

# 粒子の付着成長計算プログラム number\_density\_jupiter.c

平成 16 年 2 月 24 日

## 目次

1	概要	2
2	変数名	2
3	定数設定部分	3
4	関数設定部分	3
4.1	粒子の物質密度決定	3
4.2	温度分布	4
4.3	ガス面密度	4
4.4	質量からの半径導出	4
4.5	ガススケールハイトの導出	4
4.6	粒子の初期個数	5
4.7	粒子速度導出	5
4.8	結果出力	8
5	メイン関数	8
5.1	変数の定義	9
5.2	subnebula のパラメータ決定	9
5.3	変数の初期化	10
5.4	時間ステップ幅 Dtime の計算	11
5.5	実際の個数変化を計算	13
5.6	batch の作成と削除	13
5.7	結果出力	14

6	バグについて	14
7	使用方法	14

## 1 概要

number\_density\_jupiter.c(以下, 本プログラム) は島沢 (2004) において木星系での固体粒子の付着成長を追うために使用したプログラムである.

計算の流れを簡単に述べる (図 1). 初めに subnebula のパラメータを計算する. 次に適当な時間ステップ幅を求めるため, 一旦同一 batch または異なる batch に含まれる粒子の衝突による個数変化と質量変化を計算する. ここで求めた値を使って時間ステップ幅を決める. この時間ステップ幅を使ってもう一度各 batch 内の個数変化と質量変化を計算し, 1 つ前の時間ステップでの結果に変化を足しこむ. この計算を時間ステップ毎に行い, 付着成長による粒子サイズ分布の時間発展を求める.

本プログラムでは subnebula モデルのパラメータ決定部分は全て関数を使っているため, 関数の置き換えと, 定数設定部分で代入されている木星質量と木星半径の変更を行えば, 原始太陽系星雲や土星系 subnebula における粒子進化を追うプログラムとして使用することができる.

本プログラムのソースは以下の順番で書かれている.

1. 定数設定部分
2. 関数設定部分
3. メイン関数

以下ではこの 3 つについて章分けし, 各章の中でその詳細について説明する. なお, プログラム中での物理量は MKSA 単位系で表している.

## 2 変数名

プログラムの内容に入る前にプログラム中の変数の決め方について述べる.

変数は, 原則的に, 表す量の英語名の頭 3 もしくは 4 文字とした. 変数の英語名に 2 つ以上単語が含まれる場合は各単語の頭 3 文字をアンダーバーでつなぐ. また, 粒子に関する量にはアンダーバー + p, ガスに関する量にはアンダーバー + g を変数の末尾に付加する (例: 粒子の動径方向移動速度 `vel_r_p`). 変数の意味についてはプログラム中でコメント文を用いて記入してある. 一時的に使う変数に関しては変数の末尾に `_tmp` を付加する.

なお、粒子の衝突回数と衝突確率はそれぞれ  $\nu$ ,  $A$  という変数を用いる。また、関数内での変数では同様にアルファベット一文字で表している場合もある。

### 3 定数設定部分

ここでは計算する上で定数となる数を設定する。木星半径 (定数  $RAD\_J$ ) や重力定数 (定数  $G$ ) などの物理定数や粒子 `batch` の最大個数 (定数  $NMAX$ )、粒子質量のメッシュ幅 (定数  $Dm$ )、計算したい軌道 (定数  $POS$ ) などここで決定する。

この定数の値を変えることで計算する軌道半径、高さ、対象領域の高さ、幅を変えることが出来る (7 章)。

### 4 関数設定部分

関数設定部分で設定される関数は以下の 8 つである。

- 粒子の物質密度
- `subnebula` の温度分布
- ガス面密度
- 質量から半径導出
- ガススケールハイトの導出
- 粒子の初期個数導出
- 粒子速度導出
- 結果出力

関数名は `Func_[求める量](引数)` とした。以下で各関数について説明していく。

#### 4.1 粒子の物質密度決定

関数名： `Func_mat_den()`

`subnebula` モデルの温度分布はガニメデ軌道で氷が凝結するとしたので、 $15R_J$  ( $R_J$  は木星半径) 未満での粒子の物質密度は  $2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $15R_J$  より外側では  $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  とした。

## 4.2 温度分布

関数名：Func\_temp()

Mosqueira and Estrada (2003) の木星系 subnebula での温度分布のグラフより,  $40R_J$  以遠では subnebula の温度  $T$  は背景温度 130K であるとした. また,  $15R_J$  での温度を水が凝結する温度 250K として,  $40R_J$  より内側では温度は  $r^{-1/2}$  に比例するとし, 木星付近では温度は  $r^{-1}$  ( $r$  は木星からの距離) に比例すると考えると, 温度の距離への依存性は  $20.8R_J$  で変わる. これらのことから以下のように subnebula の温度  $T$  を決める.

$$T(r) = \begin{cases} 3750/r, & r < 20.8; \\ 822/\sqrt{r}, & 20.8 \leq r < 40; \\ 130 & r \geq 40; \end{cases} \quad (4.1)$$

## 4.3 ガス面密度

関数名：Func\_sur\_den\_g

ガス面密度  $\Sigma_g$  を求める際は, 以下の式を使い, 計算を行う軌道の軌道半径  $r$  で場合分けを行う (島沢 2004).

$$\Sigma(r) = \begin{cases} 51 \times 10^5(14/r), & r < 20; \\ 2.74 \times 10^{23}r^{-13}, & 20 < r < 26; \\ 0.31 \times 10^5(87/r), & r > 26; \end{cases} \quad (4.2)$$

## 4.4 質量からの半径導出

関数名：Func\_rad\_p ()

粒子半径  $D$  は粒子半径と物質密度を引数に取り, 以下の式を使って求める.

$$D = \left( \frac{3m_p}{4\pi\rho_{mat}} \right)^{1/3} \quad (4.3)$$

ここで  $m_p$  は粒子質量,  $\rho_{mat}$  は粒子の物質密度である.

## 4.5 ガススケールハイトの導出

関数名：Func\_sca\_hig\_g()

ガススケールハイト  $H_g$  は温度  $T$  を引数に取り, 以下の式から求める.

$$H_g = \sqrt{\frac{2k_B T a^3}{\mu m_H G M_J}} \quad (4.4)$$

(安部,1996). ここで  $k_B$  はボルツマン定数,  $\mu$  は原始太陽系星雲内の平均分子量,  $m_H$  は水素原子質量,  $a$  はガスの軌道半径の赤道面成分である.

#### 4.6 粒子の初期個数

関数名: Func.n\_ini()

対象領域はある幅  $L$  を持つ円環領域であるとする. 引数はガス面密度  $\Sigma_g$  と円環領域の底面積  $S$  である. 粒子の面密度はガス面密度の  $1/100$  と仮定し, 領域内の固体成分が初期質量  $M_{ini}$  の粒子を形成しているとする, その個数  $n$  は以下の式で表される.

$$n = \frac{\Sigma_g S}{100 M_{ini}} \quad (4.5)$$

ここで  $\Sigma_g$  は計算を行う軌道での面密度,  $S$  は計算する円環領域の底面積である. 底面積  $S$  は以下の式で表される.

$$S = 2\pi r R_J L \quad (4.6)$$

$r$  は計算する軌道距離を木星半径を単位として表したもの,  $M_{ini}$  は粒子の初期質量である.

初期粒子の大きさにばらつきを持たせるため, プログラム内ではこの  $n$  を初期個数を粒子の初期状態とはせず 1 番目の batch と 2 番目の batch に同数の粒子が存在するものとした. 質量を比較することにより, 1 番目の batch と 2 番目の batch に存在する粒子数  $n_{ini}$  は,

$$n_{ini} = \frac{n}{1 + DM} \quad (4.7)$$

と書ける. ここで  $DM$  は粒子質量のメッシュ幅である.

#### 4.7 粒子速度導出

関数名: Func.vel\_p

粒子の移動速度導出関数では引数に粒径をとる, まず cm サイズ以下の粒子の移動速度の式に粒径を代入して速度を求め, 次に km サイズ以上の粒子の移動速度の式で速度を求める. m サイズ以上粒径の場合でも cm サイズでの式を適用することにする. しかし, km サイズ以上の式から求めた速度が cm サイズでの速度と同

じになったサイズからは km サイズから求めた速度を粒子速度として使うことにする.

初めにガス空間密度  $\rho_g$ , ガス分子平均自由行程  $l_g$ , 音速  $c$ , 軌道傾斜角  $i$ , ケプラー回転からのずれ  $\eta$ , drag parameter  $DP$ , ケプラー時間とダストのガス抵抗による緩和時間の比  $\Gamma$  を計算する.

これらの値は以下のように求める.

- ガス空間密度  $\rho_g$

$$\rho_g = \Sigma_g / 2H_g \quad (4.8)$$

- ガス分子平均自由行程  $l_g$

$$l_g = \mu m_H / S_H \rho_g \quad (4.9)$$

$\mu$ : 平均分子量,  $m_H$ : 陽子静止質量,  $S_H$ : 水素分子断面積

- 音速  $c$

$$c = \sqrt{\frac{k_B T}{\mu m_H}} \quad (4.10)$$

$k_B$ : ボルツマン定数,  $T$ : 温度

- 軌道傾斜角  $i$

$$i = a \sin(z / \sqrt{r^2 + z^2}) \quad (4.11)$$

$r$ : 中心星からの距離,  $z$ : 計算を行う高さ,  $\sin()$ : アークサインを求める C 言語の標準関数

- ケプラー回転からのずれ  $\eta$  は次のように定義される.

$$\eta \equiv -\frac{1}{2} \left( \frac{c}{v_k} \right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} \quad (4.12)$$

ここで  $P = \Sigma_g k_B T / 2H_g \mu m_H$  とすれば,  $T, \Sigma_g, H_g$  は  $r$  の関数であるので,  $P$  は  $r$  のべき乗の関数で表すことができる. つまり  $A, B$  を定数とすると  $P = Ar^B$  と書け, よって  $\partial \ln P / \partial \ln r = B$  と表すことができる.

$T, \Sigma_g, H_g$  から  $B$  は以下のように場合分けをして決定する.

$$B = \begin{cases} -3.0, & r < 20; \\ -15.0, & 20 < r < 20.8; \\ -14.75, & 20.8 < r < 26; \\ -2.75, & 26 < r < 40; \\ -2.5, & r > 40; \end{cases} \quad (4.13)$$

- drag parameter  $DP$   
drag parameter は以下の式で表される.

$$A \equiv \frac{3u}{8\rho_{mat}D}C_D \quad (4.14)$$

ここで  $D$  は粒子半径,  $u$  は相対速度である.  $C_D$  は抵抗係数であり, 以下の式で表される (島沢, 2004).

$$C_D \cong \left[ \left( \frac{24}{Re} + \frac{40}{10 + Re} \right)^{-1} + \frac{3Ma}{8} \right]^{-1} + \frac{(2-w)Ma}{1+Ma} + w \quad (4.15)$$

ここで  $Re$  はレイノルズ数,  $Ma$  はマッハ数,  $w$  は補正項である. cm 以下の粒子の場合と km 以上の場合では抵抗則が違うため, 形が異なる.

- 粒径が cm サイズ以下の場合

$Re, Ma \ll 1$  とし,  $Re = 6Du/l_g c_t$  ( $c_t$  は熱速度.  $c_t^2 = 8c^2/\pi$ ),  $Ma = u/c_t$  を代入すると

$$C_D \cong \left( \frac{Re}{24} + \frac{3}{8}Ma \right)^{-1} = \frac{8c}{u} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{D}{l_g} + \frac{3}{2} \right)^{-1} \quad (4.16)$$

この  $C_D$  を  $A$  に代入すると  $u$  が消去され, 結局

$$A = \frac{6c}{\sqrt{2\pi}\rho_{mat}D} \left( \frac{D}{l_g} + \frac{3}{2} \right)^{-1} \quad (4.17)$$

と表すことができる

- 粒径が km サイズ以上の場合式 (4.15) より,  $Re \geq 1$  かつ  $Ma \sim 1$  として,  $C_D \sim 1$  であり,

$$A \equiv \frac{3u}{8\rho_{mat}D} \quad (4.18)$$

となる. ここで  $u = v_k \sqrt{\eta^2 + i^2/2}$  ( $v_k$  はケプラー速度,  $i$  は軌道傾斜角).

- ケプラー時間とダストのガス抵抗による緩和時間の比  $\Gamma$

$$\Gamma = \frac{\rho_g A}{\Omega_k} \quad (4.19)$$

これらの値を使って以下の式から粒子のガスに対する相対速度を求める.  
 $v, V$  をそれぞれガスと粒子の速度とすると cm サイズの粒子の場合,

$$V_r = -\frac{2\Gamma\eta v_K}{1 + (1 + \xi)^2\Gamma^2}, \quad V_\phi = -\frac{(1 + \xi)\Gamma^2\eta v_K}{1 + (1 + \xi)^2\Gamma^2} \quad (4.20)$$

$$v_r = \frac{2\xi\Gamma\eta v_K}{1 + (1 + \xi)^2\Gamma^2}, \quad v_\phi = -\frac{1 + (1 + \xi)\Gamma^2}{1 + (1 + \xi)^2\Gamma^2}\eta v_K \quad (4.21)$$

$$v_z - V_z = \frac{1}{\Gamma} \frac{z}{r} v_K \quad (4.22)$$

と書け, これから粒子のガスに対する相対速度を求めることができる (島沢 2004).  
km サイズ以上の粒子のガスに対する相対速度は以下のように表される.

$$V_r = \frac{dr}{dt} = 2A\rho_g u r (1 + h \cos i) \quad (4.23)$$

$$V_\phi = \eta v_k \quad (4.24)$$

$$V_z = i v_k \quad (4.25)$$

ここで  $u = v_k \sqrt{\eta^2 + i^2/2}$ ,  $h = (1 - 2\eta)^{1/2}$  である (島沢 2004).

最後に cm サイズの式から導いた速度と km サイズの式から導いた速度を比較し, 動径方向速度に関しては cm の速度が km サイズでの速度より小さくなった場合, 方位角方向と赤道面鉛直方向については cm の速度が km サイズでの速度より大きくなる粒径から大きな粒径では km サイズから求めた速度を使うことにする.

## 4.8 結果出力

関数名: Func\_output

結果出力は if 文で指定した時間ステップ毎に, 指定したフォルダ名の下に out\_t[時間ステップ数].dat の名前でも出力される. 各 batch におけるデータが, batch 番号, 粒子半径, 粒子質量, 粒子数, 粒子空間数密度, 質量微分数密度, 粒径微分数密度, 面密度, 質量微分面密度, 経過時間, 体積の順にスペースを空けて出力される.

また, 標準出力にはファイルが出力された時間ステップ毎の, 時間ステップ数, 最大質量 batch 番号, 最大質量, 質量合計, 経過時間が出力される. 結果のファイル出力が時間ではなくタイムステップを指定して出力する方式になっており, また, 時間ステップ幅は可変であるため, 各ファイルでの経過時間はばらばらになってしまう. この標準出力をファイルに落としておくと, 出力ファイルの経過時間の一覧が作成され解析の際に都合がよい.

## 5 メイン関数

メイン関数内における計算の流れを, 図 1 に示した. 初めに変数の定義と subnebula のパラメータを決め, さらに, 各 batch の代表質量, batch 内の粒子個数と batch 内に存在する質量の初期化を行う. t ループは時間発展を表しており, 時間ステップ数 t と時間ステップ幅 Dtime の積の和をとることで系の経過時間を求め



る。t ループの中ではまず時間ステップごとに必要な変数を初期化し、Dtime を求めるため一旦存在する粒子の個数変化と質量変化を計算する。ここで求めた変化から最適な Dtime を求め、その時間ステップ幅を使って実際の各 batch 内での粒子の変化を計算する。次にその変化を、1 時間ステップ前の結果に足しこむ。足しこみの後代表質量を計算し、必要であれば batch の作成と削除を行う。最後に結果出力をして、1 時間ステップでの計算は終了する。

図 1 の点線で囲まれた部分は共に粒子の各 batch における個数と質量変化を計算する部分でありほとんど同じ処理を行っている。違いは、「変化の足しこみ」の部分である。処理 B では実際に個数変化を計算するために、各 batch での個数変化と質量変化をそのまま和をとっている。一方、処理 A では時間ステップ幅 Dtime の計算のため各 batch での質量変化と個数変化の絶対値の和をとっている。

ソース内ではメイン関数内の処理はこの順番に書かれている。

- 変数の定義
- subnebula のパラメータ決定
- 変数の初期化
- 時間ステップ幅 Dtime の計算
- 実際の個数変化を計算
- batch の作成, 削除
- 結果出力

以下で各項目について説明する。

## 5.1 変数の定義

メイン関数内で使用する変数の定義を行う。変数の名前とその意味についてはソースに書き込んでいる。

## 5.2 subnebula のパラメータ決定

パラメータ決定部分では以下の量を計算する。

- 固体物質密度
- 温度
- ガス面密度

- ガススケールハイト
- 使用する粒子速度を決める高さ  $z$
- ケプラー角速度, ケプラー速度
- 計算対象の円環領域の幅 width, 高さ height
- 対象体積, 面積
- 粒子初期個数

$z$ , ケプラー速度, 円環領域の幅と高さ, 対象体積と面積以外は関数化されており, 既に述べた. 関数化されていない値は以下のように決めている.

- 計算する領域内の高さ  $z$   
対象体積が同じでも, その体積の中のどの高さで粒子成長を追うかによって移動速度が変わり, 粒子の変化個数が変わる. したがって  $z$  を決める必要がある (7).
- 計算対象の円環領域の幅 width, 高さ height  
計算領域を決める. 具体的には width は計算する軌道の multi\_width 倍, height はガススケールハイトの multi\_h 倍としてある. height を変化させると固体粒子を分布させる領域が狭くなるため粒子空間数密度が上がる (7).
- 対象体積, 面積  
粒子空間数密度, 質量面密度の導出のため, 計算領域の幅と高さから体積, 底面積を導出する.
- ケプラー角速度, ケプラー速度  
ケプラーの法則より導出する.

### 5.3 変数の初期化

各 batch の代表質量, 個数, 質量を初期化する.

batch 番号が 1 と 2 の batch にはパラメータの決定部分で求めた粒子個数, 質量を代入する. その他の batch の粒子個数, 質量には 0 を代入する.  $i$  番目の batch の代表質量は  $m_i = DM^{i-1} M_{INI}$  ( $DM$  は質量のステップ幅,  $M_{INI}$  は最小粒子の質量であり, デフォルトでは  $10^{-14}$  kg. 密度  $2 \times 10^3 \text{kg/m}^3$  の時, 半径  $\sim 1 \mu\text{m}$  の粒子に相当する.) を代入する.

## 5.4 時間ステップ幅 Dtime の計算

最適な時間ステップ幅 Dtime を計算するため、粒子の変化を計算する。Dtime を大きすぎると1時間ステップ内での粒子の衝突回数が大きくなりすぎてしまい、詳細な変化を追えなくなる。また、短すぎると計算時間が長くなりすぎてしまう。

ここでは、まず存在する粒子が自分自身の batch または他の batch の粒子と衝突することを考え、粒子が存在する全ての batch の個数変化の時間スケールを求め、次に各時間スケールの比較を行い、最も短い時間スケールの1/10を時間ステップ幅として使うことにする。

粒子の個数変化と質量変化は以下のような流れで求める。 $i, j$  は衝突する粒子の質量 batch 番号とする。まず、 $i$  粒子、 $j$  粒子の代表質量から粒径  $D$  を計算する(4.4節)。求めた粒径から粒子のガスに対する相対速度  $\Delta v_{ij}$  を求める(4.7節)。 $i$  粒子、 $j$  粒子の相対速度を計算し、衝突確率  $A_{ij}$  を求める。

$$A_{ij} \equiv \pi(D_i + D_j)^2 \Delta v_{ij} \quad (5.26)$$

(島沢 2004)。

なお、同一 batch 内の粒子の衝突の際は相対速度  $\Delta v_{ii}$  を次式のように与えて計算した。

$$\Delta v_{ii} = |v_{i-1/2} - v_{i+1/2}|/2 \quad (5.27)$$

ここで、 $v_{i-1/2}$  は、質量  $(m_{i-1} + m_i)/2$  の粒子が持つ速度、 $v_{i+1/2}$  は、質量  $(m_i + m_{i+1})/2$  の粒子が持つ速度である。

時間ステップ幅  $\Delta t$  での  $i$  粒子と  $j$  粒子の衝突回数  $\nu_{ij}$  は  $A_{ij}$  を使って

$$\nu_{ij} = \frac{n_i(n_j - \delta_{ij}) A_{ij} \Delta t}{1 + \delta_{ij} V} \quad (5.28)$$

と書ける。ここで  $n_i$  と  $n_j$  はそれぞれ batch  $i$ , batch  $j$  に含まれる粒子の個数、 $V$  は計算対象領域の体積である。

付着確率は1としており、この場合の batch の粒子数変化と質量変化は以下のように3つの場合で粒子変化を足しこむ batch が変わる。

- $i < j$  でありかつ batch の移動がない場合。
- $i < j$  でありかつ batch の移動がある場合。
- $i = j$  の場合。

batch の移動が起こるのは  $m_i + m_j > (m_i + m_{i+1})/2$  となる場合である。なお、最大質量 batch 幅は  $DM=1.5$  であるため、 $i = j$  の場合は必ず batch の移動が起こる。

移動先の batch 番号を  $k$  とし、時間  $\Delta t$  の間の衝突回数を  $\nu_{ij}$ , batch  $i$  内の代表質量を  $m_i$ , 個数変化を  $\Delta n_i$  質量変化を  $\Delta d_i$  とすると、batch 番号  $i, j, k$  の質量と個数の変化はそれぞれの場合について以下のように書くことができる。

- $i < j$  でありかつ batch の移動がない場合.

$$\begin{aligned}\Delta n_{ij} &= -\nu_{ij} \\ \Delta n_{ji} &= 0 \\ \Delta d_{ij} &= -m_i \nu_{ij} \\ \Delta d_{ji} &= m_i \nu_{ij}\end{aligned}$$

- $i < j$  でありかつ batch の移動がある場合.

$$\begin{aligned}\Delta n_{ij} &= -\nu_{ij} \\ \Delta n_{ji} &= -\nu_{ij} \\ \Delta n_k &= \nu_{ij} \\ \Delta d_{ij} &= -m_i \nu_{ij} \\ \Delta d_{ji} &= -m_j \nu_{ij} \\ \Delta d_k &= (m_i + m_j) \nu_{ij}\end{aligned}$$

- $i = j$  の場合.

$$\begin{aligned}\Delta n_i &= -2\nu_{ij} \\ \Delta n_k &= \nu_{ij} \\ \Delta d_i &= -2m_i \nu_{ij} \\ \Delta d_k &= 2m_i \nu_{ij}\end{aligned}$$

各衝突における各 batch 内の粒子の個数変化, 質量変化をそれぞれ和をとれば, 1 時間ステップ内での粒子の個数と質量の変化を求めることができる. しかし, ここでは  $Dtime$  を求めるため, 各衝突における各 batch 内の粒子の個数変化, 質量変化の絶対値の和  $|\Delta n_i(t + \Delta t_f)|, |\Delta d_i(t + \Delta t_f)|$  (変数 `SUM_Dnum_p[i]`) を計算する.

この和を使って  $Dtime$ (以下  $\Delta t$ ) を計算する.  $\Delta t_f$  後の粒子の個数変化  $|\Delta n_i(t + \Delta t_f)|$  から, 粒子数の変化速度がわかる. これより  $n_i(t)$  の粒子が 0 になる時間スケールを求め, これを任意の定数  $C$  で割ることで適当な値をとることにする. ある時間ステップ幅  $\Delta t_f$  の次の時間ステップ幅  $\Delta t_l$  を表す式は以下である.

$$\Delta t_l = \frac{n_i(t)}{|\Delta n_i(t + \Delta t_f)|} \frac{\Delta t_f}{C} \quad (5.29)$$

同様に質量変化で batch 内の質量を割った値からもタイムステップを求め, 各 batch で導かれるタイムステップの最も短いものを  $\Delta t$  として採用する. デフォルトでは  $C = 10$  としている.

ここで求めた時間ステップ幅を使って実際の個数変化を計算する.

## 5.5 実際の個数変化を計算

個数変化のアルゴリズムについては前節で説明した。実際の個数変化の計算もアルゴリズムはほとんど同じである。違うのは、前節では batch 内の粒子数変化、質量変化の絶対値の和をとっていたが、ここでは絶対値ではなく変化量をそのまま和をとる。

全ての衝突における各 batch の変化を計算したら、1時間ステップ前の結果にそれを足しこむ。次の時刻  $t + \Delta t$  での batch  $i$  の、粒子数と質量は

$$\begin{aligned} n_i(t + \Delta t) &= n_i(t) + \Delta n_i \\ d_i(t + \Delta t) &= d_i(t) + \Delta d_i \end{aligned}$$

となる。batch  $i$  の中にある粒子の代表質量は上式より、

$$m_i(t + \Delta t) = \frac{d_i(t + \Delta t)}{n_i(t + \Delta t)} \quad (5.30)$$

と決めることができる。

## 5.6 batch の作成と削除

各 batch を代表する質量 (以下代表質量) は時間とともに変化する。これは moving batch scheme と呼ばれる (Inaba et al., 1999)。代表質量は可変であるため、ある batch における代表質量が、隣の batch の代表質量と重なるまたは batch の代表質量の間隔が広がりすぎてしまう状況がありうる。これらのことが起こる場合、それぞれ batch の削除ないしは、新たな batch の作成を行う。batch の作成と削除は以下のように行う。

- batch の作成

隣り合う batch の間隔を比較するループを作り、batch の代表質量比が初期の質量ステップ幅 DM の 2 乗より大きくなった場合に、新たに空の batch を質量ステップ幅 DM の間隔で作成し、それより後の配列を 1 つ大きいほうにずらす。したがって質量 batch の幅の最大は DM となる。

- batch の削除

batch 作成の場合と同じループ内で、隣り合う batch の代表質量の差が 0 以下になったら、隣り合う batch 内の質量と個数の和を取り、そこから代表質量の値を導き、新たな batch とする。その後、それより後の配列を 1 つ小さい方にずらす。

## 5.7 結果出力

結果出力は指定した時間ステップ毎に行われる。時間ステップの指定は if 文で行い、指定された時間ごとに結果出力関数 (4.8 節) を動かす。

また結果出力の前に各 batch 内の粒子数をチェックし、マイナスの値になっていないかどうかを確認する。マイナスの値が出たら計算を終了させている。

## 6 バグについて

計算コード内では、1 タイムステップ後での粒子個数は、各 batch の粒子の他の batch 粒子との衝突による個数変化の和をとり、その和を 1 つ前のタイムステップの粒子個数に加えることで求めている。この時、被衝突粒子の個数が少ないと、ある粒子が別の粒子に衝突した際、被衝突粒子が自分自身またはその他の粒子と衝突し、batch から消えてしまうことがある。このような場合、衝突してきた粒子の質量分が空の batch に発生し、その結果計算が不安定になってしまう。

これを回避するためには、粒子数と質量変化をその場で 1 時間ステップ前の結果に足しこんでしまうという方法が考えられる。

## 7 使用方法

計算する高さ、計算する領域を変えたい場合は以下の値を変更すれば良い。

- POS
- multi\_h
- multi\_z
- multi\_width
- 出力先のディレクトリ名

これらはそれぞれ以下のパラメータに関係する。

- 計算する軌道半径の赤道面成分 (変数 POS)
- 計算領域の高さ (変数 height)
- 計算領域の幅 (変数 width)
- 計算領域内での粒子の高さ (変数 z)

変数 POS は計算する粒子の軌道の赤道面成分.

変数 height はガススケールハイトの倍数で指定しており, プログラム中では

$$height = sca\_hig * multi\_h \quad (7.31)$$

としている. sca\_hig\_g はガススケールハイトである.

同様に z, width についてもプログラム中では

$$z = height * multi\_z \quad (7.32)$$

$$width = POS * RAD_J * multi\_width \quad (7.33)$$

としている.

これらを変更することで様々な状況での計算を行える. 結果出力関数 (Func\_output) 内のディレクトリを指定する部分を書き換えるのを忘れないこと.

また, 本プログラムでは subnebula モデルのパラメータ決定部分は全て関数を使っているため, 関数の置き換えと, 定数設定部分で代入されている木星質量と木星半径の変更を行えば, 原始太陽系星雲や土星系 subnebula における粒子進化を追うプログラムとして使用することができる.

## 参考文献

- [1] 松井孝典, 田辺英一, 高橋栄一, 柳川弘志, 阿部豊, 1996. 地球惑星科学入門, 岩波書店.
- [2] 島沢竜平, 2004. 木星系におけるダストの移動を考慮した微衛星形成について. 修士論文, 北海道大学大学院理学研究科.
- [3] Satoshi Inaba, Hidekazu Tanaka, Kenji Ohtsuki and Kiyoshi Nakazawa, 1999. High-accuracy statistical simulation of planetary accretion: I. Test of the accuracy by comparison with the solution to the stochastic coagulation equation, Earth Planets Space, **51**, 205-217.

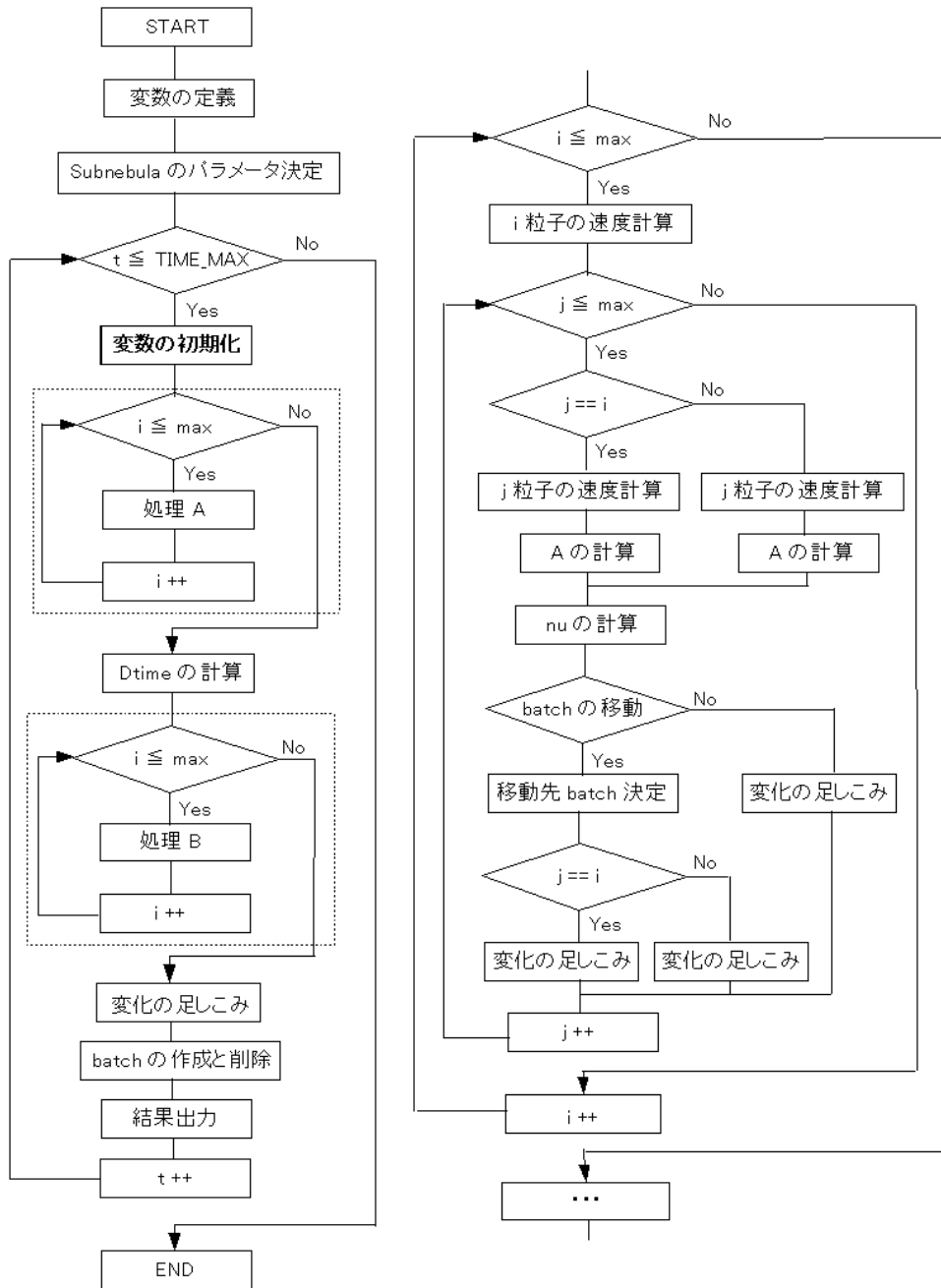


図 1: メイン関数のフローチャート. 左がメイン関数. 右はメイン関数内の点線部分の中身を示す. ここで  $i, j$  は衝突する粒子の batch 番号,  $A$  は衝突確率,  $\nu$  は  $i$  粒子と  $j$  粒子の衝突における粒子の衝突回数,  $\text{TIME\_MAX}$  は時間ステップ数の最大値,  $\text{max}$  は粒子の存在する最大 batch 番号である.