 、機械のバイアスを  $b$  とすると  $f_1$ 、 $f_2$  に対応する  $L$  は

$$L_1 = \rho + \sigma - D_{P1} + b_1 \quad (3-20)$$

$$L_2 = \rho + \sigma - D_{P2} + b_2 \quad (3-21)$$

式 (3-20)、式 (3-21) の差を取ると

$$L_1 - L_2 = -(D_{P1} - D_{P2}) + (b_1 - b_2) \quad (3-22)$$

となり、式 (3-19) を代入し整理すると

$$I = -\frac{1}{40.30} \left( \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right)^{-1} [(L_1 - L_2) - (b_1 - b_2)] \quad (3-23)$$

となる。式 (3-23) より機械的バイアスを取り除けば、TEC を 2 つの電波の位相が到達する時刻から求めることができる。<sup>†5</sup>

<sup>†5</sup> 到達時刻の差を見るには 2 つの電波の位相を合わせる必要がある。

## 4 大規模伝播性電離圏擾乱の解析結果・考察

2003年8月10日から同年の11月30日の期間のTEC擾乱の水平分布図を用いてLSTIDsの解析を行った。解析項目は出現日と時刻、伝播する方角、速度である。この期間には磁気嵐が起きており(8/17 - 8/22, 10/28 - 11/4, 11/20 - 11/25)、この期間のデータの解析から磁気嵐とLSTIDsの発生の関係を調べることができる。磁気嵐は地球全体の地磁気が激しく減少する現象である。太陽活動などによって赤道環電流<sup>†6</sup>を構成する粒子数が急激に増え、発達し地球の磁場を減少させることで起こる。

### 4-1 解析方法

解析には10分ごとのTEC擾乱の水平分布図を用いた。水平分布図はGPS-TECデータベースのものを用いた(URL : <http://stegps.kugi.kyoto-u.ac.jp/>)。図8にその一例を示す。地図上の赤い部分がTECの擾乱が大きい領域である。

この解析ではLSTIDsの抽出条件を(1)規模が地図での日本の半分以上(約1000km)を占めていること、(2)それが伝播していることとした。出現時間は地図上にLSTIDsの一部が見えた時刻から、全てが見えなくなるまでとした。伝播の方角及び速度はLSTIDsが波面に垂直に伝播しているものと仮定し、波面の10分間での緯度、経度方向への偏移から求めた。

### 4-2 解析結果

#### 4-2-1 発生頻度と特徴

2003年8月10日から同年の11月30日までに42のLSTIDsが見られた。そのうち35のLSTIDsで伝播する方角及び速度を求めた(表1)。

まずLSTIDsが出現した日及び、時刻のグラフを図9、図10に示す。LSTIDsが2日間に渡って見られる場合、出現日は早いほうの日とした。後者はLSTIDsが見えていた時刻をカウントし、足し合わせたものである。

<sup>†6</sup>赤道域を取り巻くように流れる電流。電離された粒子が磁場の勾配によってドリフトされることで起こる。

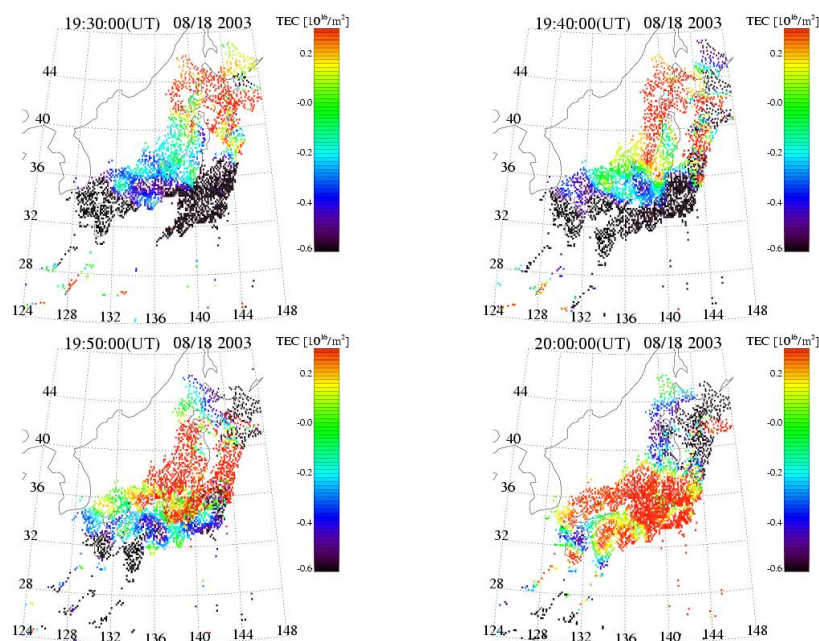


図 8: GEONET perturbation TEC map : カラーコンターは観測値とその 1 時間での平均値の差を示している。2003 年 8 月 18 日 19 時 30 分から 20 時 (UT)。赤い部分は TEC の擾乱が起きている領域を示し、これが北東から南西方向に伝播しているのが見える。

出現日にばらつきがあるが 8 月 18 日、10 月 30 日、11 月 20 日に多数の LSTIDs が見られた。これは磁気嵐発生時に一致しており、両者に関連があることを示唆する。出現時刻は 18 時から 13 時に集中している。

次に水平伝播速度及び方角を示す。全 42 のうち 35 の LSTIDs についてこれを求めた。方角は東経 136° の経線と伝播する向きのなす角を、真北から伝播するものを 0° とし反時計周りを正として導出した。図 11 より、伝播速度は 300-400 m/s 及び 500-600 m/s にピークを持つことが分かる。このピークはそれぞれ静穏時と磁気嵐発生時の LSTIDs によって作られている。なお平均水平伝播速度は 488 m/s で、磁気嵐発生時は 602m/s、静穏時が 404m/s であった。

35 の LSTIDs の内、赤道から極方向へ伝播するものが 6 例あった。極から赤道方向へ伝播する LSTIDs の内 19 例が北西から南東方向へ伝播し、10 例が北東から南西方向に伝播した。LSTIDs のほとんどが極から赤道方向に伝播すると考えられているが、赤道から極方向へ伝播するものが少なからず見られた。これは低緯度で LSTIDs が発生し、それが極方向に伝播する機構が存在することを示唆する。

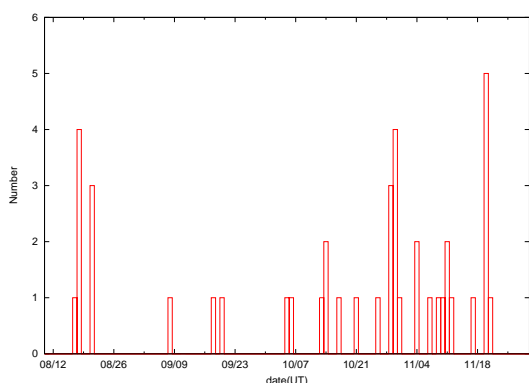


図 9: 2003 年 8 月 10 日から 11 月 30 日までの LSTIDs の出現数: 横軸は UT での日付、縦軸は出現数。

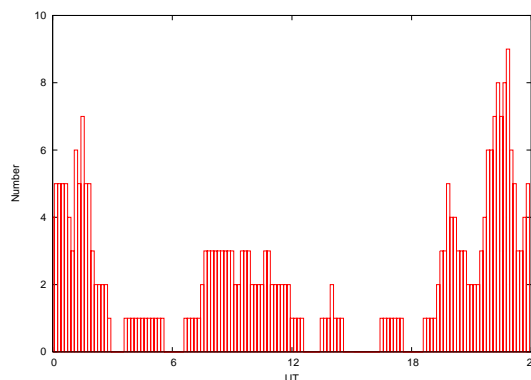


図 10: LSTIDs が地図上に出現した全ての時刻をカウントしたもの: 横軸は UT での時間、縦軸は観測された回数。

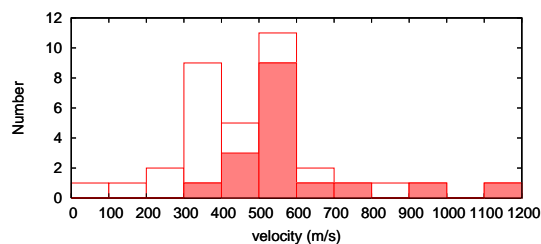


図 11: 水平伝播速度の分布: 横軸が 100m/s 間隔の速度、縦軸は LSTIDs の数。磁気嵐発生時は 500 m/s から 600 m/s に集中し、静穏時は 300 m/s から 400 m/s に集中して分布するためピークが二つある。磁気嵐発生時の LSTIDs は赤で表示。

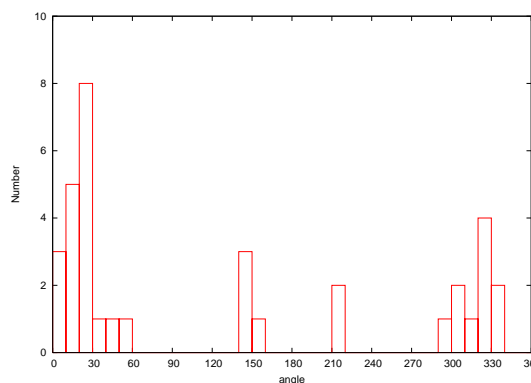


図 12: 伝播する向きの分布: 横軸は東経 136° の経線と伝播する向きのなす角 (10° 間隔)、縦軸は LSTIDs の数。角度が 0° から 90° のものは日本の南東方向に、270° から 360° ものは南西方向に伝播する。

#### 4-2-2 Dst index との関係

LSTIDs は地磁気の擾乱時に発生すると考えられている。そこで LSTIDs の発生と地磁気の擾乱の関係を見るために、Dst index のグラフに LSTIDs が出現した時刻をプロットしたものを示す (図 13)。用いた Dst index は京都大学大学院理学研究科附属地磁気世界資料解析センターの Final Dst index である。Dst index は赤道付近に設置された 4 箇所の観測点より得られた地磁気から導出される、地磁気の擾乱を示す指数である。地磁気が減少すると、これは負の値をとる。

解析した期間では Dst index が 8/17-8/22、10/28-11/4、11/20-11/25 に大きく減少した。このような Dst index の大きな減少、つまり地磁気の大減少を磁気嵐と呼ぶ。Dst index が減少を始めてからピークまでの期間を主相、減少が回復していく期間を回復相と呼ぶ。磁気嵐の期間に LSTIDs は多数出現した。発生した LSTIDs は主相に集中し、回復相では見られなかった。

また磁気嵐ほど大きくはないが、地磁気の減少が見られる日に LSTIDs が出現する傾向が見られた。加えて回復相での Dst index は連続的に増加するので、主相で取った Dst index の値を回復相でもう一度取ることになるが、このとき LSTIDs は発生していない。この 2 点から LSTIDs は地磁気の擾乱の大きさではなく、地磁気が急激に下がる時に出現するまたは、急激に下がる時に発生する別の現象によって引き起こされるといえるのではないだろうか。

#### 4-2-3 AE index との関係

最後に高緯度電離圏との関係を見るため AE index と LSTIDs の出現時刻を比較する。用いた AE index は京都大学大学院理学研究科附属地磁気世界資料解析センターの Quicklook AE index である。AE index はオーロラ電流の全体的な強さを示す指数である。このオーロラ電流が発達すると大量のジュール熱を発生し、それが大気重力波の原因になるのではないかと考えられている。

図 15-17 には上から AU、AL、AE、AO index の値を示している。また LSTIDs が出現していた時刻を赤い直線で示した。ここでは (1) 磁気嵐発生時の例として 10 月 28 日から 31 日 (図 15)、(2) 磁気嵐は起こっていないが、オーロラ領域での地磁気の擾乱が観測された例として 2003 年 11 月 6 日、7 日 (図 16)、(3) 最後に磁気嵐は起こっておらず、AE index の変動もほとんど見られない例として 2003 年 10 月 5 日 (図 17) のグラフを示す。



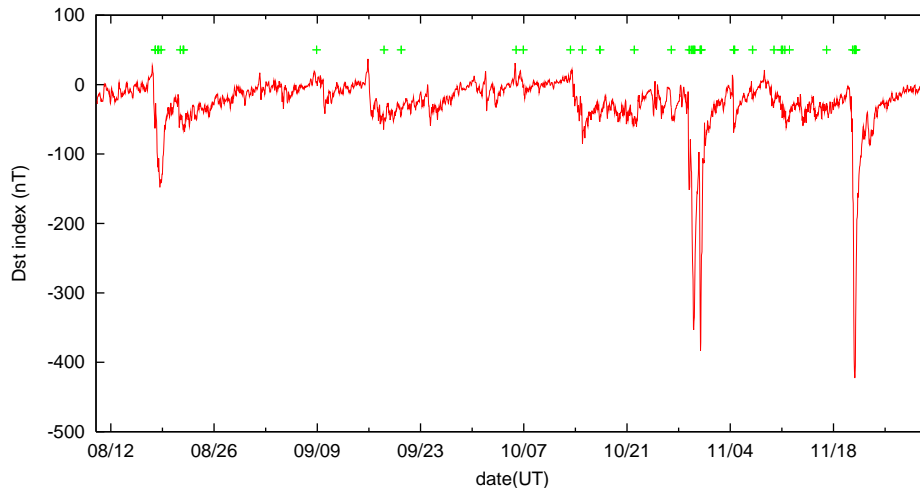


図 13: 2003 年 8 月 10 日から 11 月 30 日までの Dst index と LSTIDs の出現時刻：縦軸は Dst index の値 (nT)、横軸は UT での日付。図の下の線がその時刻での Dst index の値を示し、上の点が LSTIDs が見られた時刻を示す。図では見づらいが磁気嵐発生時 (Dst index が急に減少する時刻) に多数の LSTIDs の出現が観測された。

LSTIDs は図 13、図 16 のように AE index の変動中、または変動後に出現することが多くあった。これまで言われているように LSTIDs の発生には AE index の増加、つまりオーロラ電流の発達に関係しているように考えられる。しかし図 17 に見られるように AE index がほとんど変動しない場合にも LSTIDs は出現しており、また変動していても LSTIDs が観測されないことも多数あった。

AE index の変動と LSTIDs と出現の関係に着目し、発生地点を推定した。AE index が変動を始めた時刻に LSTIDs が発生、伝播を始めるとし (表 1)、さらに伝播中に LSTIDs の伝播速度、方角が変化しないと仮定した。AE index の変動が発生した時刻と LSTIDs が観測された時刻の差と速度の積を日本までの伝播距離とし、北緯 36° 東経 136° を中心とする正距方位図に推定される発生地点を三角でプロットした (図 18)。推定した地点はオーロラ帯、またその周辺に多く分布した。この結果はオーロラ電流の発達によって、LSTIDs が発生するという従来の考えと整合的である。しかしオーロラ帯から離れた地点にもいくつか存在し、これまで

考えられてきた高緯度での発生機構以外のものがあることを示唆する。今後の詳細な発生領域の研究をするには、コリオリ力や減衰を考慮した LSTIDs のより詳しい伝播過程の検討が必要である。

図 19 に伝播中に伝播速度、方角が変化しないと仮定した LSTIDs の、日本に到達する 1 時間前から 4 時間前までに存在する点を示す。

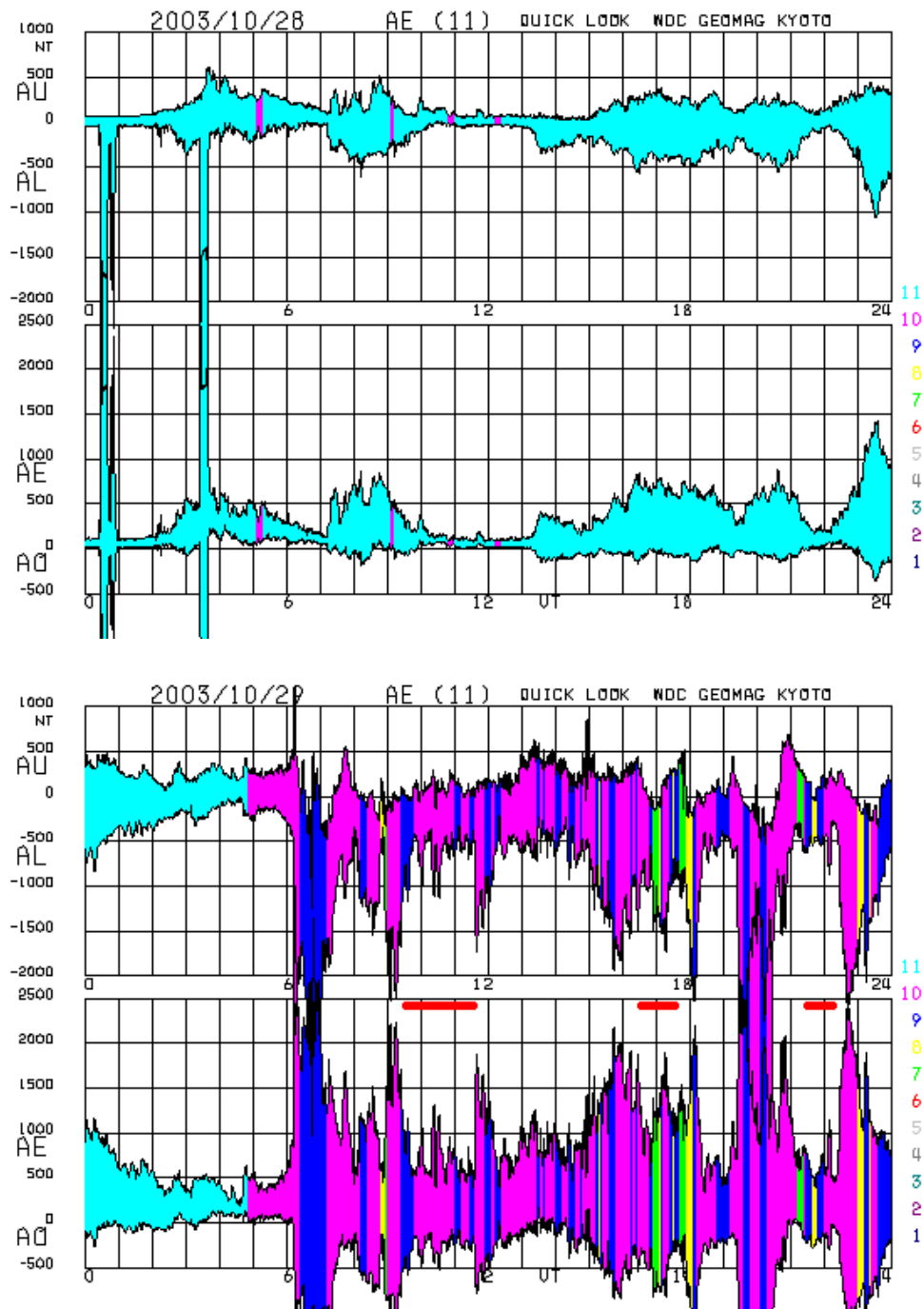


図 15 - a: 2003 年 10 月 28-29 日 (磁気嵐発生時) の AE index : 横軸は UT での時間、縦軸は上から AU、AL、AE、AO index の値 (nT)。赤い線は LSTIDs が出現していた時間である。10 月 29 日の 6 時頃から激しく変動している時刻または、ピークの値をとった後に LSTIDs が観測された様に見える。

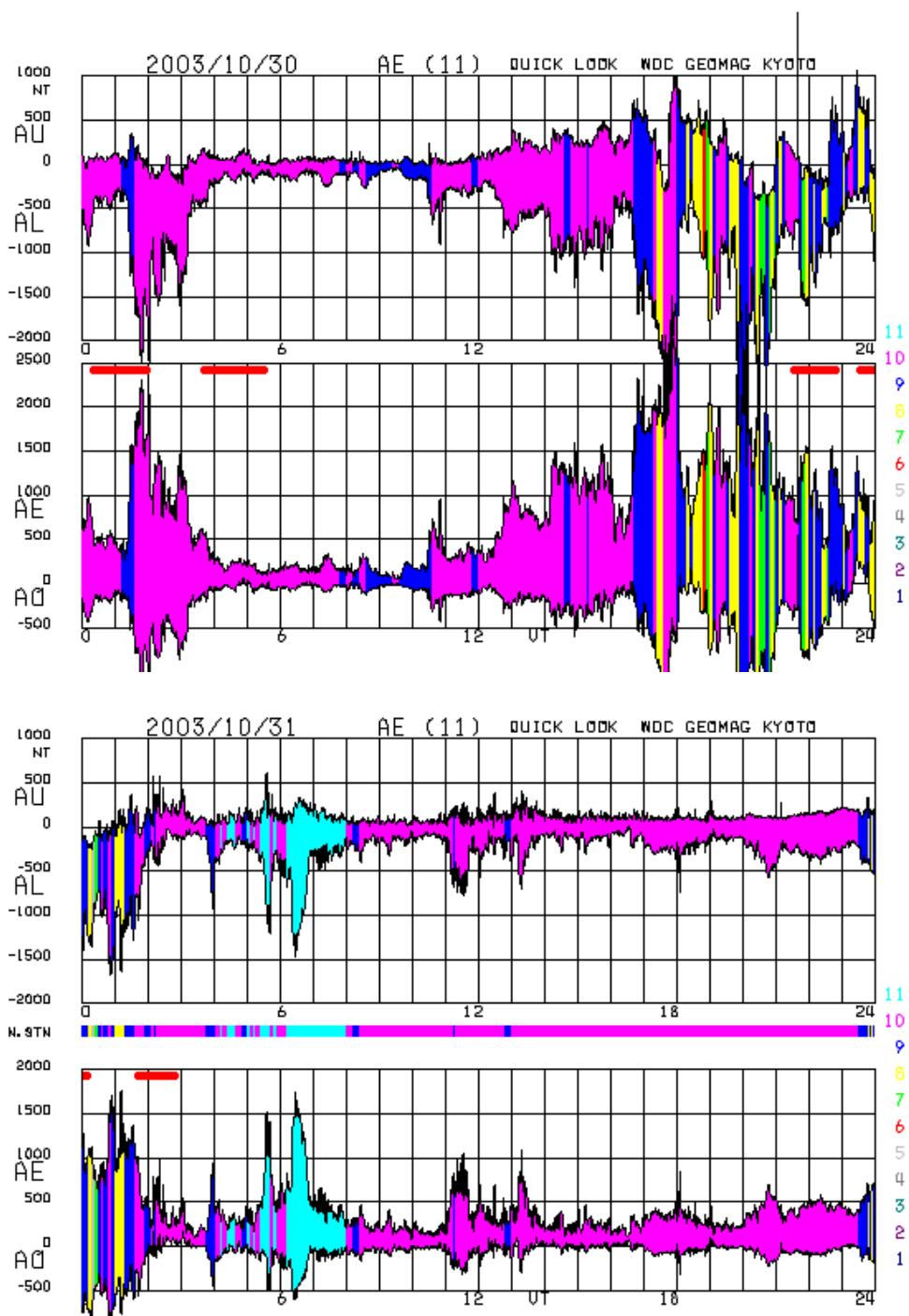


図 15 - b: 2003 年 10 月 30-31 日 (磁気嵐発生時) の AE index: 変動が休止するも再び発生し 31 日の 3 時ごろに納まる。変動の見られない時刻に LSTIDs は見られず、AE index が変動しピークの値をとった後に出現したように見える。

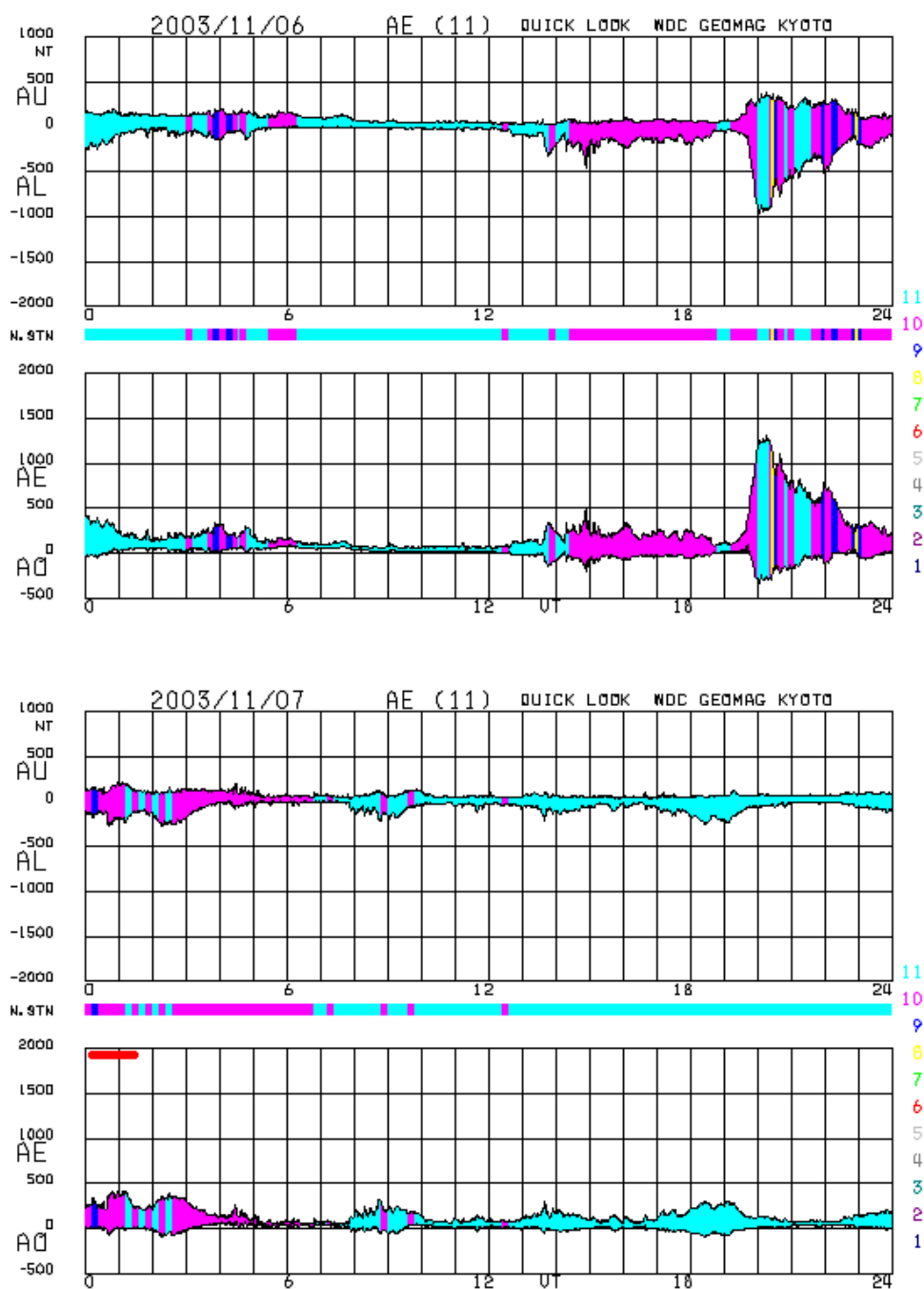


図 16: 2003 年 11 月 6-7 日の AE index : 11 月 6 日の 20 時に AE index の増加が見られ、11 月 7 日に LSTIDs が観測されている。

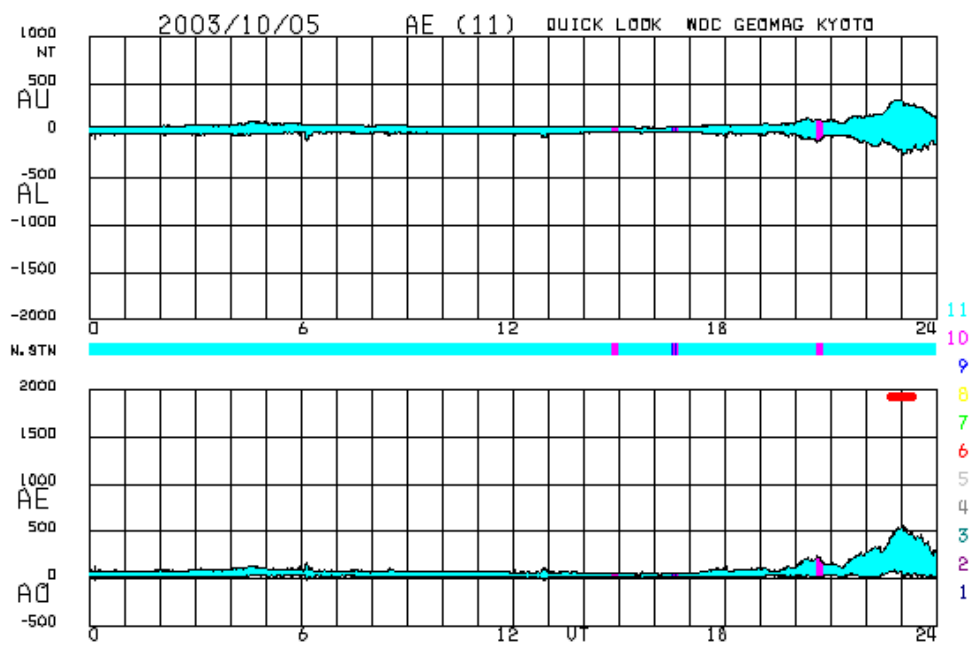


図 17: 2003 年 10 月 5 日の AE index : わずかな変動が見える。

表 1: LSTIDs の水平伝播速度及び方向 : date、time、velocity、direction、AE time はそれぞれ出現日、出現時刻、水平伝播速度、伝播方向、AE index が変動を始めてから LSTIDs が出現するまでの時間

number	date[UT]	time[UT]	velocity[m/s]	direction[ °]	AE time[min]
1	8/17	23:40	553	5	100
2	8/18	8:30	553	4	260
3	8/18	11:40	739	3	280
4	8/18	19:30	922	-34	100
5	8/21	9:50	315	149	
6	8/21	19:20	370	-60	180
7	8/21	19:50	241	40	220
8	9/8	21:20	526	144	
9	9/18	1:10	338	24	120
10	10/5	22:40	252	25	
11	10/6	22:00	526	-36	270
12	10/13	7:30	166	154	
13	10/14	22:10	692	-21	130
14	10/21	22:50	441	47	210
15	10/26	23:50	354	17	200
16	10/29	16:30	1168	-51	120
17	10/29	21:30	534	16	140
18	10/30	0:20	595	23	110
19	10/30	3:40	695	-41	140
20	10/30	21:30	504	25	180
21	10/31	1:40	539	14	70
22	11/4	10:40	817	51	100
23	11/4	14:00	315	211	
24	11/7	0:10	301	17	280
25	11/9	21:50	584	-51	250
26	11/10	21:50	424	24	240
27	11/11	7:40	79	211	
28	11/12	0:30	418	25	270
29	11/17	1:30	354	17	300
30	11/20	13:30	418	25	330
31	11/20	18:40	491	28	420
32	11/20	19:40	590	-37	300
33	11/20	22:20	594	-37	220
34	11/20	22:50	338	-24	170
35	11/21	1:10	394	149	

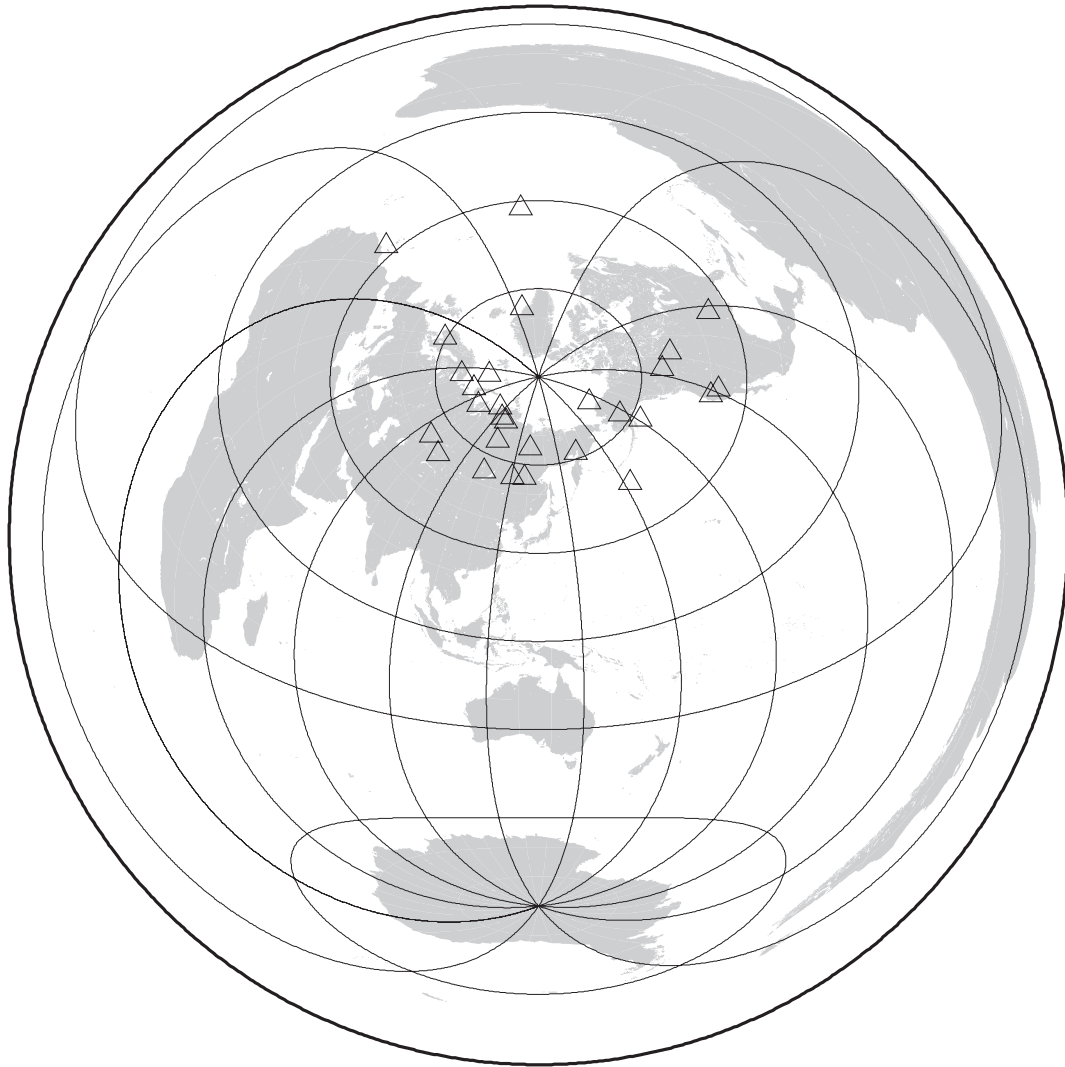


図 18: AE index の変動時刻から推定した LSTIDs の発生地点: 北緯 36° 東経 136° を中心とする正距方位図に三角でプロットした。30° ごとに経線、緯線を描いた、緯線は地理緯度である



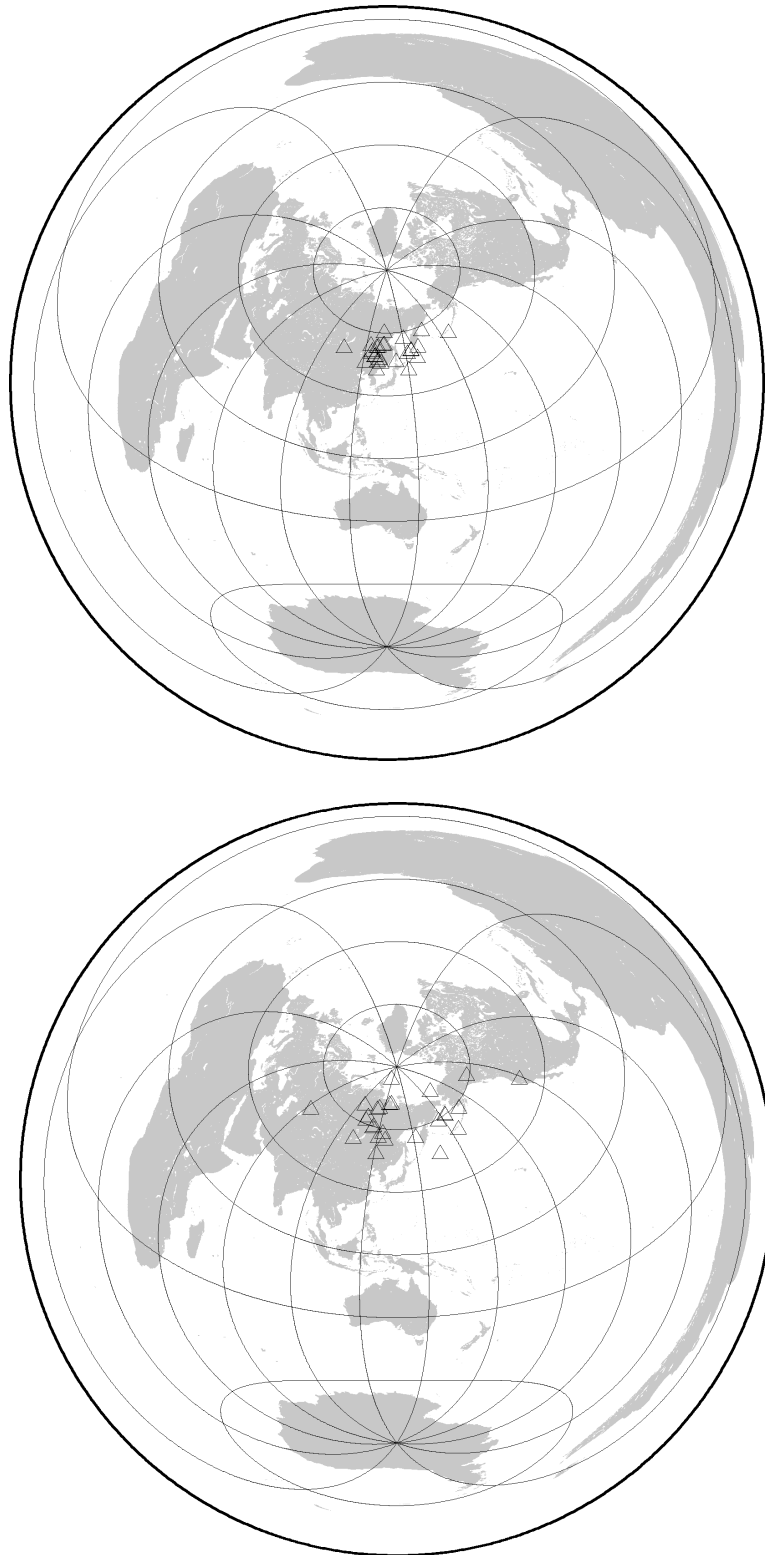


図 19 - a: 推定した LSTIDs が日本に到達する 1 時間前 (上)、2 時間前 (下) の点 : 北緯 36° 東経 136° を中心とする正距方位図に三角でプロットした。30° ごとに経線、緯線を描いた、緯線は地理緯度である

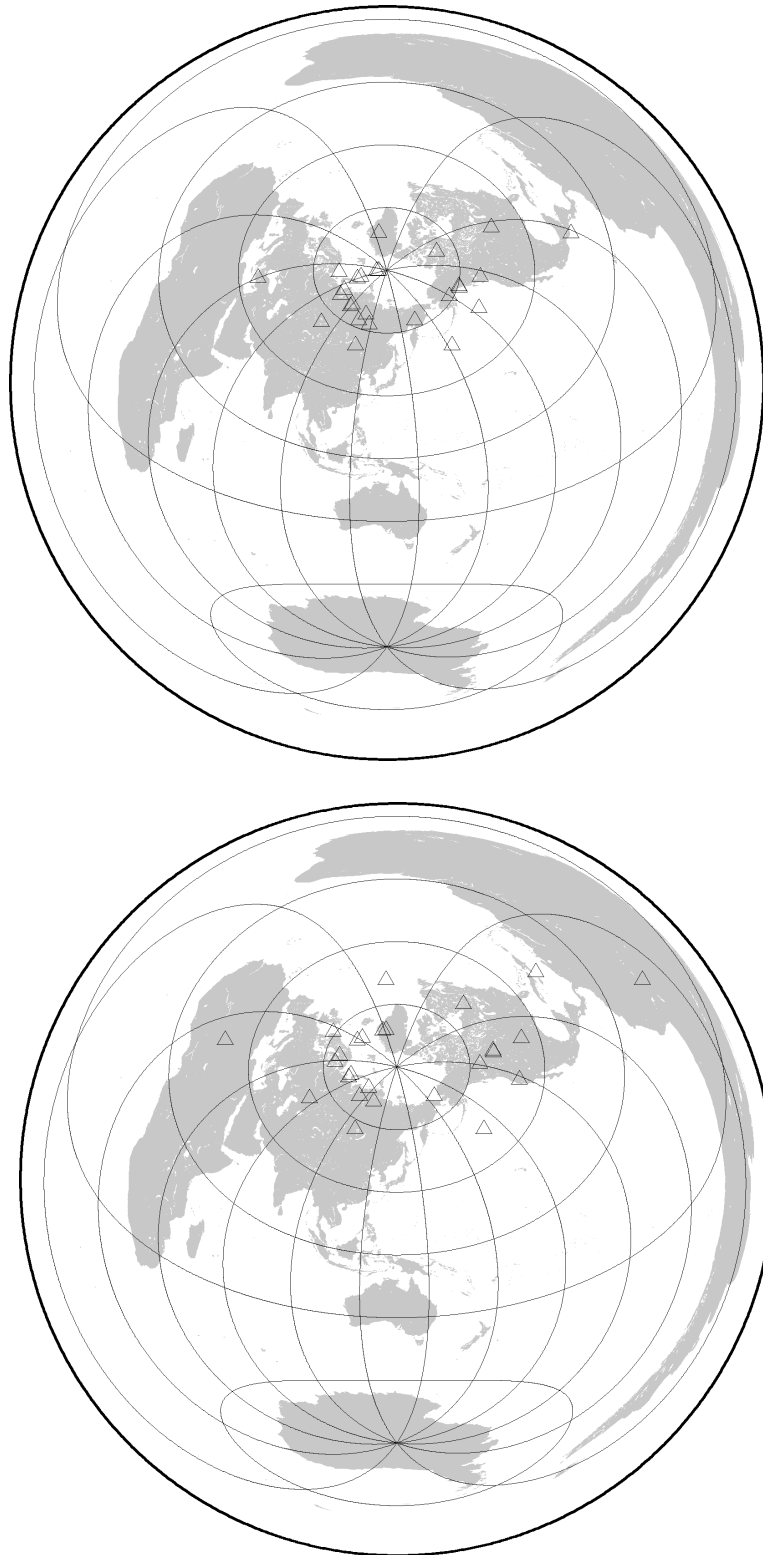


図 19 - b: 推定した LSTIDs が日本に到達する 3 時間前 (上)、4 時間前 (下) の点 : 北緯 36° 東経 136° を中心とする正距方位図に三角でプロットした。30° ごとに経線、緯線を描いた、緯線は地理緯度である

## 5 まとめ

地球の高度約 80 km から約 700 km には中性大気の電離によって電子及びイオンが存在し、電離圏と呼ばれる。電離圏の電子密度分布は層構造をなし、中緯度では主に太陽放射、高緯度では粒子の降り込みによって決定されるが、中性大気風や磁気嵐によって電子密度分布が変化することが知られている。

電離圏では水平方向に 1000 km 以上の規模を持つ電子密度分布の擾乱が伝播する現象が知られており、大規模伝播性電離圏擾乱 (Large-Scale Traveling Ionospheric Disturbances : LSTIDs) と呼ばれる。この現象の原因の一つにはオーロラ電流のジュール加熱により発生する大気重力波が考えられている [Hines (1960)]。しかしこれまでレーダーや GPS を用いた観測が行われてきたが、未だに発生機構、伝播機構は解明されていない。

本論文では LSTIDs の発生機構を解明すべく、この現象の出現の特徴を、GPS ネットワークを用いて作られた TEC 擾乱の水平分布図を用いて解析した。解析期間は 2003 年 8 月 10 日から 11 月 30 日である。この期間に 42 例の LSTIDs が確認され、内 35 例でその水平伝播速度及び伝播方向を求めた。

解析の結果 LSTIDs は磁気嵐が発生している期間に多数見られた (19 例)。これはこれまでの考えられてきた磁気擾乱時に LSTIDs が発生するという特徴と合致した。出現時刻は日本時間の 3 時から 12 時までに多く見られた。水平伝播速度は磁気嵐が起きているときに出現したものが静穏時に出現したものに比べ速く、それぞれの平均は 602 m/s と 402 m/s であった。伝播する方角は、35 例の内 6 例が赤道から極方向へ伝播した。

また LSTIDs が発生した時刻での地磁気の様子を Dst index 及び、AE index を用いて調べた。その結果これまで考えられていた磁気擾乱時に発生する特徴が確かめられた。磁気嵐が発生した期間での LSTIDs の出現は主相に集中し、回復相では見られなかった。

AE index が変動を始めた時刻及び観測された伝播速度、方角から LSTIDs の出現地点を推定したところ、LSTIDs の発生地点はオーロラ帯及びその周辺に多く分布した。これは LSTIDs がオーロラ電流の発達によって発生する可能性を示唆している。しかし、オーロラ帯から大きく外れているものもあり、オーロラ電流以外の発生機構が示唆された。

## 謝辞

研究の題材及び道筋を示していただいた指導教員の渡部重十教授、普段のゼミでお世話になっている倉本圭助教授、並びに貴重なお時間を割いて私のつたない論文を直し、ご意見を下さった地球流体研究室の高橋芳幸氏、惑星物理学研究室の光田千紘氏、及び同研究室の皆様にお礼を申し上げたい。

今回の研究にはGEONETのデータ及び、京都大学の斉藤氏によるGPSTECデータベースのシステムを使わせていただいた。論文作成においては地球流体研究室の森川靖大氏が作成した論文用 $\text{T}_\text{E}\text{X}$ テンプレートファイルを使わせていただいた。お礼を申し上げたい。

---

## 参考文献

- Hines, C. O., 1960: Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys. Lett.*, **38**, 1441-1481.
- Kato Susumu , 1980: Developments in Earth and Planetary Sciences 01DYNAMICS OF THE UPPER ATMOSPHERE. Center for Academic Publications Japan/Tokyo , D.Reidel Publishing Company/Dordrecht·Boston·London,1pp.
- 松野太郎 島崎達夫, 1981: 大気科学講座 3 成層圏と中間圏の大気. 東京大学出版会, 168pp.
- 恩藤忠典 丸橋克英, 2000: ウェーブサミット講座 宇宙環境科学. オーム社, 71pp.
- Saito, A., S. Fukao, and S. Miyazaki , 1998: High resolution mapping of TEC perturbations with the GSI GPS network over japan. *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 3079-3082.
- Tsugawa, T., A. Saito, Otuka, Y , 2004: A statistical study of large-scale traveling ionospheric disturbances using the GPS network over japan. *J. Geophys. Res.*, **109**, (A06302), doi:10.1029/2003JA01032.
- 津川卓也, 2000: GPS による TEC の算出方法. <http://www-step.kugi.kyoto-u.ac.jp/tsug/study/RNX2TEC.pdf>.
- Wolfgang Baumjohann , Rudolf A. Treumann, 1997: Basic Space Plasma Physics. Imperial Collige Press, 47pp.