

修士論文

二酸化炭素氷雲による初期火星の温暖化：
一次元放射モデルを用いた
雲凝結フラックスと雲面密度及び粒径の推定

Warming of early Mars induced by CO₂ ice
clouds: Estimations of cloud condensation flux,
icepath and radius by a one-dimensional
radiation model

光田 千紘

MITSUDA Chihiro

惑星物理学研究室

平成 17 年 1 月 28 日提出

目次

1	はじめに	1
2	数値モデル	3
2.1	鉛直温度構造	3
2.2	放射伝達モデル	4
2.2.1	非散乱層の放射伝達方程式	4
2.2.2	散乱層の放射伝達方程式	6
2.3	雲凝結フラックス	11
2.4	計算上の設定	12
3	結果	16
3.1	惑星正味射出フラックス	16
3.2	地表面温度	18
3.2.1	雲を無視した場合	19
3.2.2	面密度依存性	20
3.2.3	粒径依存性	22
3.2.4	大気圧依存性	24
3.3	雲凝結フラックス	26
3.3.1	粒径依存性	27
3.3.2	大気圧依存性	28
3.4	粒径変化を無視した場合の面密度推定	29
3.4.1	粒径依存性	30
3.4.2	大気圧依存性	31
3.5	粒径変化を考慮した場合の面密度推定	32
3.5.1	面数密度依存性	33
3.5.2	大気圧依存性	35
4	議論	36
4.1	粒子沈降による質量消失フラックス	36
4.2	面数密度値の妥当性	37
4.3	その他の要因による火星の温暖化の可能性	37
4.3.1	メタン	38
4.3.2	アンモニア	38
4.3.3	ダスト	39
5	まとめ	40

要旨

地形学的証拠から約 38 億年前の火星は液体の水が地表面で安定に存在できるほど温暖であったと推測されているが、そのメカニズムについては未だ解明されていない。当時の大気は現在と同様に光化学的に安定な二酸化炭素が大部分を占めていたと考えられる。しかし、火星が厚い二酸化炭素大気を持っていたとしても、当時の暗い太陽の下では二酸化炭素自身の凝結潜熱によって大気上層の温度が上昇し、その結果、雲の放射過程を無視した場合には温室効果が弱まり温暖な気候は再現されないことが指摘されている (Kasting, 1991)。そこで近年注目されているのが、二酸化炭素氷雲による散乱温室効果である (Pierrehumbert and Erlick, 1998)。従来の研究では氷雲による温室効果は大気圧のみならず雲パラメータ (雲粒半径, 雲面密度) に強く依存すること、適切な雲パラメータの場合には温暖湿潤な気候が再現されることが示された (Pierrehumbert and Erlick, 1998; Mischna *et al.*, 2002; Yokohata *et al.*, 2002)。しかし、実際にどのようなパラメータ値が実現され得るのかについてはこれまでほとんど調べられていない。そこで本研究では放射伝達計算から雲の凝結フラックスを求め、凝結蒸発平衡の条件を課すことにより雲パラメータの推定を行い、温暖湿潤な気候が再現される大気圧条件を検討した。

鉛直一次元放射モデルを用い、大気成分は簡単のため二酸化炭素および水蒸気のみとした。鉛直温度分布は成層圏温度を薄い灰色大気に対する放射平衡解を用いて与えた。対流圏の温度分布は水蒸気の湿潤断熱減率により与えた。大気温度が二酸化炭素の凝結温度を下まわった高度で雲が形成されるものとし、雲層の温度分布は二酸化炭素の湿潤断熱減率に等しいものとしてその飽和蒸気圧曲線から与えた。太陽光度は 38 億年前を想定して現在の 0.75 倍の値とし (Gough, 1981)、地表面-大気系のアルベドは観測値から 0.216 (Kieffer *et al.*, 1977) を与えた。成層圏及び雲下層の非散乱大気層における大気の吸収係数は line-by-line 法で評価し、吸収線パラメータは HITRAN 2000 を用いた。雲層の放射伝達は雲粒の散乱吸収および大気の吸収を考慮し エディントン近似を用いて解いた。雲粒の光学係数は二酸化炭素氷の複素屈折率 (Warren, 1986) を用いてミー理論から求めた。雲層内の気体の吸収係数はバンドモデルの一種であるランダムモデルを用いて評価し、バンドパラメータには Houghton (2002) を適用した。以上の計算から放射による雲層の正味冷却エネルギーを求め、これを凝結フラックスと等しいとした。

結果、雲の粒径が 7 から 25 μm の場合には面密度と凝結フラックスの大きさの間に負のフィードバックが生じ、ある一定値の周りで面密度の擾乱が抑制される。

凝結フラックスは太陽放射, 赤外放射による加熱, 及び雲の自己冷却を左右する雲温度に依存する. 地表面温度が増加すると大気下層からの赤外加熱が強まると同時に雲温度が下がる (CO_2 凝結高度が上昇する) ために凝結フラックスは減少する. また面密度が増加すると吸収量と射出量はともに増加するが, 吸収量の増加が卓越し, 凝結フラックスは減少する. 7 から 25 μm の粒径を持つ雲が存在した場合, 面密度が増加すると放射平衡下の地表面温度は上昇するため, ある程度以上に面密度が大きくなると凝結フラックスは負となる. 凝結による粒径の変化を考慮しない場合, 凝結フラックスの値が正なら面密度が増加し, 負なら逆に減少するため, 定常状態を仮定すると面密度は凝結フラックスが 0, すなわち凝結蒸発平衡を満たす値をもつと考えられる. 粒径及び面密度はこれまで独立なパラメータとして扱われていたが, 凝結蒸発平衡条件の下では依存関係が生じることになる. 大気圧 1 気圧で放射対流平衡と凝結蒸発平衡を同時に満たす場合の地表面温度は, 上述の粒径範囲を与えた場合およそ 270 K と見積もられた.

大気圧の増加に伴い二つの平衡条件をともに満たす場合の地表面温度は上昇する. 面密度を固定して大気圧が増加した場合には凝結フラックスも増加するため, 凝結蒸発平衡を満たすように面密度もしくは地表面温度が増加する. 後者の場合はいうまでもないが, 前者の場合でも面密度の増加によってより強い温室効果が生じ, 地表面温度はやはり上昇する. 大気圧 1 気圧の場合でも水の凝結点に近い地表面温度が再現可能であることから, 温暖湿潤な気候を再現する為に必要な大気圧条件はおよそ 1 気圧以上と評価される.

1 はじめに

太陽系の第 4 惑星である火星は薄い二酸化炭素大気をまとう冷たく乾燥した砂漠の惑星として知られている。しかし、液体の水を含む土砂によって形成されたと推定されるバレーネットワークと呼ばれる谷地形の存在から、形成から間もないおよそ 38 億年前の火星は温暖な気候をもっていたと考えられている (Carr, 1996)。当時の太陽光度は恒星進化の理論から現在の 0.75 倍と見積もられており (Gough, 1981)、暗い太陽の下で現在よりも暖かい気候を持つという謎は、火星における「暗い太陽のパラドックス」と呼ばれている (Sagan and Mullen, 1972)。

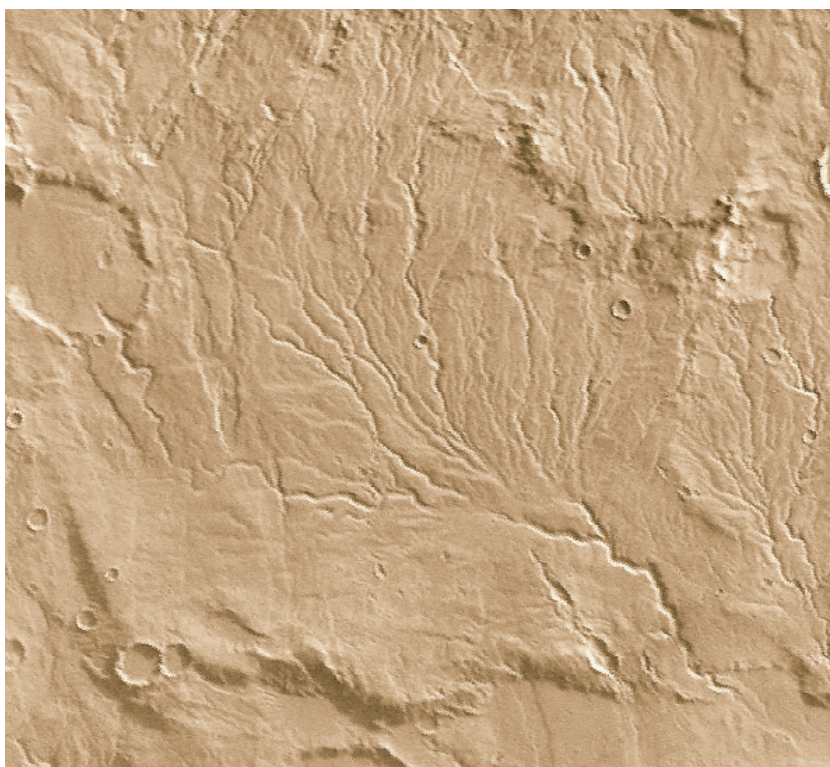


図 1.1: バレーネットワーク. Viking Orbiter による撮像.

地球に対しても、大気組成が普遍ならば過去には海洋が凍結してしまうはずだが実際にはその証拠がない同様のパラドックスが存在するが、過去の地球の凍結の回避は当時の二酸化炭素分圧が高かったとすることで理論的に説明可能である (Kuhn and Kasting, 1983)。では火星の場合はどうであろうか。

当時の火星大気成分の候補としてメタン、アンモニア、二酸化炭素などが挙げられるが、前者の二つは光化学的に不安定であることから二酸化炭素が主成分を担っていたと考えられている (Pollack, 1989; Pollack *et al.*, 1987). Pollack *et al.*, (1987) は二酸化炭素-水蒸気大気における鉛直一次元放射対流平衡モデルを解き、太陽光度が小さい場合でも大気圧が 5 気圧あれば地表面温度が 273 K を超えることを示した。しかし、このモデルには二酸化炭素の凝結が考慮されていない。Kasting (1991) は、大気圧 0.35 気圧以上の場合には対流圏上部で二酸化炭素の凝結が生じ、その凝結潜熱によって対流圏上部を暖められるため、凝結を無視した場合と比較して惑星は寒冷化し、どんなに大気圧を上昇させても水の融点を超える地表面温度は達成されないことを指摘した。しかし彼は雲の光学的特性を計算の簡単化の為に無視していた。

そこで最近注目されているのが、二酸化炭素氷雲による散乱温室効果である。Pierrehumbert and Erlick (1998) は二酸化炭素氷雲が 10 ~ 20 μm の雲粒半径をもてば、それによって赤外放射が太陽放射よりも強く反射され、十分強い温室効果が得られる可能性を指摘した。その後、他の研究 (Yokohata *et al.*, 2002, Mischna *et al.*, 2002; Colapere and Toon, 2003) により大気圧が 2 気圧程度の場合に、雲パラメータ (雲粒半径, 面密度) が適切であれば温暖な気候が再現されていることが示された。しかしながらそこで与えられた雲パラメータの値が実現するかどうかについてはこれまでほとんど調べられていない。唯一 Yokohata *et al.*, (2002) は雲層の自己冷却に伴う雲粒の生成率と、その重力沈降による雲層からの脱出率が釣り合うと考え、雲粒径と面密度間に依存性が存在する可能性を指摘している。しかし、この研究では下部対流圏の放射を黒体近似し、更に水蒸気による鉛直構造の変化を無視しており、より定量的な解析が必要である。また後述するように、雲粒径および面密度の増大とともに雲層の自己冷却率は正から負に変化することから、雲粒径と面密度の値は重力沈降よりもむしろ雲層における凝結蒸発平衡によってコントロールされている可能性がある。

よって本論文では、Kasting (1991) にもどついた鉛直構造をもつ大気の放射伝達を解いて雲粒の生成率を求め、凝結蒸発平衡の条件を課すことによりそのときの雲パラメータ間の依存性を明らかにし、温暖湿潤な気候が再現される大気圧条件および雲粒の面数密度条件を検討した。

本論文の構成は続く 2 章で用いた放射モデルについて記し、3 章で上記モデルで得られた地表面温度及び凝結フラックスを示し、面密度及び雲粒子の粒径の推定を行う。4 章で用いたパラメータ値や仮定の検証を行う。4.3 節で散乱温室効果以外の要因による温暖化について可能性を示す。最終章で上記結果をまとめた。

2 数値モデル

2.1 鉛直温度構造

大気組成は当時の大気中にメタンやアンモニアが含まれていた可能性もあるが (§4.3) 簡単化のために無視し、二酸化炭素-水蒸気大気を扱う. Kasting (1991) に準じた放射対流平衡の鉛直温度分布を仮定する.

成層圏は等温とし、その温度 T_{st} は薄い灰色大気を仮定し、放射平衡から

$$\sigma T_{st}^4 = \frac{F_s(1 - A)}{2} \quad (2.1)$$

F_s : 大気上端への太陽放射入射フラックス

A : 惑星アルベド

σ : ステファンボルツマン定数

とする. 対流圏は対流平衡にあるとし、大気圧が二酸化炭素の飽和蒸気圧を下回っ

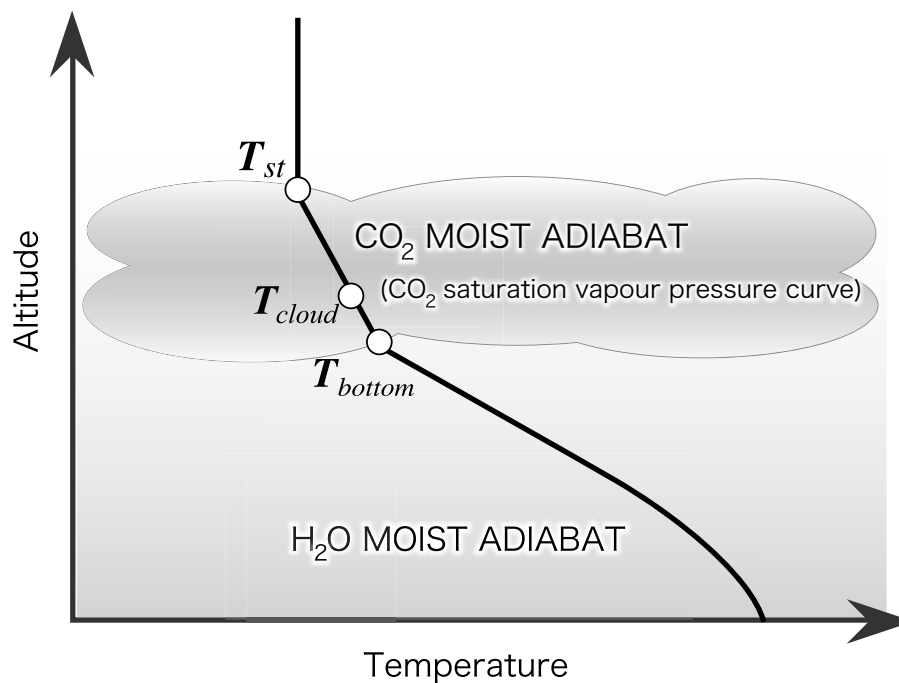


図 2.2: 鉛直温度構造.

ている下部領域では、水蒸気を可凝結成分とする湿潤断熱減率

$$-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \cdot \frac{\{1 + (L_v e M_v / pRT)\} \{1 + (e\varepsilon/p)\}}{[1 + (\varepsilon e / pc_p)\{c + (dL_v/dT)\} + (\varepsilon e L_v^2 M_v / c_p pRT^2)]} \quad (2.2)$$

g 重力加速度

c_p 大気 of 定圧比熱

L_v H₂O 潜熱

e H₂O 飽和蒸気圧

M_v H₂O 分子量

ε 分子量比

c H₂O 比熱 (lq)

で温度分布を与える。このとき水蒸気は各層で飽和しているものとする。大気圧が二酸化炭素の蒸気圧を上回った高度では二酸化炭素の凝結が生じるとし、二酸化炭素の蒸気圧曲線で温度分布を与える。

雲層の温度 T_{cloud} は雲上端の温度 (成層圏の温度と等しい) と雲下端の温度 T_{bottom} を用い、質量の多い雲下層へ重みをつけて $T_{cloud} = (T_{st} + 3T_{bottom})/4$ で代表させた。

2.2 放射伝達モデル

上記温度構造を持つ大気を成層圏 2 層, 対流圏 11 層 (雲層 1 層, 大気層 10 層) にわけ、二方向近似を用いて波数幅 0.5 cm^{-1} で放射伝達を解く。平行平板大気を仮定し、すべての高度で局所熱平衡状態にあるとする。なお、雲層 (以下、散乱層) では雲粒の散乱効果を考慮するため、特に δ -エディントン近似を適用する。

2.2.1 非散乱層の放射伝達方程式

基本方程式 微小経路 ds を通過した場合の放射強度消散量は、ランバードの法則より放射強度および経路に比例し、

$$\sum_n (k_e^n \rho^n) I(\theta, \varphi) ds \quad (2.3)$$

である。ただし、 $I(\theta, \varphi)$ は天頂角 θ 方位角 φ 方向の放射強度、 k_e, ρ は単位質量あたりの消散係数及び密度で、上添字 n は吸収物質の種類を表す。また、同様に射出量は射出係数 j^n および放射源関数 J を用いて

$$\sum_n (j^n \rho^n) ds = \sum_n (k_e^n \rho^n) J ds \quad (2.4)$$

と表される. よって, ds を通過した際の放射強度の変化 dI は

$$dI(\theta, \varphi) = \sum_n k^n \rho^n (I(\theta, \varphi) - J) ds \quad (2.5)$$

と表される. ここで光学的深さ

$$\chi = \int_z^{z_\infty} \sum_n (k_e^n \rho^n) dz \quad ; \quad d\chi = - \sum_n (k_e^n \rho^n) dz \quad (2.6)$$

を導入すると

$$\cos \theta \frac{dI(\theta, \varphi)}{d\chi} = I(\theta, \varphi) - J. \quad (2.7)$$

これが微分形の放射伝達方程式である.

散乱効果を無視した場合, 放射源関数には射出光のみが考慮されるため, プランク関数 $B(T)$ (T は射出物質の温度) を用いて

$$J = B(T) \quad (2.8)$$

と表される (キルヒホッフの法則). これを代入すると, 放射伝達方程式は

$$\cos \theta \frac{dI(\theta, \varphi)}{d\chi} = I(\theta, \varphi) - B(T) \quad (2.9)$$

となる.

二方向近似 放射フラックス F を導出するために最も単純な二方向近似を用いる. 放射強度は方位角に依存せず, また上向き, 下向きで天頂角依存性が無視できるとすると

$$\frac{3}{5} \frac{dF^\uparrow}{d\chi} = F^\uparrow - \pi B_\mu(T) \quad (2.10)$$

$$-\frac{3}{5} \frac{dF^\downarrow}{d\chi} = F^\downarrow - \pi B(T) \quad (2.11)$$

となる. 更に $d\chi^* = 5/3 d\chi$ と置き換えて

$$\frac{dF^\uparrow}{d\chi^*} = F^\uparrow - \pi B(T) \quad (2.12)$$

$$-\frac{dF^\downarrow}{d\chi^*} = F^\downarrow - \pi B(T) \quad (2.13)$$

が導出される. 両辺に $\exp(-\chi^*)$ の積をとり, 積分範囲 $z_0 : z_1$ もしくは $z_2 : z_0$ で積分すると,

$$F^\uparrow(z_1) = F^\uparrow(z_0)\tau^*(z_0, z_1) + \int_{\tau^*(z, z_1)}^1 \pi B(T) d\tau^*(z, z_1) \quad (2.14)$$

$$F^\downarrow(z_2) = F^\downarrow(z_0)\tau^*(z_0, z_2) + \int_{\tau^*(z, z_2)}^1 \pi B(T) d\tau^*(z, z_2) \quad (2.15)$$

となる. ただし, $\tau^*(z, z_1)$ は放射フラックスに対する透過率であり, ここでは

$$\tau^*(z, z_1) = \exp\left(-\int_z^{z_1} \chi^* dz'\right) = \exp\left(-\frac{5}{3} \int_z^{z_1} \sum_n k_e^n \rho^n dz'\right) \quad (2.16)$$

と定義される.

2.2.2 散乱層の放射伝達方程式

基本方程式 散乱層の放射強度変化には, 射出光の他に散乱光も含まれる. 散乱光を太陽直達光の散乱およびそれ以外の光の散乱を分けて考える.

微小経路 ds 高度 z において, $(-\theta_0, -\varphi_0)$ から入射した太陽直達光の散乱による (θ, φ) 方向の放射強度 $I(\theta, \varphi)$ への寄与は,

$$k_s^p \rho^p \frac{p(\theta, \varphi; -\theta_0, -\varphi_0)}{4\pi} \pi F_0(z) ds \quad (2.17)$$

と表される. ただし, $p(\theta, \varphi; -\theta_0, -\varphi_0)$ は散乱位相関数であり, $(-\theta_0, -\varphi_0)$ から入射した光の散乱エネルギー分布を全立体角で割り規格化した値である. k_e は散乱係数であり, 上添字 p は散乱体を示す. また, それ以外の散乱光の寄与は,

$$k_s^p \rho^p \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{P(\theta, \varphi; \theta', \varphi')}{4\pi} I(\theta', \varphi') d\theta' d\varphi' ds \quad (2.18)$$

となる. 以上と散乱体の射出

$$k_a^p \rho^p B(T) ds \quad (2.19)$$

および消散

$$k_e^p \rho^p I(\theta, \varphi) ds \quad (2.20)$$

の効果を生乱層での放射伝達方程式 (2.7) に加えると散乱層での放射伝達方程式は,

$$\begin{aligned}
dI(\theta, \varphi) = & -(k_e^p \rho^p + \sum_n k_e^n \rho^n) I(\theta, \varphi) ds \\
& + (k_a^p \rho^p + \sum_n k_e^n \rho^n) B(T) ds \\
& + k_s^p \rho^p \frac{P(\theta, \varphi; -\theta_0, -\varphi_0)}{4\pi} \pi F_0(z) ds \\
& + k_s^p \rho^p \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{P(\theta, \varphi; \theta', \varphi')}{4\pi} I(\theta', \varphi') d\theta' d\varphi' ds \quad (2.21)
\end{aligned}$$

となる.

ここで散乱大気層における光学的厚さ, 一次散乱アルベドを

$$\chi \equiv \int_z^{z_{ctop}} (k_e^p \rho^p + \sum_n k_e^n \rho^n) dz; \quad d\chi = -(k_e^p \rho^p + \sum_n k_e^n \rho^n) dz \quad (2.22)$$

$$\omega_c \equiv \frac{k_s^p \rho^p}{k_e^p \rho^p + \sum_n k_e^n \rho^n} \quad (2.23)$$

と定義し (z_{ctop} は散乱層上端の高度), また $F_0(z)$ は光学的厚さを用いて

$$\begin{aligned}
F_0(z) &= F_0(z_{ctop}) \exp\left(-\int_z^{z_{ctop}} (k_e^p \rho^p + \sum_n k_e^n \rho^n) \frac{dz}{\cos \theta_0}\right) \\
&= F_0(z_{ctop}) \exp(-\chi / \cos \theta_0) \quad (2.24)
\end{aligned}$$

表すと, 放射伝達方程式は

$$\begin{aligned}
\cos \theta \frac{dI(\theta, \varphi)}{d\chi} = & I(\theta, \varphi) - (1 - \omega_c) B(T) \\
& - \omega_c \frac{P(\theta, \varphi; -\theta_0, -\varphi_0)}{4\pi} \pi F_0(z_{ctop}) \exp\left(-\frac{\chi}{\cos \theta_0}\right) \\
& - \omega_c \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{P(\theta, \varphi; \theta', \varphi')}{4\pi} I(\theta', \varphi') d\theta' d\varphi' \quad (2.25)
\end{aligned}$$

となる.

散乱位相関数の展開 散乱角 Θ を用いてこの場合の散乱位相関数を $P(\cos \Theta)$ と記述していく. 散乱位相関数は非常に複雑をしているため, ルジャンドル多項式 P_l

用いて有限の N 項まで展開することで簡略化する.

$$P(\Theta) \simeq \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\cos \Theta') \quad (2.26a)$$

$$\bar{\omega}_l = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^1 P(\cos \Theta) P_l(\cos \Theta) d \cos \Theta \quad (2.26b)$$

散乱角 Θ は $\theta, \varphi; \theta', \varphi'$ を用いると球面三角法の余弦定理より

$$\cos \Theta = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi') \quad (2.27)$$

であり, $\mu = \cos \theta, \mu' = \cos \theta'$ とおくと

$$\cos \Theta = \mu \mu' + (1 - \mu)^{1/2} (1 - \mu')^{1/2} \cos(\varphi - \varphi') \quad (2.28)$$

となる. (2.28) を (2.26a) に代入し, 球面調和関数の加法定理を用いると散乱位相関数は,

$$P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \sum_{m=0}^N \sum_{l=m}^N \omega_l^m P_l^m(\mu') P_l^m(\mu) \cos m(\varphi' - \varphi) \quad (2.29)$$

と変形される.

放射伝達方程式の展開 放射強度は太陽の入射方向 $(-\mu_0, -\varphi_0)$ からみて対称であるので, I を $-\varphi_0$ を中心としてフーリエ余弦変換すると

$$I(\mu, \varphi) = \sum_{m=0}^N I^m(\mu) \cos m(\varphi_0 - \varphi) \quad (2.30)$$

また, 射出項は等方なのでこれも同様に展開すると,

$$(1 - \omega_c) B(\mu, \varphi) = (1 - \omega_c) \sum_{m=0}^N \delta_{0,m} B^m(T) \cos m(\varphi_0 - \varphi) \quad (2.31)$$

(2.29), (2.30) および (2.31) を放射伝達方程式 (2.25) に代入する. 各展開係数について方程式が成り立つ必要があるので,

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI^m(\mu)}{d\chi} &= I^m(\mu) - \delta_{0,m} (1 - \omega_c) B(T) \\ &- \frac{\omega}{4} (1 + \delta_{0,m}) \sum_{l=m}^N \bar{\omega}_l^m P_l^m(\mu) \int_{-1}^1 I^m(\mu') P_l^m(\mu') d\mu' \\ &- \frac{\omega}{4} \sum_{l=m}^N \bar{\omega}_l^m P_l^m(\mu) P_l^m(-\mu_0) F_0 \exp\left(-\frac{\chi}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (m = 0, 1, \dots, N) \quad (2.32)$$

放射強度の方位角依存性が無視できる場合に軸対称項 $m = 0$ を考えると, $I^0 = I$ とみなすことができ,

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\mu)}{d\chi} = & I(\mu) - (1 - \omega_c)B(T) - \frac{\omega_c}{2} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) \int_{-1}^1 I(\mu') P_l(\mu') d\mu' \\ & - \frac{\omega_c}{4} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) P_l(-\mu_0) F_0(z_{ctop}) \exp\left(-\frac{\chi}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Gouss-Legendre の公式を用いて積分項を変形すると

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\mu)}{d\chi} = & I(\mu) + (1 - \omega_c)B(T) - \frac{\omega_c}{2} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) \sum_{j=-n}^n a_j P_l(\mu_j) I(z, \mu_j) \\ & - \frac{\omega_c}{4} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) P_l(-\mu_0) F_0(z_{ctop}) \exp\left(-\frac{\chi}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

となる.

エディントン近似 エディントン近似では, 放射強度をルジャンドル展開する. ここでは 2 次以降の項は無視し,

$$I(\mu) \simeq I_0 + I_1 \mu \quad (2.35)$$

と近似すると,

$$\begin{aligned} \mu \frac{d(I_0 + I_1 \mu)}{d\chi} = & I_0 + I_1 \mu - (1 - \omega_c)B(T) \\ & - \frac{\omega_c}{2} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) \sum_{j=-n}^n a_j P_l(\mu_j) (I_0 + I_1 \mu_j) \\ & - \frac{\omega_c}{4} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) P_l(-\mu_0) F_0(z_{ctop}) \exp\left(-\frac{\chi}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

ここで, ルジャンドル多項式及びルジャンドル倍数も同様に二次以降の項を無視し, $N = 1, n = 1$ とおく.

$$\begin{aligned} \mu \frac{d(I_0 + I_1 \mu)}{d\chi} = & I_0 + I_1 \mu + (1 - \omega_c)B(T) - \omega_c \{I_0 + g\mu I_1\} \\ & - \frac{\omega_c}{4} F_0(z_{ctop}) \{1 - 3g\mu\mu_0\} \exp\left(-\frac{\chi}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

ただし,

$$\mu_1 = -\mu_{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad a_1 = a_{-1} = 1, \quad \bar{\omega}_0 = 1, \quad \frac{\bar{\omega}_0}{3} = g \quad (2.38)$$

とした. g は非対称因子であり, 1 に近づく程強い前方散乱, 0 は等方散乱であることを示す.

(2.37) 及び (2.37) に μ をかけた式を積分範囲 $-1:1$ で μ について積分すると,

$$\frac{dI_1}{d\chi} = 3(1 - \omega_c)(I_0 - B(T)) - \frac{3}{4}\omega_c F_0(z_{ctop}) \exp\left(-\frac{\chi}{\mu_0}\right) \quad (2.39)$$

$$\frac{dI_0}{d\chi} = (1 - \omega g)I_1 + \frac{3}{4}\omega_c F_0(z_{ctop})g\mu_0 \exp\left(-\frac{\chi}{\mu_0}\right) \quad (2.40)$$

(2.39), (2.40) の連立微分方程式を解くと, 一般解

$$I_0(\chi) = aK \exp(k\chi) - aH \exp(-k\chi) + \alpha \exp(-\chi/\mu_0) + B(T) \quad (2.41)$$

$$I_1(\chi) = K \exp(k\chi) + H \exp(-k\chi) + \beta \exp(-\chi/\mu_0) \quad (2.42)$$

が得られる. ただし,

$$a = \sqrt{\frac{3(1 - \omega_c)}{1 - \omega_c g}}, \quad \alpha = \frac{\mu_0^2 Z_1}{1 - \mu_0^2 k^2}, \quad \beta = \frac{\mu_0^2 Z_0}{1 - \mu_0^2 k^2} \quad (2.43)$$

$$k^2 = 3(1 - \omega)(1 - \omega g) \quad (2.44)$$

$$Z_0 = \frac{3}{4}\omega F_0(z_{ctop})\{3(1 - \omega)g\mu_0 + 1/\mu_0\} \quad (2.45)$$

$$Z_1 = \frac{3}{4}\omega F_0(z_{ctop})\{-(1 - \omega g) - g\} \quad (2.46)$$

である. 散乱層上端における下向き散乱光はなくまた散乱層下端における上向き散乱光もないという仮定の下で境界条件

$$I(\chi = 0) = 0, \quad (at \quad -1 \leq \mu \leq 0) \quad (2.47)$$

$$I(\chi = \chi_c) = 0, \quad (at \quad 0 \leq \mu \leq 1) \quad (2.48)$$

を適用する (ただし, χ_c は散乱層の光学的厚さ) と,

$$K = -\frac{v\{\epsilon \exp(-\chi_c/\mu_0) + B(T)\} + u(B(T)) - \gamma \exp(-k\chi_c)}{v^2 \exp(k\chi_c) - u^2 \exp(-k\chi_c)} \quad (2.49)$$

$$H = \frac{u\{\epsilon \exp(-\chi_c/\mu_0) + B(T)\} + v(B(T)) - \gamma \exp(k\chi_c)}{v^2 \exp(k\chi_c) - u^2 \exp(-k\chi_c)} \quad (2.50)$$

が得られる. ただし,

$$u = 1 - \mu a, \quad v = 1 + \mu a \quad (2.51)$$

$$\gamma = \beta - \mu \alpha, \quad \epsilon = \beta + \mu \alpha \quad (2.52)$$

放射強度の上向き成分及び下向き成分の和をとり、上向きフラックス及び下向きフラックスが導出される。

$$F^\uparrow = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \{I_0 + \mu I_1\} \mu d\mu d\varphi = \pi \left(I_0 + \frac{2}{3} I_1 \right) \quad (2.53)$$

$$F^\downarrow = \int_0^{2\pi} \int_0^{-1} \{I_0 + \mu I_1\} \mu d\mu d\varphi = \pi \left(I_0 - \frac{2}{3} I_1 \right) \quad (2.54)$$

δ 近似 最後に散乱位相関数の δ 近似を行う。上述では散乱位相関数をルジャンドル関数で近似した。しかし実際はより前方に強く散乱される為により精度を得るためにはこれを考慮し、散乱位相関数を補正する必要がある。散乱位相関数を δ 関数とルジャンドル関数の和で表した場合、以下の値を置き換えることで元の方程式系で記述される。(Joseph, 1976)

$$g' = \frac{g}{1+g}, \quad w'_c = \frac{(1-g^2)\omega_c}{1-g^2\omega_c}, \quad \chi'_c = (1-\omega_c g^2)\chi_c \quad (2.55)$$

2.3 雲凝結フラックス

雲の放射伝達を解き、そのエネルギー収支から雲凝結フラックス F_L の導出を行う。

雲は太陽放射及び赤外放射からの加熱と射出による自己冷却が生じている。放射過程によって雲層が冷却された場合、対流が駆動されないと仮定するとそのエネルギーは大気の凝結に使われるだろう。

$$F_L = -(F_s^\downarrow(0) - F_s^\downarrow(\chi'_c) + F_s^\uparrow(\chi'_c) - F_s^\uparrow(0) + F_{ir}^\downarrow(0) - F_{ir}^\downarrow(\chi'_c) + F_{ir}^\uparrow(\chi'_c) - F_{ir}^\uparrow(0)) \quad (2.56)$$

ただし、 χ'_c は雲上端からの光学的厚さ、 $F(\chi)$ は放射フラックスであり、上添字の s, ir はそれぞれ太陽放射及び赤外放射、上添字の矢印は入射の方向を示している。これらの放射フラックスは散乱層の放射伝達方程式を波数ごとに適用し、波数積分を行うと求める事ができる。

$$F_{s,ir}^\downarrow(\chi) = \int F_{s,ir}^\downarrow(\nu, \chi) d\nu \quad (2.57)$$

上向きフラックスも同様である。

2.4 計算上の設定

太陽光度は当時の値として見積もられている現在の 0.75 倍を与え (Gough, 1981), 太陽放射の入射フラックスは年, 緯度平均を用いた. 地表面のアルベドは観測から求められた 0.216 (Kieffer *et al.*, 1977) を与えた.

成層圏および対流圏大気層は非散乱層の放射伝達方程式を適用した. 太陽放射に対して透明, 赤外放射に対して二酸化炭素および水蒸気の吸収を波長ごとに考慮し, その吸収係数は二酸化炭素の数気圧という高い分圧でも計算精度が得られるように Line-by-Line 法によって評価した (Mitsuda *et al.*, 2004). 吸収線パラメータ (吸収線中心波数, 吸収線強度, ローレンツ幅, ローレンツ幅温度係数, 遷移前エネルギー準位) は HITRAN 2000 を用いた. 誤差の生じやすい wing は二酸化炭素で 25 cm^{-1} (関口, 2004), 水蒸気ではより wing が広い場合の 50 cm^{-1} まで考慮し, それ以遠は無視した.

雲層では雲粒の散乱効果を考慮するため, 散乱層の放射伝達方程式を適用した. 入射角の天頂角余弦は Pierrehumbert and Erlick (1998) と同様, 太陽放射に対して 0.5, 赤外放射に対して 0.75 で代表させた. なお, 赤外放射に対しては射出項の重複を避けるために, 成層圏からの入射に対しては射出項を無視し, $B(T) = 0$ とする. 雲粒の光学係数 (消散効率, 第一次散乱アルベド, 非対称因子) は球形粒子を仮定し (図 2.3), 二酸化炭素氷の複素屈折率 (Warren, 1986) を与えてミー理論により求めた (図 2.4). 粒子半径は雲層全体で一様であるとした. 気体の光学係数は計算速度の都合上, 一般的なバンドモデルであるランダムモデルにて導出し, その際バンドパラメータは Houghton (2002) を用いた.

鉛直構造を求める際に必要となる水蒸気の飽和蒸気圧は近似式

$$e(T) = 2.341 \times 10^{11} \exp\left(-\frac{5399}{T}\right) \text{ [Pa]} \quad (\text{at } T > 273.15[\text{K}]) \quad (2.58)$$

$$e(T) = 3.438 \times 10^{12} \exp\left(-\frac{6132}{T}\right) \text{ [Pa]} \quad (\text{at } T < 273.15[\text{K}]) \quad (2.59)$$

を与えた (前野, 1986), 二酸化炭素の飽和蒸気圧は三重点を境界に低圧領域では Antoine の式,

$$\log p_{sat}[\text{mmHg}] = A - \frac{B}{C + (T - 273.15)} \quad (2.60)$$

$$A = 27.48, \quad B = 3103.39, \quad C = -0.16$$

高圧領域では Wagner の式

$$\ln \frac{p_{sat}}{p_c} = \frac{Ax + Bx^{1.5} + Cx^4 + Dx^6}{1 - x} \quad (2.61)$$

$$x = 1 - \frac{T}{T_c}, \quad P_c = 73.8[\text{bar}], \quad T_c = 304.1[\text{K}],$$

$$A = -6.927.48, \quad B = 1.197, \quad C = -3.126, \quad D = -2.994$$

を適用した.

その他に用いた物理定数, パラメータは表 1 に示した.

物理量	数値
ステファン-ボルツマン定数	$5.67 \times 10^{-8} [\text{J m}^{-2}]$
アボガドロ数	$6.02 \times 10^{23} [\text{mol}^{-1}]$
ボルツマン定数	$1.38 \times 10^{-23} [\text{JK}^{-1}]$
光速	$2.997 \times 10^8 [\text{ms}^{-1}]$
プランク定数	$6.626 \times 10^{-34} [\text{Js}^{-1}]$
気体定数	$8.31 [\text{JK}^{-1}]$
火星軌道長半径	$1.52 [\text{AU}]$
重力加速度	$3.72 [\text{ms}^{-2}]$
大気 of 定圧比熱	$860.0 [\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}]$
CO ₂ 分子質量	$44.0 \times 10^{-3} [\text{kg mol}^{-1}]$
CO ₂ 凝結潜熱	$5.73 \times 10^5 [\text{J kg}^{-1}]$
CO ₂ 氷密度	$1.565 \times 10^3 [\text{kg m}^{-3}]$
CO ₂ 粘性係数	$14.7 \times 10^{-6} [\text{Pa s}]$
H ₂ O 分子質量	$18.0 \times 10^{-3} [\text{kg mol}^{-1}]$
H ₂ O 凝結潜熱 (氷)	$2.834 \times 10^6 [\text{J kg}^{-1}]$
H ₂ O 凝結潜熱 (水)	$2.495 \times 10^6 [\text{J kg}^{-1}]$

表 1: モデルで用いた物理定数

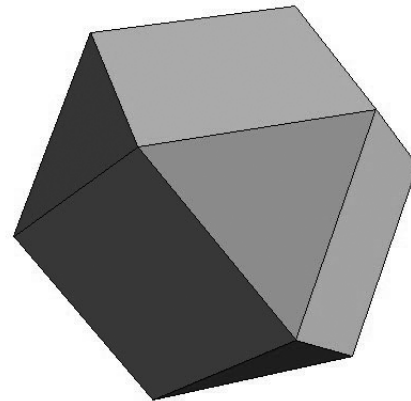
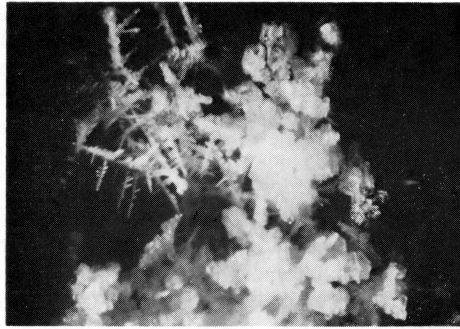


Fig. 9 (b) Coexistence of carbon dioxide crystals and ice crystals (upper left) grown in nitrogen gas at normal pressure. Temperature -110°C . Horizontal width of the photograph is 4 mm.

図 2.3: 二酸化炭素の結晶. 水氷 (右図左上) と異なり球形に近い形をしている. 左) 実験により作られた二酸化炭素氷結晶 (Komabayashi, 1970). 右) 二酸化炭素氷の模型図. <http://www.exo.net/~pauld/Mars/4snowflakes/martiansnowflakes.html> より取得.

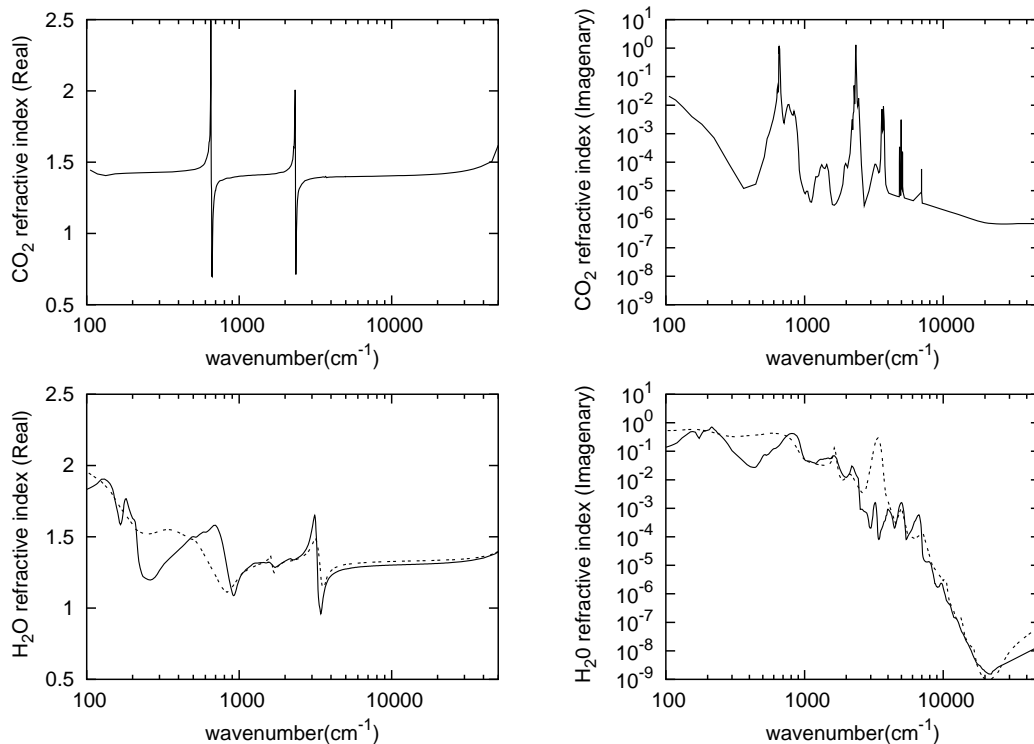


図 2.4: 実験により得られた二酸化炭素氷の複素屈折率 (上段; Warren, 1986). 比較として水の値 (水氷; 実線, 液体の水; 点線) も示した. (氷: Warren, 1984; 液体: Hale and Querry, 1973)

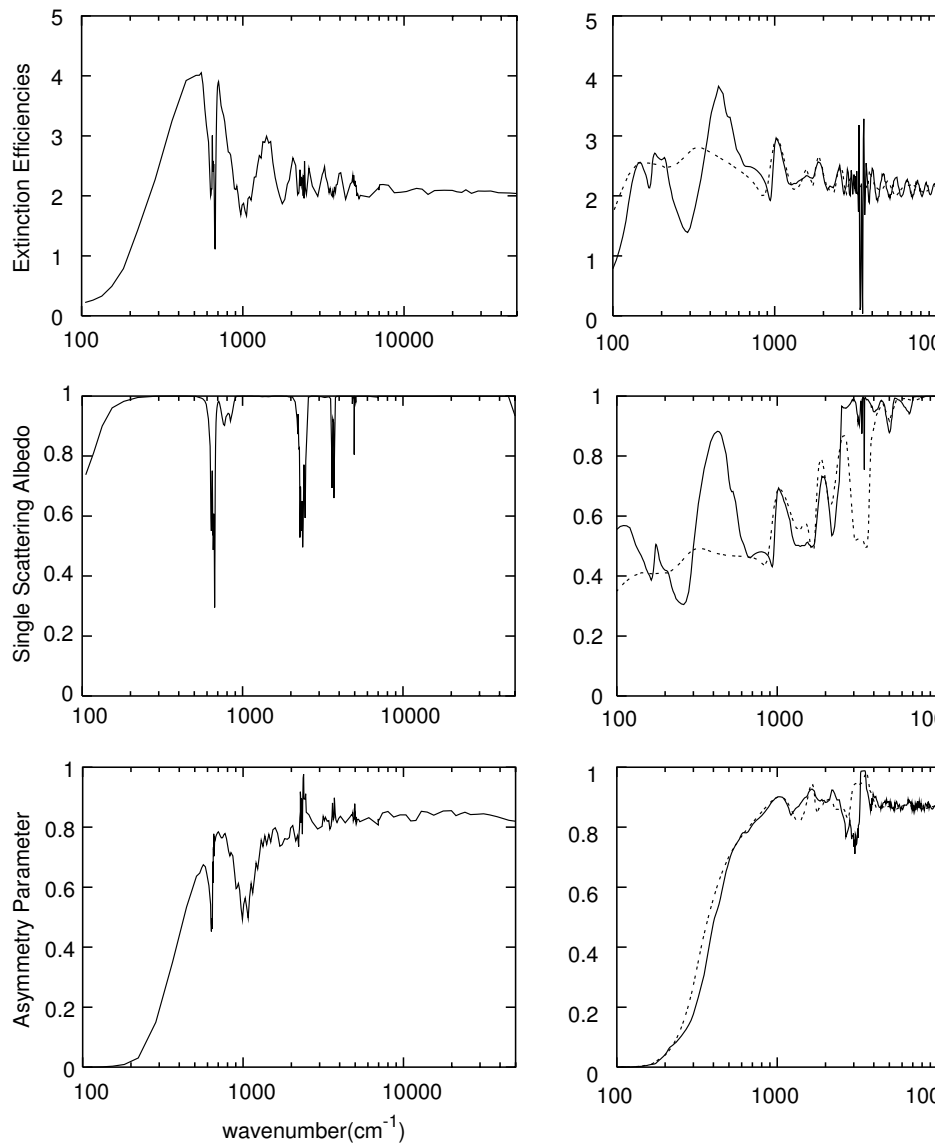


図 2.5: 図 2.4 から導出した二酸化炭素氷の光学係数の一例上段: 消散効率, 中段: 第一次散乱アルベド, 下段: 非対称因子 であり, 比較として水の値 (水氷:実線, 液体の水; 点線) を右に示した. すべて粒径 $15\mu\text{m}$ の値である.

3 結果

3.1 惑星正味射出フラックス

惑星の正味入射フラックスを地表面温度と雲の厚さの関数として求めたものの一例を図 3.1 に示した。雲面密度の値によって正味射出フラックスの地表面温度に対する依存性傾向が異なり、雲が薄い場合には正味射出フラックスは地表面温度に対して単調増加しているが、雲面密度が $10^{-1} \text{ kg m}^{-2}$ を超えると徐々に単調減

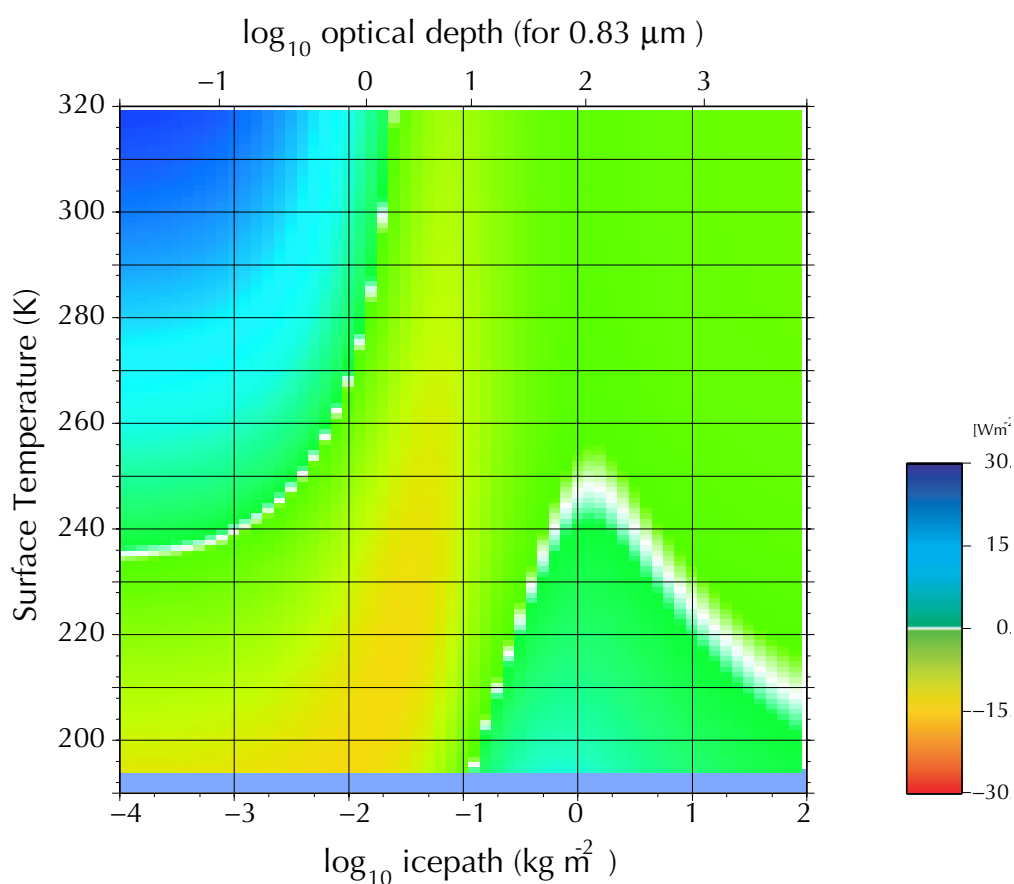


図 3.1: 惑星の正味射出フラックスの一例 (大気圧 1 bar, 粒径 $10 \mu\text{m}$). 縦軸は地表面温度 [K], 横軸は雲の面密度 [kg m^{-2}] および 12000 cm^{-1} (波数あたりの太陽放射の入射フラックスが最も強い波数) での雲の光学的厚さであり, カラーコンターは正味射出フラックスを示しており, 色が白いところは正味射出フラックスが 0 となる. 地表面温度が 195 K 以下の水色の領域は惑星凍結状態である事を示している.

少に移行しているのが見て取れる。これは宇宙空間に対して実効的に赤外放射を射出する面が地表面から雲層へと変化するためである。雲が薄い場合には地表面付近から射出された熱放射は大部分が雲層を透過するが、雲が厚くなると地表面からの熱放射は透過しなくなり、宇宙空間への射出フラックスは雲温度によって支配される。雲温度は地表面温度が高いほど下がるため(図 3.2), 雲が厚い場合には正味射出フラックスは地表面温度に対して単調増加となる。

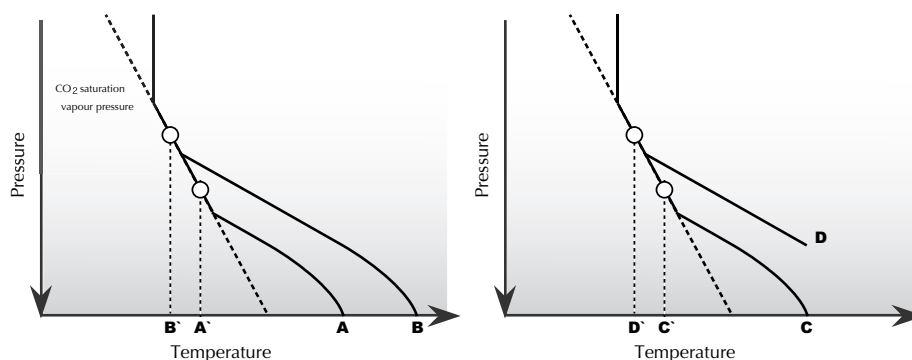


図 3.2: 雲温度の依存性の模式図左) 地表面温度依存性. 高い地表面温度 B を持つ場合には, 低い場合 A と比較して高高度で雲層が形成されるために雲温度は低くなる ($B' < A'$). 右) 大気圧依存性. 大気圧が小さい場合 (D) には, 大きい場合 (C) と比較して高圧下, すなわち低温下で雲層が形成されるため, 雲温度は低くなる ($D' < C'$).

3.2 地表面温度

§2.1 で示した温度構造を仮定したので、惑星の正味射出フラックスが 0 の場合には放射対流平衡にあるとみなせるだろう。正味射出フラックスの地表面温度依存性の差からこのような状況を実現する地表面温度の解には二種類のものが存在する (図 3.3)。

まず、図 3.3 の実線の場合を考える。正味射出フラックスは地表面温度とともに増加しており、図 3.3 の A 点よりもわずかに高い場合には正味射出フラックスは正となり地表面温度は減少する。逆に地表面温度が A 点よりもわずかに低い場合には正味射出フラックスが負となり地表面温度は上昇する。このため、平衡点 A は安定に保たれる。一方破線の場合、B 点では地表面温度と入射フラックスの依存関係が平衡点 A の場合と逆転するため、不安定な平衡解となる。以下では、A の地表面温度を安定平衡解、B の地表面温度を不安定平衡解と呼ぶ。

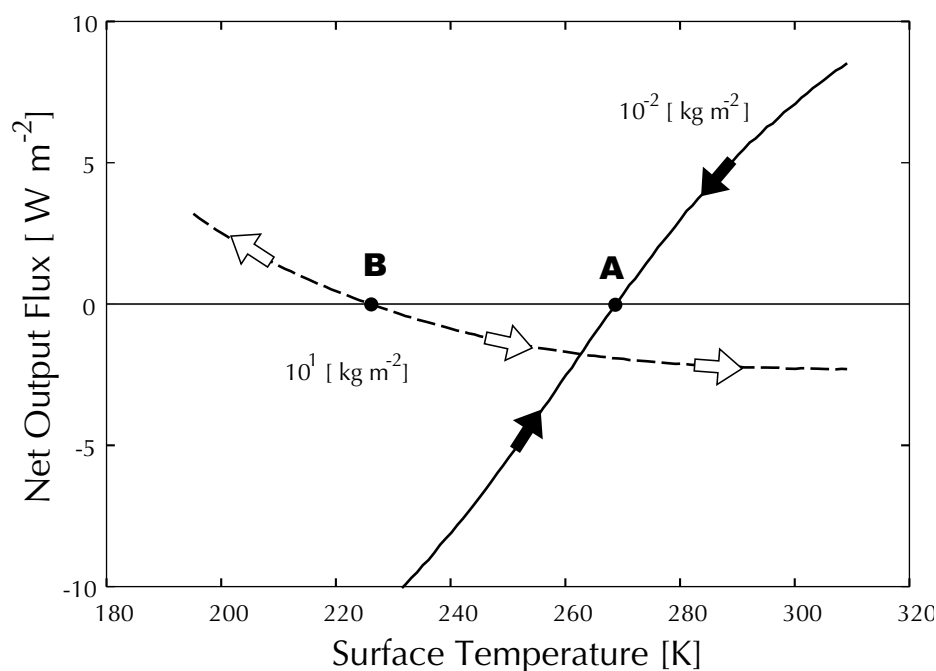


図 3.3: 惑星正味入射フラックスの地表面温度依存性。それぞれの線は面密度の値が異なる。

3.2.1 雲を無視した場合

雲粒が存在しない場合について求めた地表面温度の安定平衡解を図 3.4 に示す。大気圧を 1 気圧から増加させるとはじめは温室効果が強くなるが、大気圧 2 気圧で地表面温度は極大値に達し、それ以降は大気圧の増加と共に温室効果は弱くなる。これは大気の凝結によって対流圏上部の温度が上昇した結果、宇宙空間へ放射するエネルギーフラックスをより低い地表面温度の下でも維持できるようになるためである。大気圧 3.8 気圧で地表面温度は凝結温度と等しくなり、これ以上の大気圧は、地表面で大気凝結が生じてしまうために維持できない。今後はそれを“大気崩壊”と呼ぶ。

また、従来の研究と比較すると本研究の結果は地表面温度を 10 K 程度高く見積もっている。これは主にレイリー散乱による太陽放射の減衰を無視した事に起因すると考えられる。よって今後は地表面温度を推定を行うが、その値には潜在的に 10 K 程度の誤差が含まれていることに留意しなければならない。

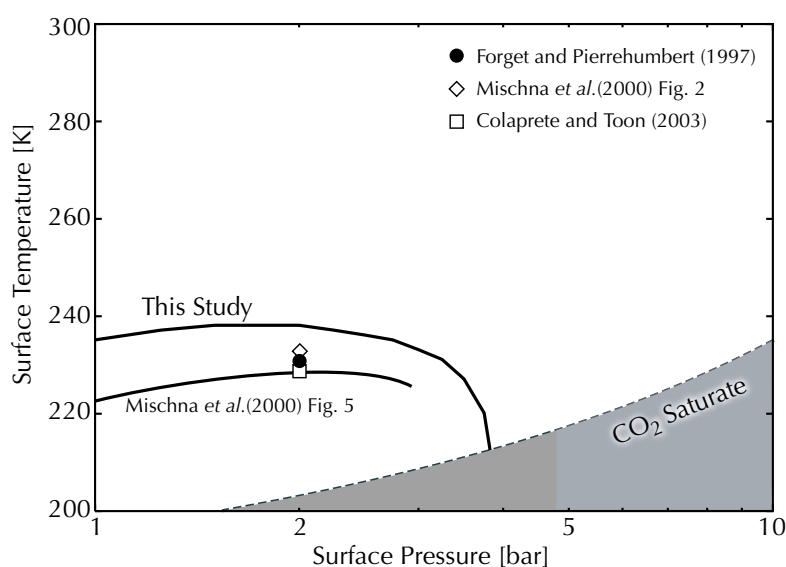


図 3.4: 雲粒の放射特性を無視した場合の平衡地表面温度と従来の研究との比較。点線は二酸化炭素の飽和蒸気圧曲線。

3.2.2 面密度依存性

大気圧および粒径を固定させた場合における平衡地表面温度の面密度依存性の一例を図 3.5 に示した。平衡解の振る舞いは面密度の値ごとに三パターン存在する。面密度が小さい場合には面密度の増加に伴って上昇する安定平衡解が存在する (Case A)。しかし、ある程度面密度が大きくなると凝結温度と等しい不安定平衡解が生じ、これも面密度の増加に伴い凝結温度から上昇する (Case B)。更に面密度が大きくなると極大値が生じ、不安定平衡解は低下しはじめる (Case C)。

これはまず、放射収支のパターンから Case A と B および C の二つに分別される。Case A では雲が比較的薄いために太陽放射の入射エネルギーは地表面付近の熱射出と釣り合う (図 3.6, 左)。しかしながら、Case B 及び C では雲が厚く地表面付近の熱射出の大部分は雲によって消散され、結果雲の熱射出と釣り合うこととなる (図 3.6, 右)。

Case A ではより雲が厚くなることで赤外放射の後方散乱が強くなり地表面温度

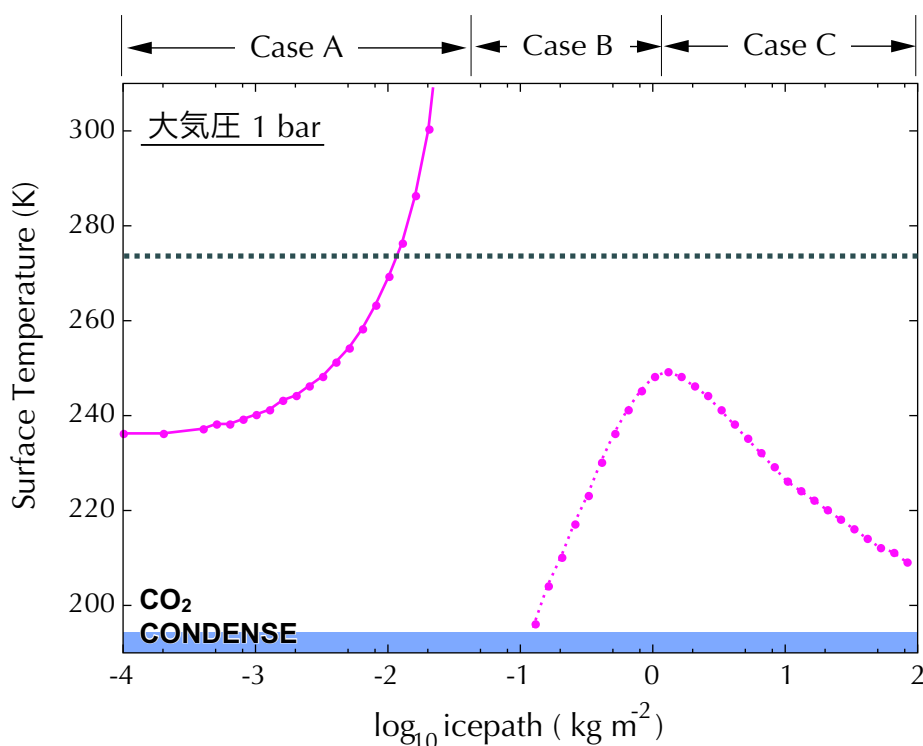


図 3.5: 地表面温度の面密度依存性。大気圧は 1 bar, 雲粒径は $10 \mu\text{m}$ で固定した。縦軸は地表面温度 [K], 横軸は雲の面密度 [kg m^{-2}] である。実線は安定平衡解, 破線は不安定平衡解を示している。

は加速度的に上昇するが、ある上限値を超えると、鉛直温度構造 (図 2.1) の仮定の下では二酸化炭素の雲は存在しないと見られる。これは大気圧が二酸化炭素の飽和蒸気圧を上回る層がなく、雲が蒸発してしまうためである。しかしながら地表面温度が 300 K 付近まで上昇した場合には地球上のように水雲が発生することも予想され、ほかの枠組みで地表面温度が決定される可能性は十分にあり、更なる検討が必要となる。

Case B 及び C ではこの地表面温度の面密度依存性が異なる。雲が厚くなることによって太陽放射の反射率は増加するが、赤外放射に対する第一次散乱アルベドが増加するために雲の射出率は減少する。結果としてどちらの効果が強く効くかによって面密度に対する地表面温度の依存性が異なる。

Case B では雲が厚くなった場合太陽放射の反射率増加が支配的となっている。よって、より雲温度が低い状態で赤外射出フラックスは太陽放射の入射フラックスと釣り合うようになる。地表面温度が高いほど低くなるため (図 3.2) 結果として不安定解は面密度に対して単調増加する。Case C では雲が厚くなった場合、雲の射出率現象が支配的となっており、赤外射出を維持するにはより高い雲温度が必要とされるため、地表面温度は低くなる。

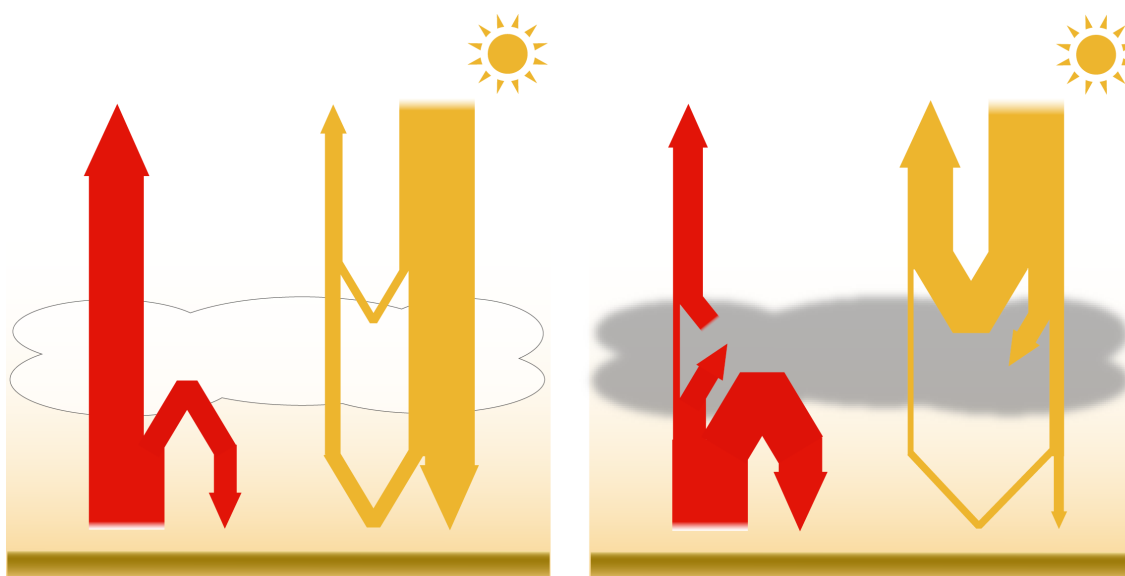


図 3.6: 放射収支の模式図。それぞれ面密度が小さい場合と大きい場合を示す。左) 雲面密度が小さい場合 (Case A) には、太陽放射の正味入射フラックスと、雲層を透過した地表面付近からの熱放射による射出フラックスが釣り合う。右) 雲面密度が大きい場合 (Case B 及び C) は、太陽放射の正味入射フラックスと釣り合うのは、雲層の熱放射である。

3.2.3 粒径依存性

図 3.7 に雲の粒径を様々に変化させた場合の平衡地表面温度を示した。平衡地表面温度の雲の厚さに対する依存性は粒径によって大きく異なる。7.5 μm 以上の粒径を持つと解の振る舞いは 10 μm の場合と同じ傾向を示し、雲による散乱温室効果が生じていることが分かる。その一方で、5 μm 以下では逆に反温室効果が生じていることが分かる。この温室効果の粒径依存性は、粒径と同程度の波長の電磁波がよく後方散乱されるというミー散乱の性質を考える事で説明できる。赤外放射の波長はおよそ 10 μm (波数 1000 cm^{-1} に対応) であるため、この付近の粒径をもつ場合には温室効果が生じやすい。しかし、粒径が 5 μm 程度に小さくなると、赤外放射の反射が弱くなるだけでなく、波長の短い太陽放射をより散乱しやすくなり (図 3.8), 反温室効果が生じてしまい、厚い雲のもとでは大気崩壊に陥ってしまう。

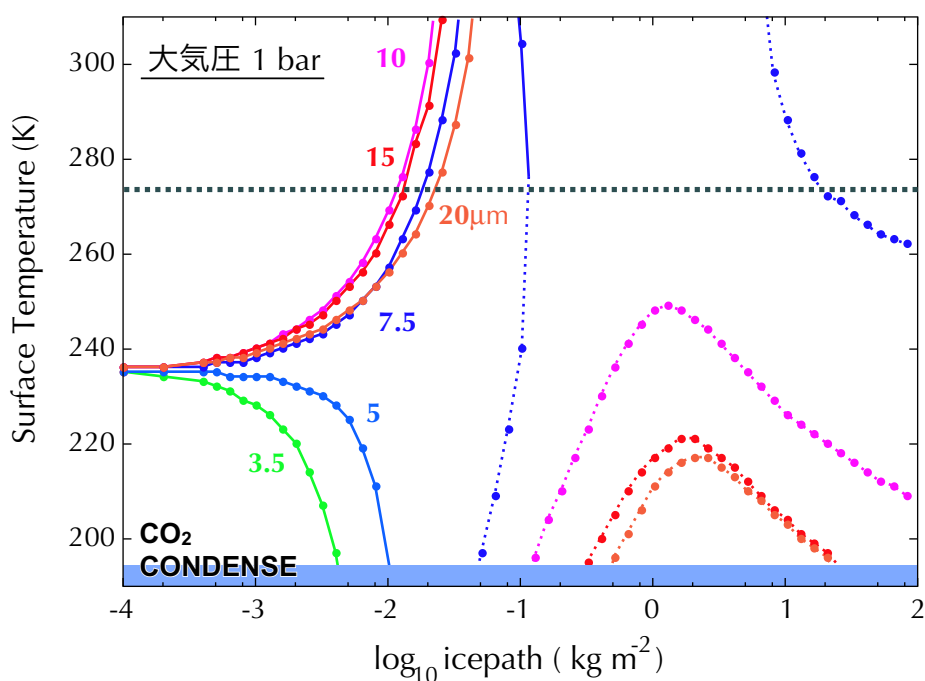


図 3.7: 地表面温度の面密度依存性. 大気圧 1 気圧の場合. 縦軸は地表面温度 [K], 横軸は雲の面密度 [kg m^{-2}] でそれぞれの線の色は粒径を示している。

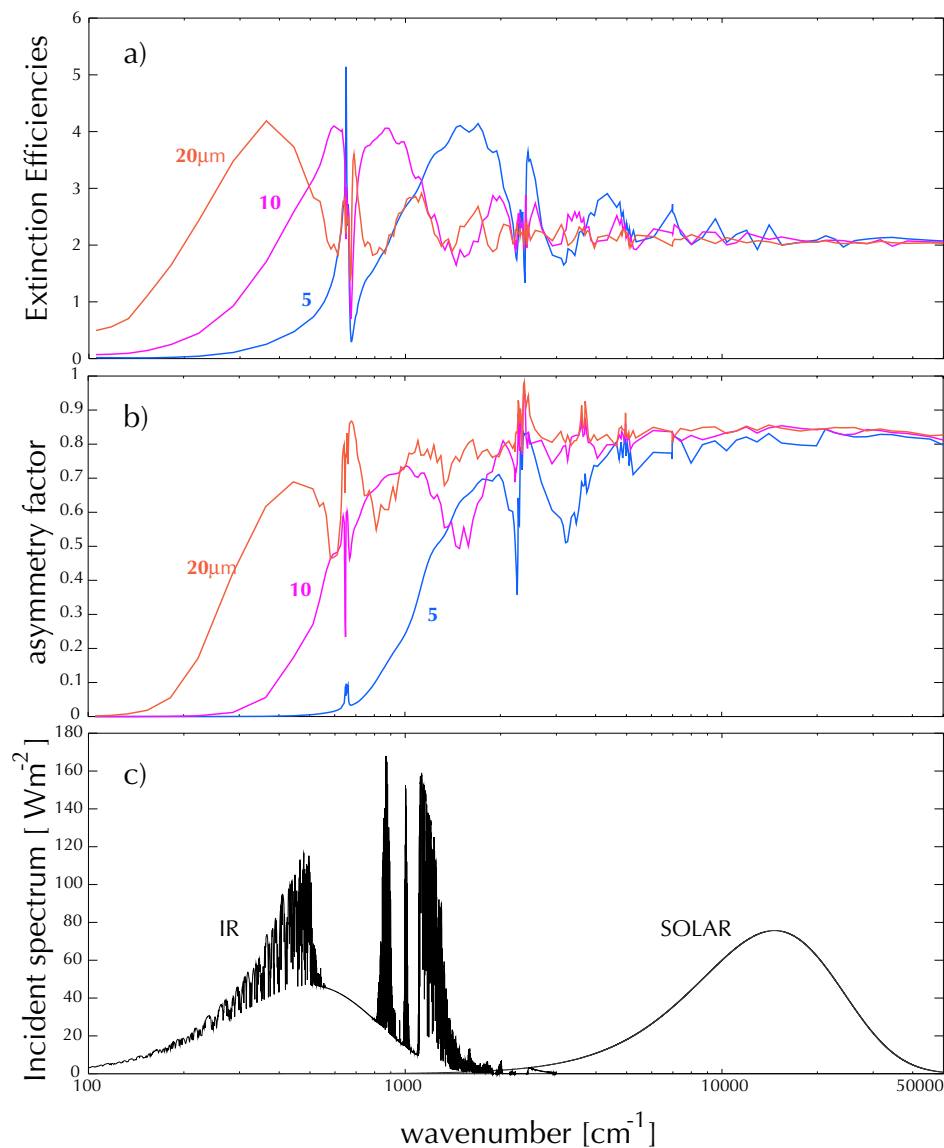


図 3.8: a) 二酸化炭素氷の消散係数, 粒径が小さい程高波数側へ消散波長がずれる. b) 二酸化炭素氷の複素屈折率, 消散係数と同様の傾向がある. c) 雲へ入射するスペクトル, IR は雲下端からの赤外放射入射, SOLAR は雲上端からの太陽放射入射を示す. ; このように粒径が小さくなるにつれて高波数側へ消散波数が移動し, 赤外放射を消散できなくなる.

3.2.4 大気圧依存性

大気圧を 2 気圧から 5 気圧まで変化させた場合の平衡地表面温度を雲の厚さの関数として図 3.9 に示した. 2 気圧及び 3 気圧の結果は 1 気圧の場合の結果と同じような形をしているが, 4 気圧以上の場合には地表面温度の振る舞いが異なる. まず反温室効果となる粒径の解が消失し温室効果をもたらず粒径に対しても雲が薄い場合には平衡解が存在しない. また, 面密度がおよそ $10^{-3} \text{ kg m}^{-2}$ という雲が薄い場合でも低圧時には存在しなかった不安定解が生じている. ただし, 温室効果をもたらず粒径で面密度がおよそ $10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ 以上に増加すると不安定な解が生じる点は低圧の場合と同様である.

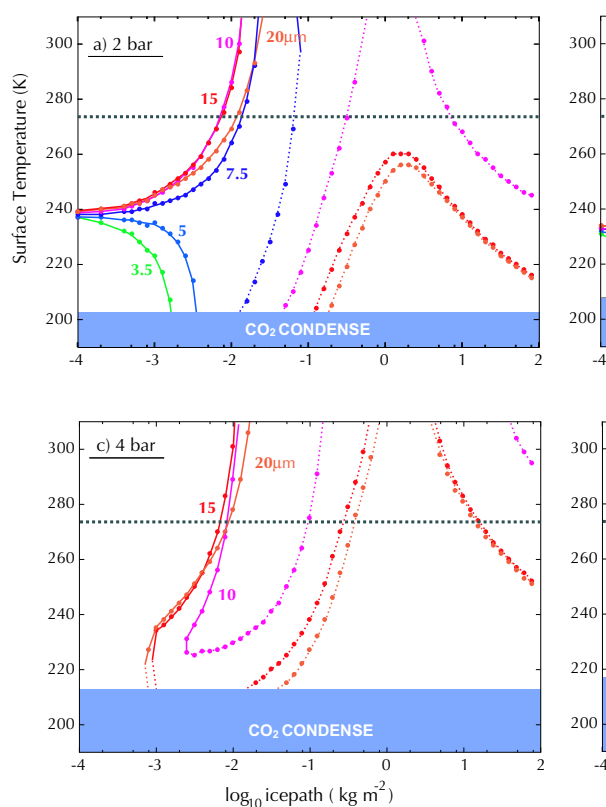


図 3.9: 大気圧 2, 3, 4, 5 bar での地表面温度の面密度依存性. 実線が安定解, 破線は不安定解であり, それぞれの色は粒径が異なる.

反温室効果が存在するか否かは雲の放射特性を無視した場合に惑星凍結状態になるどうかで決定される。雲がない場合に惑星凍結している場合（地表面気圧が 3.8 bar 以上; 図 3.4）には、反温室効果をもたらす粒径を持った雲が存在しても凍結状態を逃れることはできないため、反温室効果解は現れない。

雲が薄い場合の不安定解の存在は雲温度が高いことに起因する。地表面気圧が上昇するとより高い気圧で大気の凝結が生じ、雲の温度は高くなる（図 3.2）。その結果、雲の射出量は増加し、惑星アルベドが小さい場合でも太陽放射の正味入射量に匹敵しうる（図 3.10）。

また、 $7.5 \mu\text{m}$ の解の振る舞いの変化も興味深い。大気圧が 2 気圧以下では安定解に似た振る舞いを示すが、4 気圧以上では解が存在しない、 $5 \mu\text{m}$ 以下の場合と同様の振る舞いとなる。この要因の一つとしてはこれは気圧があがることで特に赤外放射の吸収が強まったために雲へ入射する赤外放射スペクトルの形が変化したことが考えられる。特に波数 $1000\text{--}2000 \text{ cm}^{-1}$ での入射フラックスの減少によって雲粒径 $7.5 \mu\text{m}$ では雲は温室効果が生じるほど十分赤外放射を消散できなくなった。このように気圧の変化によって温室効果の可否を支配する粒径の臨界値は変化することは留意すべきだろう。

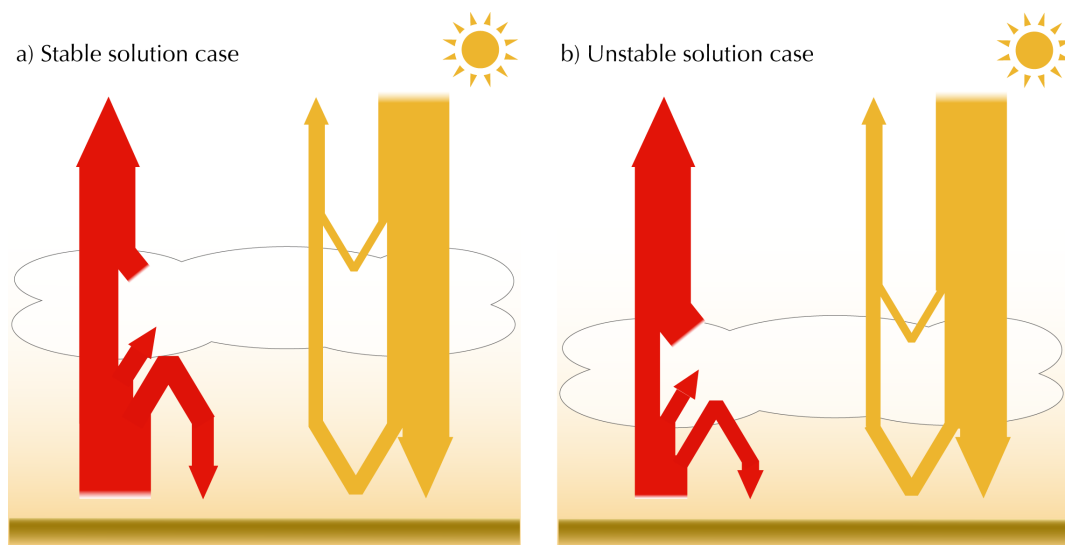


図 3.10: 雲が薄い場合の放射収支の模式図。気圧が 4 気圧以上の場合には、1 気圧の場合と比較して雲の射出量が大きいため雲が薄い場合でもこれを無視して考えることができない。惑星の赤外射出を支配するのは地表面温度が高い場合には地表面付近の熱射出であり (a)、地表面温度が低い場合は雲層の熱射出である (b)。

3.3 雲凝結フラックス

平衡地表面温度は雲面密度および雲粒の粒径に強く依存することが分かった。本節では雲の面密度の変化を調べる準備として雲の凝結フラックスを求め、そのパラメータ依存性を調べる。

雲のエネルギー収支を解く事で地表面温度と雲の厚さの関数として求めた雲凝結フラックスの図の一例を図 3.11 に示した。凝結フラックスは地表面温度が低い程大きい。これは地表面温度が低い程大気下端からの赤外加熱が弱まるだけでなく、雲温度が高いために雲の射出による自己冷却効果が強まるためである (図 3.2)。また面密度が大きいほど凝結フラックスが低くなっている。雲の厚さが増すと吸収率が上がるために太陽放射と赤外放射からの加熱をより強く受け一方で、同時に射出量も増える効果がある。この場合はより加熱を受けるようになる効果のほうが強く、結果として凝結フラックスは小さくなる。

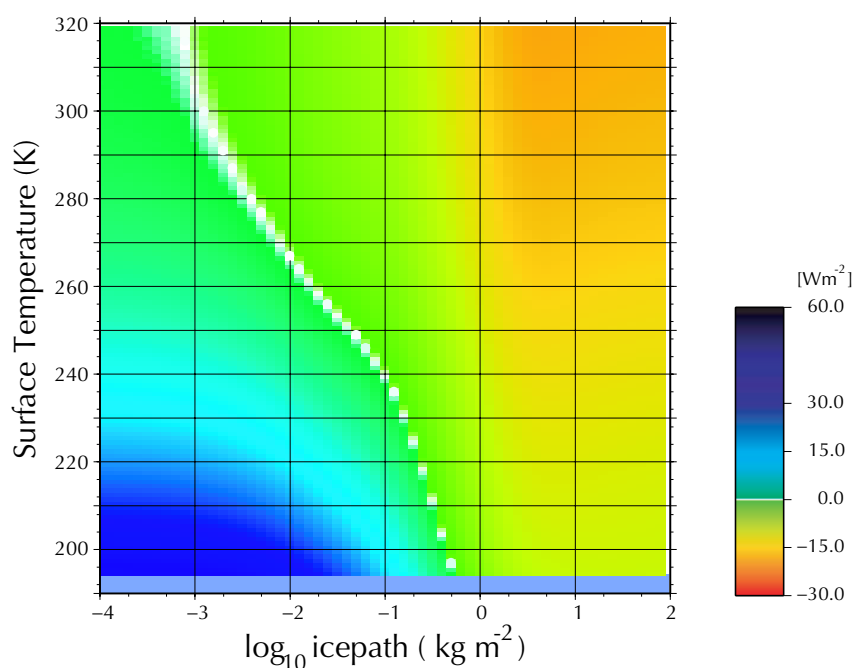


図 3.11: 雲の凝結フラックス. 大気圧 1 気圧, 粒径 $10 \mu\text{m}$ の場合.

3.3.1 粒径依存性

図 3.12 に雲凝結フラックスの面密度依存性を異なる粒径 $3.5 \sim 20 \mu\text{m}$ について示した。粒径が大きくなるにつれて凝結フラックスが減少する。これは 図 3.8 で示したように、粒径が大きい方がより広い赤外波長の放射を吸収する事ができ、赤外加熱が強まったためである

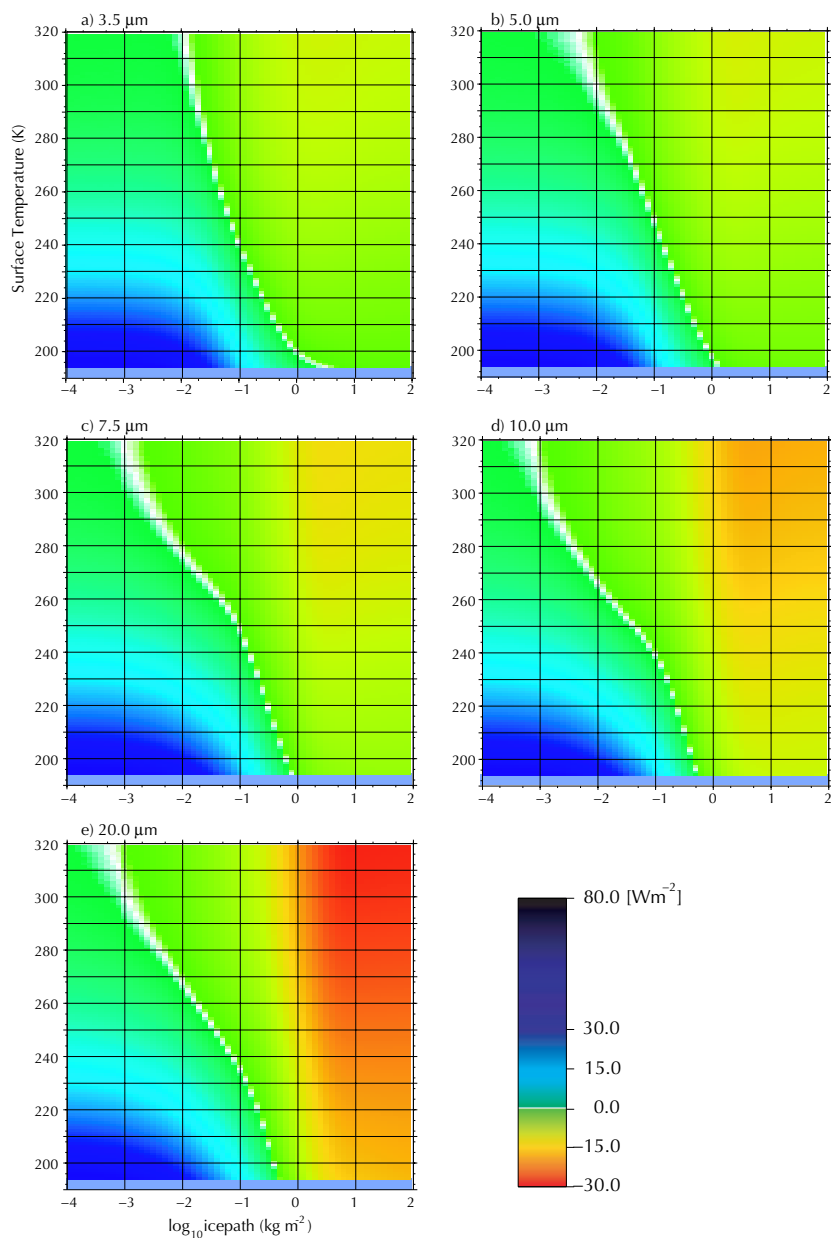


図 3.12: 凝結フラックスの面密度及び地表面温度の依存性。大気圧は 1 気圧, 粒径は a) $3.5 \mu\text{m}$, b) $5 \mu\text{m}$, c) $7.5 \mu\text{m}$, d) $10 \mu\text{m}$, e) $20 \mu\text{m}$ である。

3.3.2 大気圧依存性

図 3.13 に雲凝結フラックスの面密度依存性を異なる大気圧の場合で示した。気圧が高くなる程凝結フラックスが増加している。これは大気圧が高い程大気下端からの赤外加熱が弱まることにあわせて、低い高度で二酸化炭素の凝結が生じ、雲温度が高くなるために、自己冷却の効果がより強く効くためである (図 3.2)

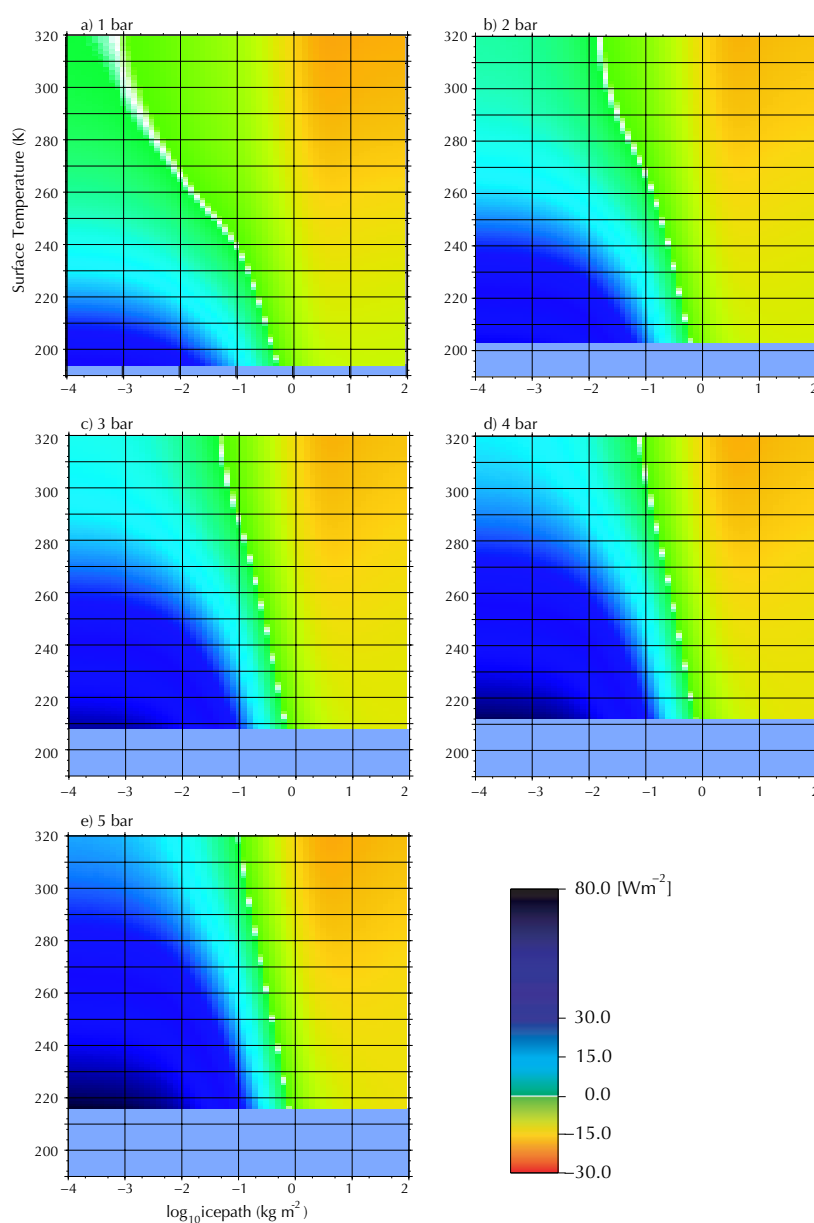


図 3.13: 凝結フラックスの面密度及び地表面温度の依存性. 雲粒の粒径は $10\mu\text{m}$, 大気圧は a) 1 bar, b) 2 bar, c) 3 bar, d) 4 bar, e) 5 bar を与えた.

3.4 粒径変化を無視した場合の面密度推定

上述の雲凝結フラックスを用いて面密度値の推定を行う。雲の面密度は大気凝結、雲粒沈降による雲層下への脱出による消失(雲層外に出た雲粒は蒸発すると仮定)によって変化するが、ここでは後者の効果は小さいとして無視する。

まず簡単のために粒径の変化は無視する。図 3.14 の点 B の状態にあれば凝結潜熱を得て面密度はどんどん増加する。逆に点 C の状態にあれば雲は負の凝結フラックスをもつために雲層の蒸発が生じ、面密度は小さくなるだろう。よって面密度は凝結フラックスが 0 となる点 A で安定となる。このように雲が温室効果を生じさせる適度な粒径を持つ場合には面密度が増加すると温室効果が生じ地表面温度は上昇するが、凝結潜熱は減少するためある値以上への雲面密度の増加は抑えられ、地表面温度の上昇も頭打ちになる。それらの値は、大気圧及び粒径のパラメータを与えた場合、大気構造が地表面温度の摂動に対する安定平衡解にあり、なおかつ雲層における凝結フラックスが 0 であることから見積もる事ができる。大気圧 1 bar, 粒径 $10 \mu\text{m}$ の場合には、面密度は $10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ と推定され、その雲の場合に地表面温度は 268 K に暖められる。

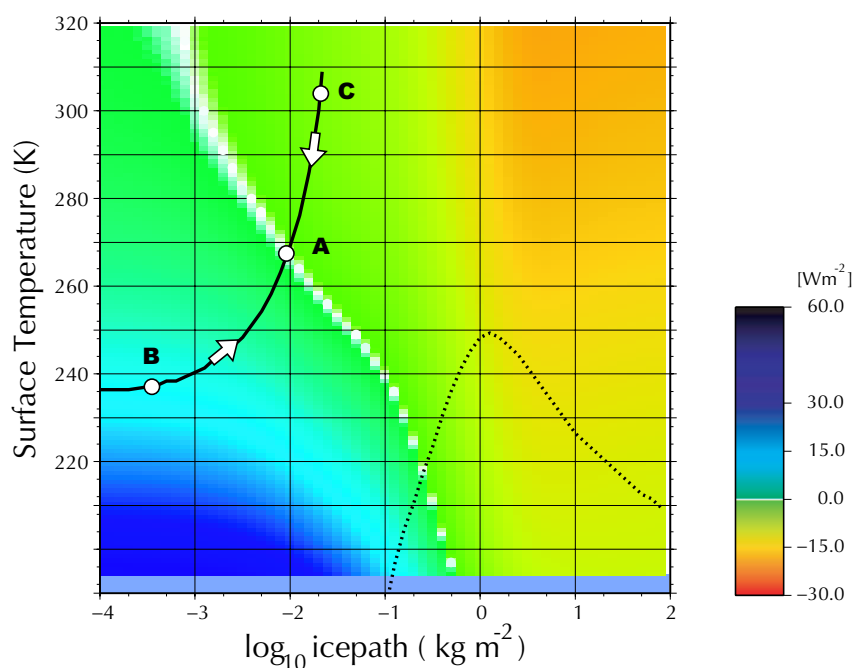


図 3.14: 雲の凝結フラックス。大気圧 1 気圧, 粒径 $10 \mu\text{m}$ の場合。カラーコンターは雲の凝結潜熱を示し、この値が正であれば凝結が生じる。実線は平衡地表面温度の安定解である。

3.4.1 粒径依存性

大気圧 1 気圧を例にとって異なる粒径における面密度の推定値を図 3.15 に示した。粒径が $7.5 - 20 \mu\text{m}$ の場合には見積もられた面密度及び平衡地表面温度の値はあまり差は生じておらず、面密度およそ $10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ 、地表面温度はおよそ 265 K であった。しかし、反温室効果となる粒径 $5 \mu\text{m}$ 以下の場合には解は存在しない。凝結フラックスの値が 0 になるためには面密度もしくは地表面温度がある程度大きくなる必要がある。しかし、粒径が小さい場合には温室効果が生じず、地表面温度は上がらない。更に面密度がおよそ $10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ まで大きくなると雲層による反温室効果が生じるために惑星凍結状態に陥ってしまう。

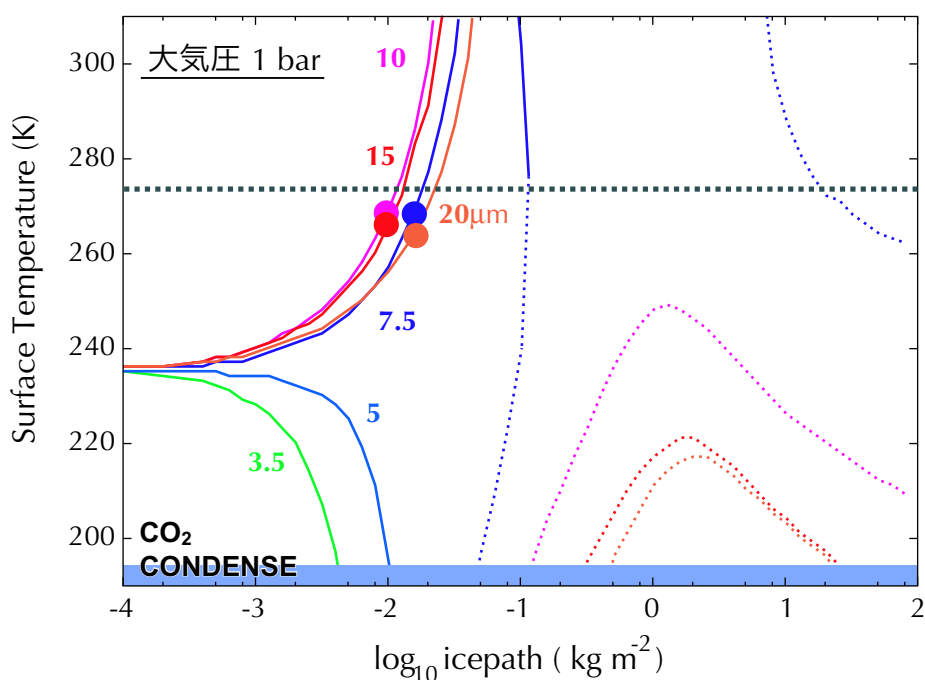


図 3.15: 図 3.7 の再掲。凝結フラックスが 0 となる面密度-地表面温度の値を丸で追加した。

3.4.2 大気圧依存性

次に、大気圧 2 気圧から 5 気圧まで変化させた場合に推定される面密度-地表面温度の値を粒径ごとに示す。2 気圧では、1 気圧の場合と同様に粒径 7 ~ 10 μm において面密度およそ $10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ で平衡点を持つ。しかしその地表面温度はおよそ 300 K と大気圧 1 気圧の場合より 40 K 程度も高い。

これは雲の厚さを固定した場合大気圧の上昇と共に温室効果が強まることと、凝結フラックスが増加し (図 3.13), より大きな面密度に達して凝結フラックスが 0 となるためである。

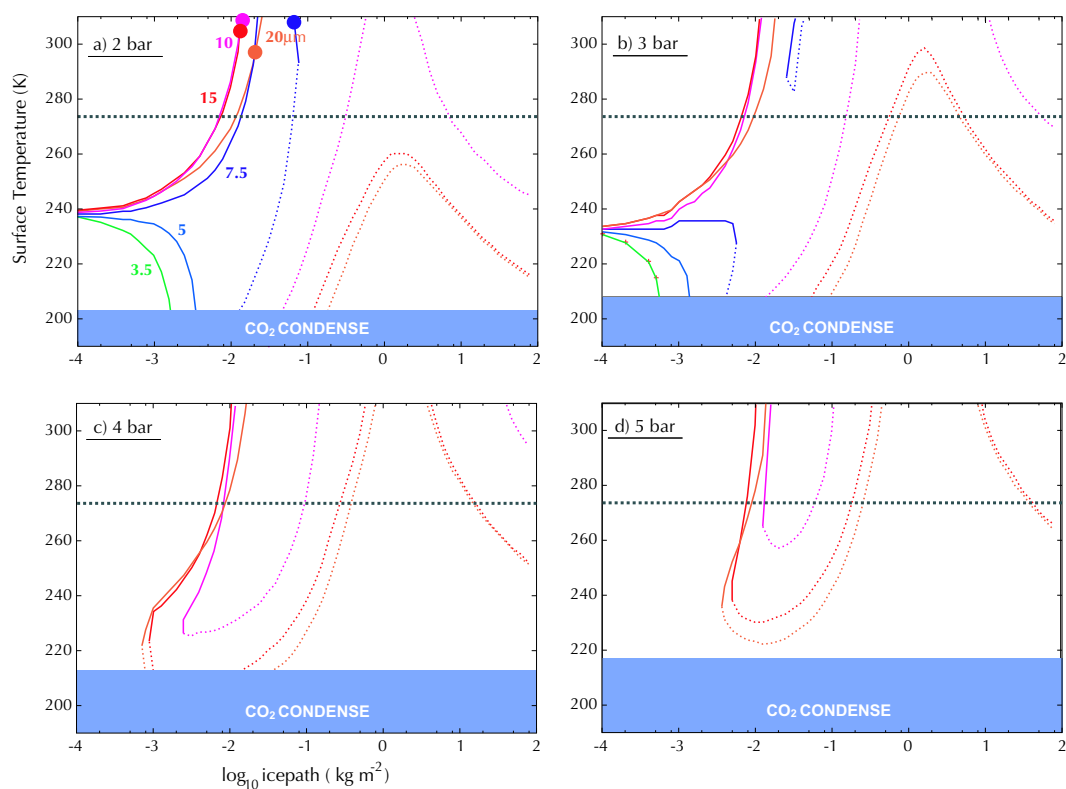


図 3.16: 図 3.9 の再掲に凝結フラックスが 0 となる点を丸で示した。

3.5 粒径変化を考慮した場合の面密度推定

前節では粒径の変化を考慮せずに面密度及び地表面温度の値を推定した。しかし実際は雲粒が凝結フラックスを受けて大きくなるはずである。粒径は大きい程凝結フラックスは小さくなるため (図 3.13), 面密度-凝結フラックスの負のフィードバックが成立しなくなる可能性がある。よってここでは雲粒の面数密度が一定という条件を起し, 粒径及び面密度がともに変化する場合を考える。

図 3.19 に面数密度を一定にした場合の凝結フラックスの面密度-地表面温度依存性を示す。実線が平衡地表面温度を面密度の関数として書いたものである。点 B の状態にあった場合には, 凝結フラックスを得て雲層が成長する。ここでは雲粒子の粒径が小さく, 雲によって反温室効果がもたらされるが, 粒径が $6\mu\text{m}$ を超えた点 B' 付近からで雲層の温室効果が生じはじめ雲の面密度増加に対して急激に地表面温度は上昇し, 凝結フラックスが 0 となる点 A で雲の成長は止まる。逆に点 C

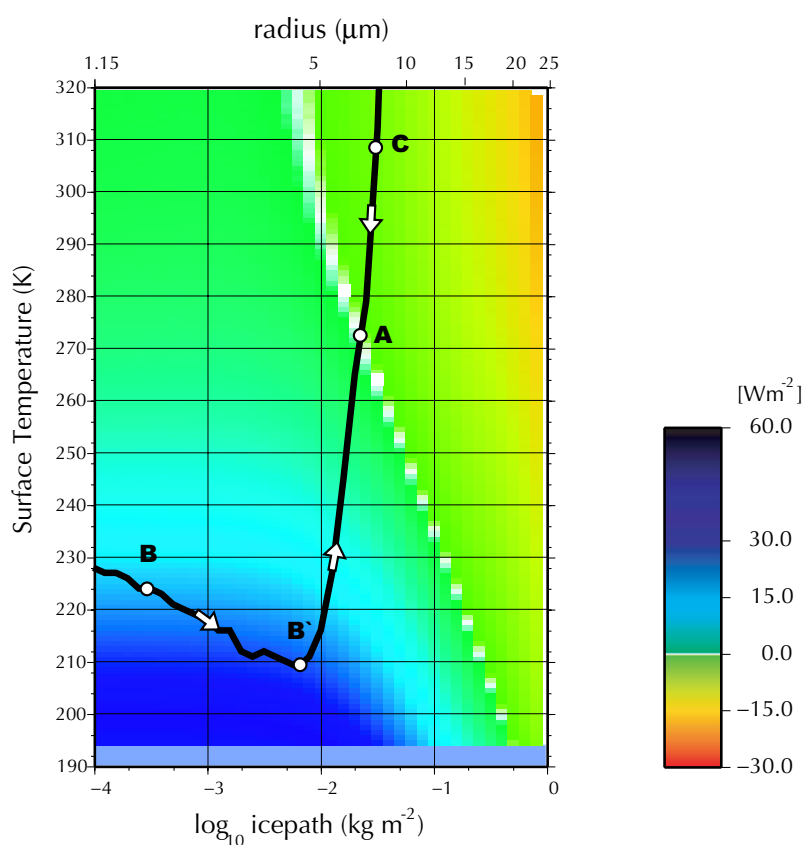


図 3.17: 大気圧 1 気圧, 面数密度を 10^{10} m^{-2} の平衡地表面温度の面密度依存性。カラーコンターは凝結フラックスを表す。

にある状態では雲に負の凝結フラックスが生じるために雲面密度は小さくなり、点 A へ至る。このように、雲粒の粒径変化を考慮した場合でも面密度-凝結フラックスの負のフィードバックが生じ、気候は安定化する。

3.5.1 面数密度依存性

図 3.18 に雲粒の面数密度を 10^8 m^{-2} から 10^{11} m^{-2} まで変化させたものを示した。実線は平衡地表面温度であり、点は 図 3.19 の点 A に相当する、平衡地表面温度かつ凝結フラックス 0 を満たす点である。

平衡地表面温度の面密度依存性は面数密度値によって大きく異なる。面数密度が 10^{11} m^{-2} の場合には粒径が非常に小さいために反温室効果が生じ、面密度が $4.0 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-2}$ (粒径およそ $0.8 \mu\text{m}$) より大きくなると惑星凍結が生じてしまう。しかし面数密度が 10^{10} m^{-2} の場合には面密度が $6.0 \times 10^{-1} \text{ kg m}^{-2}$ より大きくなると粒径が臨界値 $7 \mu\text{m}$ を超え、雲が厚くなるにつれて地表面温度は上昇する。しかし面数密度が 10^9 m^{-2} の場合もほぼ 10^{10} m^{-2} と同様の形をしている。ただし、

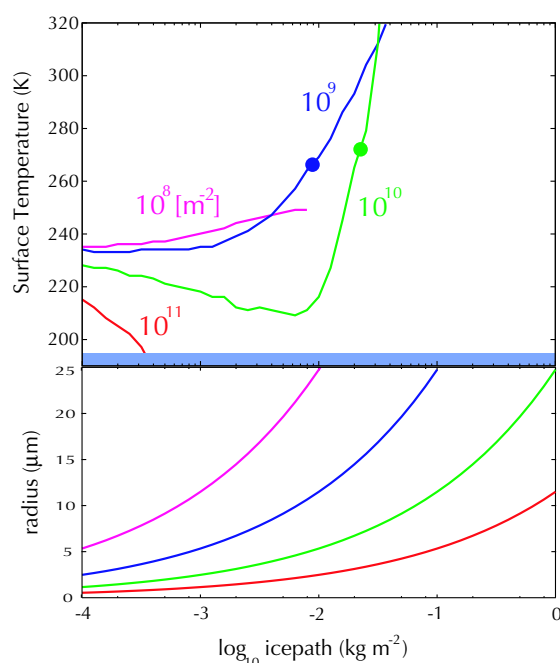


図 3.18: 上) 面数密度一定を仮定した場合の平衡地表面温度の面数密度依存性 (大気圧 1 気圧) : 下) 面数密度を与えた場合の粒径-面数密度の関係; 線の色はそれぞれ面数密度の値が異なる。

面密度が $2.0 \times 10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ より小さい場合でしか雲が反温室効果を生じさせるような粒径を持たないため、地表面温度はあまり下がってはいない。面数密度が 10^8 m^{-2} と少ない場合には比較的粒径が大きいいため、面密度が $1.0 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-2}$ と非常に小さい場合でも温室効果が生じている。しかしその地表面温度の傾きは他の場合と比較して非常に緩やかである。これは、ここでは温室効果がもっとも強く生じやすい粒径 $10 \sim 15 \mu\text{m}$ の雲の場合では、面密度が小さいためにあまり地表面温度は上がらない。逆に面密度が十分大きくなった場合には粒径が $20 \sim 25 \mu\text{m}$ と赤外波長と比較して大きいために強い温室効果は生じない。

放射対流平衡及び凝結フラックス 0 を満たすのは、面数密度 10^{11} m^{-2} および 10^8 m^{-2} の場合には存在しなかったが、面数密度 10^{10} m^{-2} では面密度 2.0 kg m^{-2} 及び粒径 $14 \mu\text{m}$ 、面数密度 10^9 m^{-2} では面密度 $9.0 \times 10^{-1} \text{ kg m}^{-2}$ 及び粒径 $11 \mu\text{m}$ の場合に存在し、地表面温度の推定値はそれぞれ 272 K および 266 K である。

ただし、粒径 $25 \mu\text{m}$ より大きい場合は散乱位相関数が複雑になるために検討を見送った。しかし、面数密度の小さい 10^8 m^{-2} の場合では、粒径 $25 \mu\text{m}$ 以上でより地表面温度が上昇し、なおかつそこで凝結フラックスも 0 となる可能性もあると考えられ、今後更なる検討が必要である。

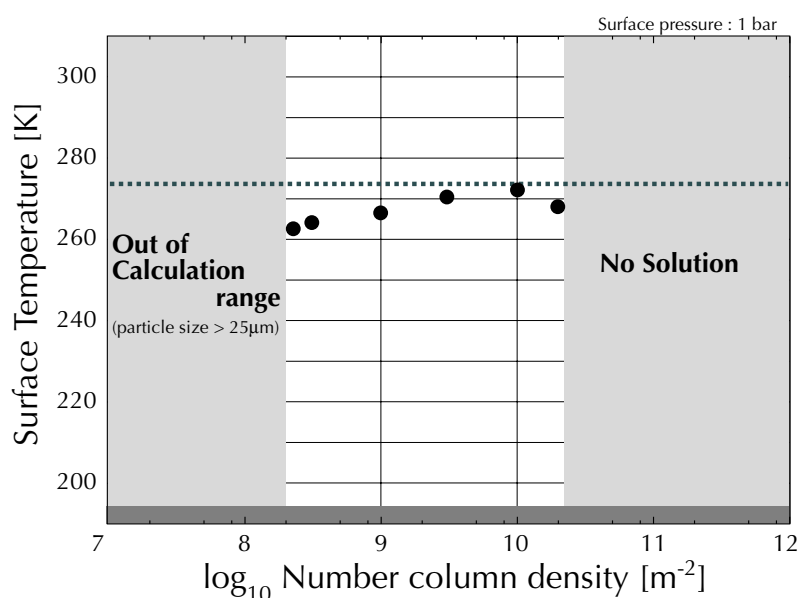


図 3.19: 平衡地表面温度の面密度依存性. 大気圧 1 bar. 面数密度が 10^{10} m^{-2} より大きいと温室効果が生じるほど粒径が成長しなかった。また粒径 $25 \mu\text{m}$ より大きい場合は散乱位相関数が複雑になるために検討を見送った。

3.5.2 大気圧依存性

図 3.20 に雲粒の面数密度を 10^{10} m^{-2} および 10^{11} m^{-2} の場合に惑星の放射平衡および雲の蒸発凝結平衡を満たす地表面温度の大気圧依存性を示した。大気圧の増加に伴い地表面温度が上昇している。またその上昇幅は雲の放射特性を無視した場合と比較して大きく、大気圧が大きいほど大気の温室効果よりも雲の散乱温室効果が強く効くことがわかる。

これは大気圧の増加に伴って凝結フラックスが増加するため (図 3.13), 凝結蒸発平衡を満たすように地表面温度ないし面密度は増加する。前者が増加する場合はいうのではないが, 面密度の増加した場合, より地表面温度が上昇するかは一概にはいえないが, 結果として大気圧増加に伴う地表面温度の減少よりも凝結フラックスの増加に伴う増加支配的となる。

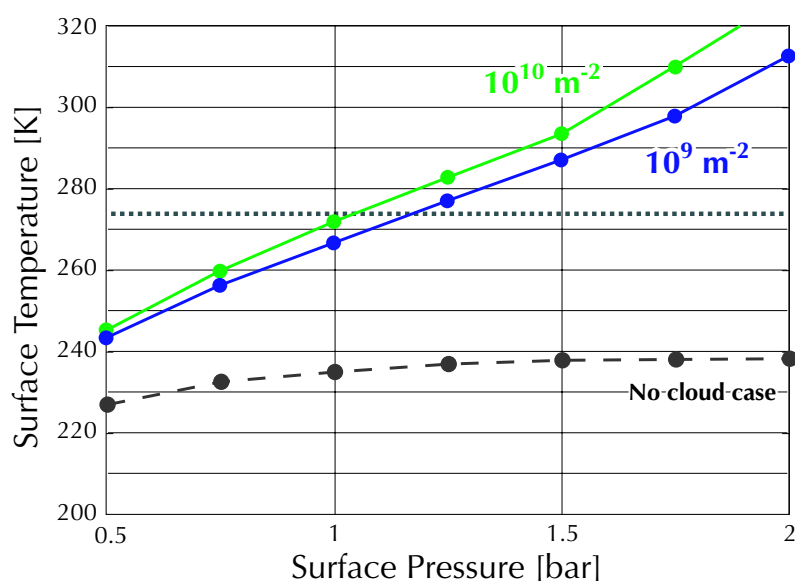


図 3.20: 平衡地表面温度の大気圧依存性. 色は雲粒の面数密度が異なり, 破線は雲の放射特性を無視した場合の値である.

4 議論

4.1 粒子沈降による質量消失フラックス

本研究では面密度および粒径の値を推定する際に凝結フラックスのみを考慮して議論した。その妥当性をここでは検証する。

雲粒は粒子が沈降することによって雲層下へ脱出し減少する。この雲の質量消失フラックス $\dot{\Sigma}_L$ は Yokohata et al. (2002) の方法を用いて導出する事ができる。これは単位時間に雲層を脱出する量を雲の密度と落下速度の積で表し、その落下速度はストークス沈降速度で与える。

$$\dot{\Sigma}_L(\Sigma, r) = \frac{\Sigma}{D} v(r) \quad (4.1)$$

$$v(r) = \frac{2}{9} \frac{\rho_c g}{\eta_c} r^2 \quad (4.2)$$

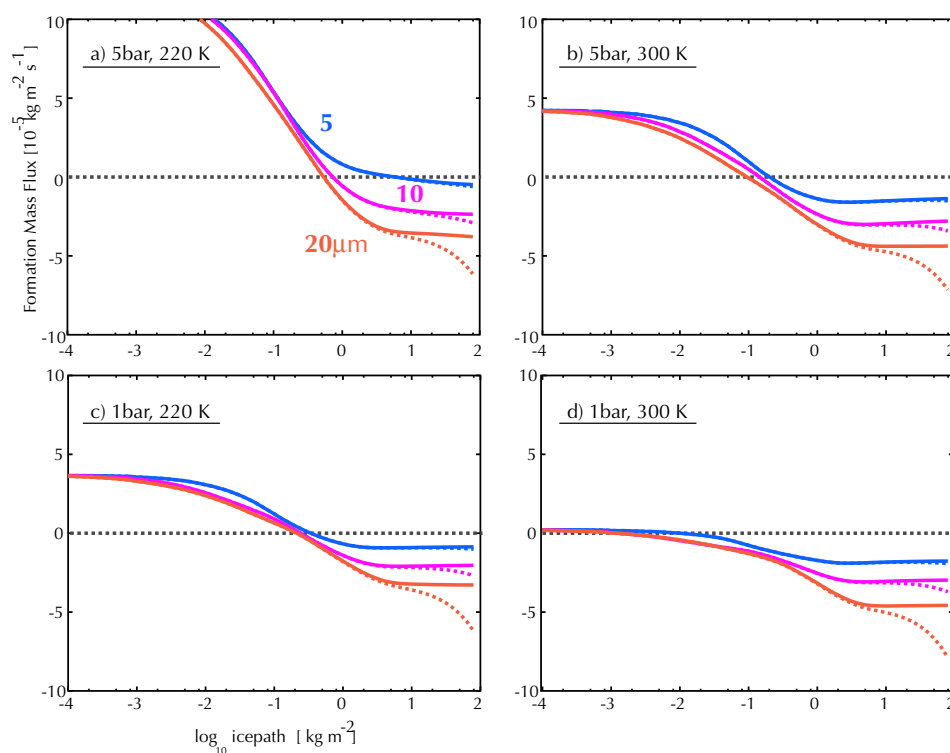


図 4.1: 凝結フラックス(実線)と粒子沈降による質量消失フラックスも考慮した正味の質量増加フラックス(点線)。線の色は粒径を示し, a,b,c,d は大気圧および地表温度の値が異なる。

ただし, D は雲層の厚さ, ρ_c は二酸化炭素氷の密度, η_c は二酸化炭素大気の粘性係数である.

これと雲層の冷却による凝結フラックスの和をとり, 雲の正味質量フラックスを見積もったのが 図 4.1 である. 実線が凝結フラックスのみ, 点線が質量消失フラックスを差し引いた正味のフラックスである. これをみると, 面密度が小さい場合には結果はあまり粒子沈降の影響を受けない. 面密度が 1.0 kg m^{-2} を超え, 粒径が大きい場合には沈降の影響があらわれる. しかしながら正味の凝結フラックスが 0 となる面密度値はほとんど影響を受けない. 従って沈降による質量消失フラックスを考慮して面密度値を見積もったとしてもそれによる影響はごく小さく, 面密度は凝結フラックスによってコントロールされているといえる.

4.2 面数密度値の妥当性

§3.5 では大気圧 1 気圧の場合に雲粒の面数密度が $10^9 \text{ m}^{-2} \sim 10^{10} \text{ m}^{-2}$ であれば温暖化が生じ得ることを示した. その面数密度パラメータの値を検証を試みる.

38 億年前の雲粒の数密度を知ることは容易でない. 火星が乾燥していれば, もしくは火山活動が活発であれば多数の凝結核の存在によって数密度は大きくなるであろうし, 逆に湿潤な気候を持っていれば, 大気中の凝結核は降雨に伴って除去されやすくなるだろう.

そのためにここでは一つの参照値として現在の火星のダスト数密度との比較を行う. NASA が 1975 年に打ち上げた Viking Mission の着陸船によってダストの光学的な値が観測された. その結果ダスト面密度 $0.001 \sim 0.02 \text{ kg m}^{-2}$, 有効半径 $1.85 \mu\text{m}$ (いずれも Pollack, 1979) と推定されている. 雲粒の半径を有効半径で仮定すると, このときのダスト面数密度は $2.4 \times 10^{10} \text{ m}^{-2}$ と導出され, この面数密度で雲粒が存在していれば大気圧 1 気圧の二酸化炭素大気で温室効果は十分生じ得る.

4.3 その他の要因による火星の温暖化の可能性

ここまでは雲の散乱温室効果による火星温暖化のみを着目したが, 他に温暖化する要因となり得るものがいくつか存在しており, 初期火星の気候を推測する上ではこれらを総合的にとらえる必要がある. そこで本説では雲の散乱温室効果以外のメタン, アンモニア, ダストによる温室効果の可能性とその際の問題点を指摘する.

4.3.1 メタン

メタンは紫外線をうけ 10^9 年という短い時間で分解するため、当時大量に存在していたならばなんらかの供給源が必要となる。

近年, Mars Express の観測から火星大気内にメタンが 35 ppb 含まれていることが示唆されている。これは非常に微量であるため、火星を暖めるにはより高い分圧が必要となるが、現在の大気中にメタンが存在しているということは地表面からの脱ガスなど、大気中にメタンが補充されている機構があることを意味しており、現在のメタン分圧では小さすぎて温室効果は生じないが、そのようなメタン源があれば初期火星中により多くのメタンが存在したことも期待できる。

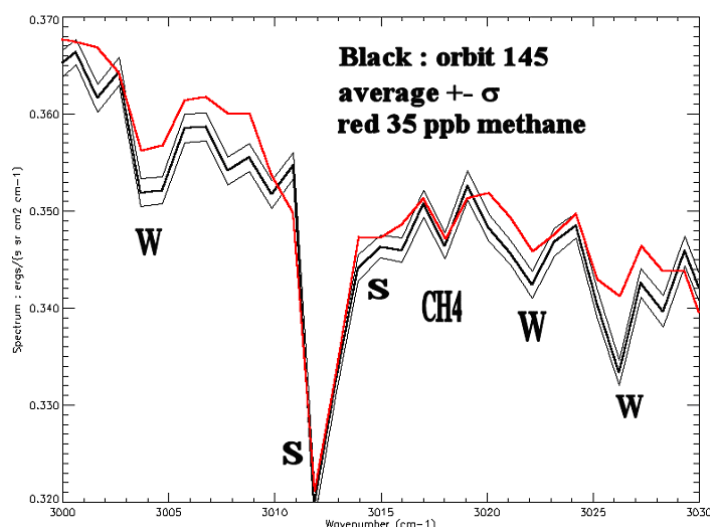


図 4.2: 全球フーリエスペクトロメータで得た赤外スペクトル。メタンによる吸収を考慮する事でスペクトルの形が説明可能である。(http://www.esa.int/export/SPECIALS/Mars_Express/SEML131XDYD_0.html より取得)

4.3.2 アンモニア

アンモニアも同様に供給源が必要であるだけでなく、大量のアンモニアが存在し、なおかつ現在の大気中には窒素分圧が小さいことを説明するためにはなんらかの除去機構が必要である。

窒素は現在の火星大気中には 2.7 % (0.16 mbar) しか含まれておらず, これがすべてアンモニアの分解によって形成されたと仮定してもその分圧は 0.19 mbar にしかならず, ほとんど温室効果は生じない. 従ってもし当時アンモニアが大量に存在していればや散逸もしくは固化によって大気から取り除く機構が必要になる. 現在の火星大気中の同位体比 N^{15}/N^{14} は地球の値と比較して 75 % も大きいことから (Owen, 1992), 窒素が散逸したという節もあり (McElroy et al, 1976), その場合, 初期の火星中には多くのアンモニアが存在していた可能性は十分ある.

4.3.3 ダスト

ダストはメタンやアンモニアと比較してもその存在の検証が難しく不確定性が大きい.

しかしもし存在すれば温暖化に寄与する可能性は高い. 小杉田 (2000) によると, 粒径 $2 \mu\text{m}$ なおかつ面密度 $10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ のダスト層が存在すればそれだけで強い温室効果が生じ, 地表面温度は液体の水の凝結温度に近づく. よって火山活動や隕石衝突によって多数のダストが浮遊した場合には温室効果が生じるかもしれない.

5 まとめ

古火星を想定した厚い二酸化炭素-水蒸気大気に対して鉛直一次元の放射モデルを用い、二酸化炭素氷雲による散乱温室効果のパラメータ依存性を解析し、雲パラメータの推定を行った。

まず散乱温室効果の程度、すなわち地表面温度の値は雲面密度および粒径に強く依存する。7 μm 以下の粒径で構成される雲は太陽放射をよく反射するために反温室効果をもたらすが、より大きな粒径を持つ場合には赤外放射をよく反射し、散乱温室効果が生じる。面密度はおよそ $10^{-3} \sim 10^{-1} \text{ kg m}^{-2}$ 程度で現在の地球程度の地表面温度が得られるが、それ以上では雲の熱放射と太陽放射の正味入射が釣り合う不安定平衡解が生じる。大気圧は1気圧よりも2気圧の場合の方が地表面温度は高くなる。3気圧以上では薄い雲の場合は惑星凍結に陥るが $10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$ 程度で安定平衡解が存在する。

雲の放射収支から雲凝結フラックスを求め、面密度値および粒径の見積もりを行った。凝結フラックスは雲面密度に対して単調減少の関係にあり、面密度の変化に対する凝結フラックスの負のフィードバックを持っていることが分かった。これにより地表面温度を支配する雲面密度の擾乱が抑えられるため、このメカニズムによって古火星の気候は安定であった可能性もある。また、さらに粒子沈降による質量消失フラックスを考慮しても見積もりの値はかわらず、雲の粒径および面密度の値は重力沈降よりもむしろ雲層における凝結蒸発平衡によって支配されていると推測される。

大気圧1気圧の場合、雲粒の面数密度が $10^9 \sim 10^{10} \text{ m}^{-2}$ では惑星の放射平衡と雲の凝結蒸発平衡をともにみたく場合が存在する。この場合の地表面温度は大気圧の増加に伴い上昇し、およそ1.2気圧以上の場合には地表面温度は水の凝固点を超える。以上より、温暖湿潤な気候が再現される為の必要条件は大気圧およそ1気圧以上でなおかつ面密度のオーダー $10^9\text{--}10^{10} \text{ m}^{-2}$ と評価される。

謝辞

論文を作成するにあたり、たくさんの方にお世話になりました。倉本圭助教授は論文作成のみならず、研究全般に渡っていつも懇切丁寧にご指導を頂きました。横畠徳太博士には数値コードの提供頂いただけでなく、様々な疑問に根気よく付き合ってくださいました。高橋芳幸博士はいつも親身になって研究内容や研究姿勢について有益な助言を頂きました。渡部重十教授、林祥介教授、阿部豊助教授、小高正嗣助手にはセミナーや学会などで広い視点から鋭いコメントを頂きました。また惑星物理学研究室、地球流体研究室の皆様には昼夜構わず議論し研究意欲を高めてくださっただけでなく、様々な叱咤激励を頂きました。皆様に心から感謝いたします。

また、数値計算には宇宙航空開発機構宇宙科学研究本部宇宙科学情報解析センターの SX-6 利用させて頂きました。併せて感謝申し上げます。

参考文献

- Gough, D. O., 1981, Solar interior structure and luminosity variations, *Sol. Phys.*, **74**, 21–34
- Kasting, J. F. and Toon, O. B., 1989, Climate evolution on the terrestrial planets, *origine and evolution od planetary and satellite atmosphere*, Arizona Press, 423–429
- Kasting, J. F., 1991, CO₂ condensation and the climate on early Mars, *icarus*, **91**, 1–13
- Kasting, J. F., Whitmire. D. P. and Reynolds, R. T., 1993. Habitable zones around main sequence stars, *icarus*, **101**, 108–128
- Kieffer, H. H., Martin, T. Z., Peterfreund, B. M., Miner, E. E. and Paulluconi, F. D., 1977, Thermal and albedo mapping of Mars during the Viking Primary mission, *J. Geophys. Res*, **82**, 4249–4291
- Kuhn, W. R., and Kasting, J. F., 1983, Effects of increased CO₂ concentrations on surface temperature of the early Earth, *Natures*, **301**, 5895, 53–55
- Kuntz, M., 1997, A new implementation of the humlicek algorithm for the alcu-lation of the voigt profile function, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **57**, 819–824
- 小杉田圭之, 2002, 火星大気の散乱温室効果: エディントン近似および二方向近似による検討, 北海道大学修士論文
- Komabayshi, M., 1970, Shape instability of crystals of ice, carbon dioxide and ammonia grown in a cold chamber, *J. Met. Soc. Japan*, **48**, 4, 270–286
- McRlroy, M. B., Youg, Y. L., and Nier, A. O., 1976, Isotropic composition of nitrogen: implications for the past history of Mars' atmosphere, *Science*, **194**, 70–72
- 前野紀一, 1986, 基礎雪氷学講座 I 雪氷の構造と物性, 第 2 章, 古今書院, 20–46
- Mischna, M. A., Kasting, J. F., and Freedman, R., 2000, Influence of carbon dioxide clouds on early Matrian climate, *Icarus*, **145**, 546–554
- Mitsuda, C., Yokohata, T. and Kuramoto, K, 2004, Scattering greenhouse effect in early Martian climate: an investigation of CO₂ ice clouds stability against radiative heating by line-by-line calculation *Proceedings of the 37th ISAS Lunar and Planetary Science Conference*, in press

- 日本化学会編, 1999, 科学便覧 基礎編改訂 4 版, 8 章, 丸善 II 101-194
- Owen, T., 1992, Composition and early history of the atmosphere, *Mars*, University of Arizona Press, 818–834
- Pierrehumbert, R. T. and Erlick, C., 1998, On the scattering greenhouse effect of CO₂ ice clouds, *J. Atmos. Sci.*, **55**, 1897–1903
- Pollack, J. B., 1979, Climatic change on the terrestrial planets, *Icarus*, **37**, 479–553
- Pollack, J. B, Kasting, J. F., Richardson, S. M., and Poliakoff. K., 1987, The case for a wet, warm climate on early Mars, *Icarus*, **71**, 203–224
- Ruyten, W., 2004, Comment on “A new implementation of the Humlicek algorithm for the calculation of the Voigt profile function” by M. Kuntz [JQSRT 57(6) (1997) 819-824], *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **86**, 231–233
- 関口美保, 2004: ガス吸収大気中における放射フラックスの算定とその計算最適化に関する研究, 東京大学博士論文.
- Sagan, C. and Mullen, G., 1972, Earth and Mars : evolution of atmospheres and surface temperatures, *Science*, **117**, No.4043, 52–56
- Warren, S. G., 1984, Optical constants of ice from the ultraviolet to the microwave, *Appl. Opt.*, **23**, 1206–1225
- Warren, S. G., 1986, Optical constants of carbon dioxide ice, *Appl. Opt.*, **25**, 2650–2674
- 横畠徳太, 2003: 火星表層環境進化における CO₂ 凝結の役割, 北海道大学博士論文.
- Yokohata, T., Kosugita, K., Odaka, M. and Kuramoto, K., 2002, Radiative absorption by CO ice clouds on early Mars: Implication to the stability and greenhouse effect of the clouds, *Proceedings of the 35th ISAS Lunar and Planetary Science Conference*, 13–16