

木星系におけるダストの移動を考慮した
微衛星形成について

Dust migration and formation of
satellitesimals in a Jovian subnebula

島沢竜平

Ryuhei Shimazawa

北海道大学大学院理学研究科

地球惑星科学専攻

平成 16 年 2 月 24 日

要旨

本研究では木星の衛星系形成過程のうち、特に subnebula の中でダストから微衛星が形成される過程に注目し数値実験を用いた解析を行った。

木星系 subnebula モデルとしては centrifugal radius を基準としてその内側と外側で密度分布、温度分布が大きく変化する 2 分割円盤モデル (Mosquera and Estrada, 2003) を仮定する。衛星形成過程は原始太陽系星雲中における惑星形成過程と同様の過程を経ると考えられる。しかし subnebula においてはそこでの密度やケプラー周期などのパラメータの違いにより、原始太陽系星雲における進化過程がそのままスケールダウンされるわけではない。そのような過程の一つが今回着目するダストと微衛星のガス抵抗による移動である。

この過程は衛星形成過程の最も初期の段階にあたり、その後の衛星形成に大きな影響を与える。本研究ではこの過程を固体粒子の移動とそれに伴う付着成長について数値実験を用いた解析を行った。

ダストの円盤中での移動速度は、ダストとガスの 2 流体方程式を解き、得られた解に対して衛星系での密度、温度分布を適用することで得られる。微衛星に関しては Adachi et al. (1976) の結果に従って移動速度を計算する。計算の結果、原始木星系円盤ではダスト半径が 0.1 m 程度のとき、円盤内の位置にはほとんどよらずに、木星への移動速度が最大になることがわかった。この時の最大速度はガニメデ軌道で約 100m/s、カリスト軌道で約 500m/s であった。この速度で粒子が移動し続けるとすると粒子が木星まで落下する時間はそれぞれ 1ヶ月、4日となる。

固体粒子間の相対速度を用いて、粒子の付着成長方程式を数値的に解き、粒子のサイズ進化を調べた。その結果、半径が 1mm を超えた粒

子は暴走成長を起こし、より小さな粒子よりも急速に成長することがわかった。暴走成長の原因は粒子同士の相対速度が粒子のあるサイズを境に急激に変化することによる。暴走成長による μm サイズのダストから m サイズの微衛星の形成時間は、ガニメデ軌道領域で約5ヶ月、カリスト軌道領域で約6年であった。また、 1mm の粒子が 0.1m を超えて m サイズの微衛星となるまでの時間はそれぞれ1週間、3ヶ月である。 0.1m をまたぐ成長の時間スケールは、ガニメデ軌道領域においては落下時間よりも短く、ガニメデ軌道の粒子はその場で微衛星を形成することが可能である。一方、カリスト軌道領域の粒子では落下時間の方が短いため、その場では微衛星が形成されない可能性がある。ガス密度が想定よりも大きい、または、ダストの沈殿による粒子密度の上昇などを考慮すると、カリスト軌道でも微衛星が形成される可能性がある。

目次

| | | |
|----------|------------------------|-----------|
| 1 | はじめに | 1 |
| 2 | subnebula モデル | 4 |
| 2.1 | ガス面密度分布 | 4 |
| 2.2 | 温度分布 | 6 |
| 2.3 | ガススケールハイト | 7 |
| 2.4 | ガスの公転速度 | 8 |
| 3 | 粒子の移動速度 | 10 |
| 3.1 | ガス抵抗則 | 10 |
| 3.2 | 移動速度の導出 | 11 |
| 3.3 | ダスト速度の比較 | 13 |
| 4 | 付着成長方程式とその解法 | 18 |
| 4.1 | 付着成長方程式 | 18 |
| 4.2 | 付着成長方程式の数値解法 | 18 |
| 4.3 | 解析解と数値解の比較 | 21 |
| 5 | 結果と考察 | 24 |
| 5.1 | 初期条件 | 24 |
| 5.2 | 計算結果 | 24 |
| 5.3 | 暴走成長 | 27 |
| 5.4 | 1 mm 粒子の成長 | 29 |
| 6 | まとめ | 32 |

1 はじめに

本研究では、原始木星系 subnebula におけるダストから微衛星への形成過程におけるダストの落下問題に注目した。木星系 subnebula 内で運動するダストは、ガス抵抗によってエネルギーを失い、木星へ落下する。落下速度はダスト半径が 0.1m 程度の時に最大となる。したがって、subnebula においてダストから微衛星が形成されるためには、この大きさを超えて成長する際の時間スケールが、ダストが木星に落下するまでの時間スケールより短くなる必要がある。そこで本研究では数値計算でこの過程を再現するにより、木星系 subnebula において微衛星が形成できるかどうかの検証を行う。

ガス中の固体粒子は、 m 以下の粒径を持つ場合、ガスに引きずられながら運動する。しかし、 m サイズ以上の粒径を持つ場合、ガス抵抗を受けるもののガスの運動から独立してほぼケプラー運動する。そこで以降では m 以下の粒径を持つ固体粒子をダスト、 m サイズの固体粒子を微衛星と呼び、区別して扱う (3.1 節)。

現在考えられている木星衛星系形成のシナリオは太陽系形成論の標準理論を基にしている。そのシナリオは次のようである。

原始太陽系星雲内において原始木星が形成される。原始木星は星雲ガスを大気として取り込みながら自身の周辺に subnebula を形成する。subnebula 内で μm サイズのダストが赤道面に沈殿しつつ、同時に粒子同士が付着成長する。沈殿したダストから m サイズの微衛星が形成され、さらに微衛星同士が衝突合体し衛星へと成長する。その後星雲ガスが散逸して現在の衛星系となる。

図 1 に現在の木星が持つガリレオ衛星と不規則衛星の位置を示す。黒丸はガリレオ衛星、小さな黒丸は不規則衛星である。太い点線は centrifugal radius ($= r_c \approx 15R_J$, 衛星系外から流れ込む原始太陽系星雲ガスが集まる平均的な中心星からの半径, 2.1 節。 R_J は木星半径) である。centrifugal radius より内側に Io, Europa および Ganymede, 外側の比較的遠い位置に Callisto と不規則衛星が位置している。

不規則衛星の位置は約 $150 R_J$ である (表 1). 不規則衛星が木星系外からやってきて木星に捕獲されたとすれば, 木星系 subnebula がこの半径まで広がっていたことになり, したがって, 規則衛星を形成するダストや微衛星などの固体粒子はガス抵抗を受けながら運動していたことになる.

subnebula 内の固体物質はガス中をガスからの摩擦を受けながら運動する. subnebula は原始太陽系星雲に比べ空間スケールが小さい分ガス密度が高いと考えられ, ダストとガスの摩擦が極めて強く効くようになる. その結果, 固体粒子が軌道減衰して木星に落ち込み, 衛星を形成できなくなる可能性がある. 図 2 では, subnebula 内を運動するダストの, 木星への落下速度のサイズ依存性を示している (3章). 固体粒子の最大落下速度は, 木星系では粒径が 0.1 m の時 $15 R_J$ (R_J : 木星半径) で 100 m/s , $26 R_J$ では 500 m/s となる. この速度で落下し続けると, $15 R_J$ の粒子は $2.1 \times 10^6 \text{ 秒} \simeq 1 \text{ ヶ月}$ で, $26 R_J$ では $3.64 \times 10^5 \text{ 秒} \simeq 4 \text{ 日}$ で木星に落ち込んでしまう. しかし, 0.1 m 以外のサイズでは粒子の落下速度は小さく, ガス抵抗は粒子の軌道減衰にあまり影響しない. よって木星系では, 0.1 m の粒径をどの程度の時間で乗り越えるかが衛星形成過程において重要となる.

本研究ではダストから微衛星となるまでの粒子の合体成長過程を数値計算を用いて解析し, 「危険な」サイズである 0.1 m の粒径を乗り越える時間スケールを求

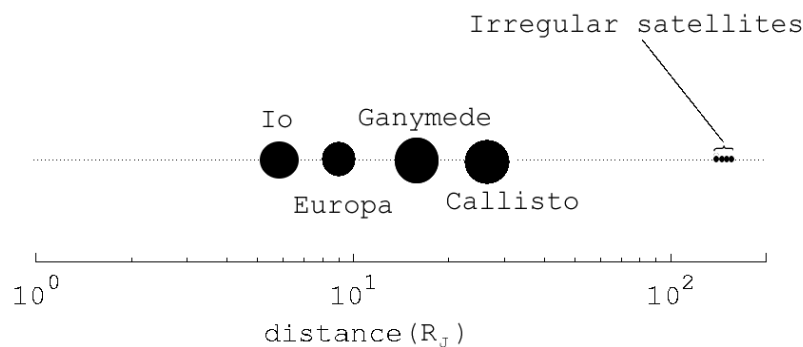


図 1: ガリレオ衛星と不規則衛星の位置の模式図

| | 軌道長半径 (R_J) | 半径 (km) | 密度 (kg/m^3) | 質量 (10^{23} kg) |
|-----------|-----------------|---------|------------------------|--------------------|
| Io | 5.905 | 1,821 | 3.53 | 0.894 |
| Europa | 9.937 | 1,565 | 2.97 | 0.480 |
| Ganymede | 14.99 | 2,634 | 1.94 | 1.4823 |
| Callisto | 26.37 | 2,403 | 1.85 | 1.0776 |
| Leda* | 155.2 | 5 | ? | ? |
| Himalia* | 160.6 | 85 | ? | ? |
| Lysithea* | 163.9 | 12 | ? | ? |
| Elara* | 164.2 | 40 | ? | ? |

表 1: 木星の衛星データ. * は不規則衛星

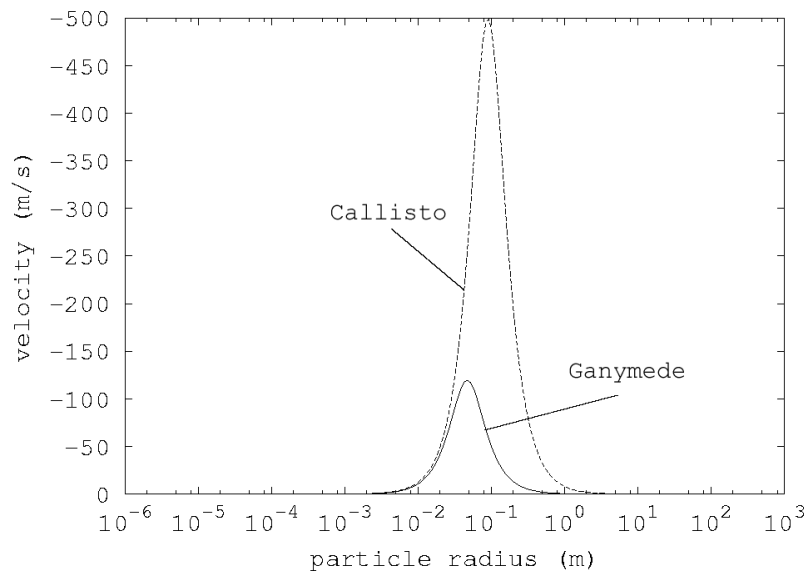


図 2: subnebula におけるダストの動径方向の移動速度のサイズ分布. 各グラフはそれぞれガニメデとカリストの位置での速度である.

め、微衛星形成の可能性について考察する。

第2章では木星系 subnebula モデルについて説明する。第3章では固体粒子が付着成長する確率を決めるのに重要となるガスとダストの相対速度の導出を行い、原始太陽系星雲と木星系 subnebula それぞれでの値の違いについて議論する。第4章ではダストの付着成長方程式とその数値解法について説明する。第5章では、第3章と第4章での結果を元に木星系 subnebula でのパラメータを使って実際に付着成長方程式を解き、その結果を示す。第6章はまとめを行う。

2 subnebula モデル

本章では木星系 subnebula モデルについて説明する。本研究で想定する subnebula モデルは現在の衛星系の質量分布と組成ならびに木星の周囲でのガス円盤の形成過程を基に復元された Mosqueira and Estrada (2003)(以下 ME2003) の2分割 subnebula モデルである。この2分割モデルでは、木星では $\sim 15R_J$ に存在する centrifugal radius の内側と外側で、円盤の密度分布、温度分布が大きく変化する。

2.1 ガス面密度分布

ガス面密度分布 Σ (kg/m^2) は以下の式で表される (ME2003)。

$$\Sigma(r) = \begin{cases} 51 \times 10^5 (14/r), & r < 20; \\ 2.74 \times 10^{23} r^{-13}, & 20 < r < 26; \\ 0.31 \times 10^5 (87/r), & r > 26; \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで r は木星からの距離であり、木星半径を単位とする。これを図示したのが図3である。この subnebula モデルでのガス密度分布において特徴的なのは $20R_J$ 付近で急激に密度が変化することである。

これは次のような subnebula 形成過程を考慮したことによる。原始惑星のヒル圏に流れ込んだ原始太陽系星雲ガスは原始惑星の周囲でガス円盤を形成する。ここ

で木星が円軌道を運動し、ガスがケプラー軌道を運動している場合について、木星ヒル圏に流れ込むガスの比角運動量を評価する。木星の大気がヒル圏を満たしているとするれば、星雲ガスから受けとる比角運動量はおおよそ以下の式で与えられる。

$$l \approx -\Omega_k \int_0^{R_H} \frac{\frac{3}{2}x^3 dx}{\int_0^{R_H} x dx} + \Omega_k R_H^2 \approx \frac{1}{4} \Omega_k R_H^2 \quad (2.2)$$

ここで $\Omega_k = (GM_\odot/a^3)^{1/2}$, a は半長軸, R_H は木星のヒル半径である。遠心力と重力との釣り合い $l^2/r_c^3 \approx GM_J/r_c^2$ から, (M_J は木星の質量) centrifugal radius を得る。具体的に r_c の値は $r_c \approx 15R_J$ である。つまり木星ヒル圏の様々な場所から流れ込んできたガスは、平均的な半径 r_c 付近に溜まる。よって centrifugal radius 付近ではガス密度が他の場所に比べ高いと考えられる。式 (2.1) は、 $20R_J$ の内側と $26R_J$ の外側ではガス密度が $1/r$ に依存するとし、境界領域は $2H_c$ の幅を持つとして、現在の衛星の配置から各衛星の質量を軌道周辺に分布させることで得られる (H_c は中心星の centrifugal radius におけるスケールハイト)。

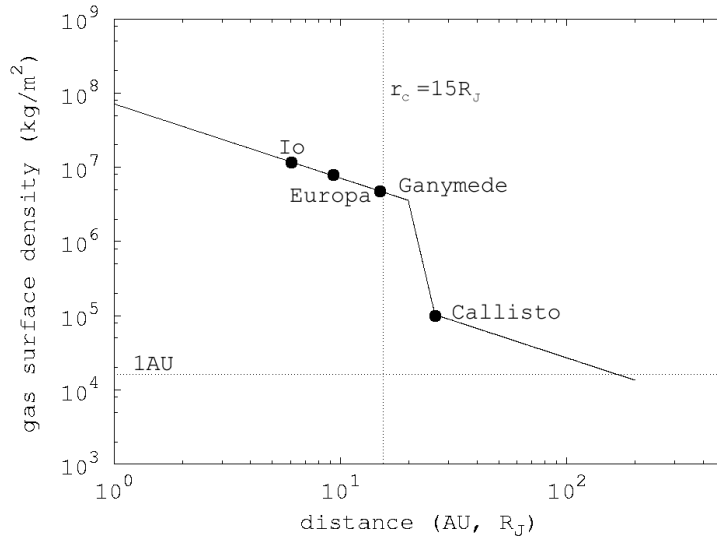


図 3: 縦軸はガス面密度, 横軸は木星半径 R_J を単位とする木星からの距離. 横の点線は 1AU における原始太陽系星雲でのガス密度, 縦の点線は centrifugal radius を示す (Mosqueira and Estrada, 2003).

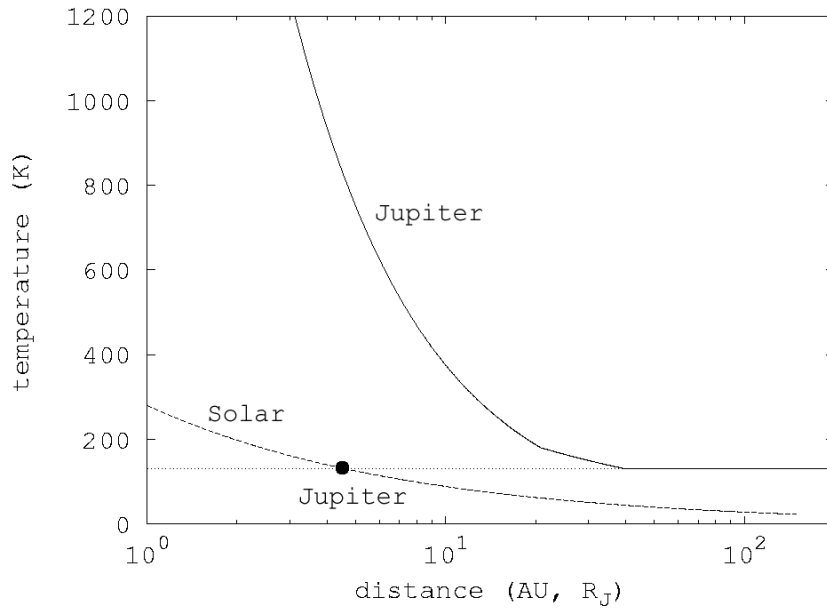


図 4: subnebula モデルの温度分布. 内側の円盤の温度は r^{-1} で変化する. centrifugal radius 付近から遠くでは, $r^{1/2}$ で変化する. 距離が十分遠い外側の円盤では温度は一定である. 外側の円盤での温度は原始太陽系星雲での温度 ($T_e \approx 280\sqrt{1AU/r}$), 木星軌道ではおよそ 130K に近づく (Mosqueira and Estrada, 2003).

2.2 温度分布

図 4 に衛星系円盤内での温度分布を中心星からの距離の関数として示す. 温度分布はガニメデ軌道 ($15R_J$) で氷が凝結するものとし, これを基準にして, centrifugal radius の内側の密度が高い領域では温度 T が r^{-1} に比例し, また, 外側の木星から十分離れた位置では, 原始太陽系星雲の背景温度 (140 K) に近づく. 境界領域では $r^{-1/2}$ に比例するとする.

2.3 ガススケールハイト

ガススケールハイトは以下の式で表される (阿部, 1996).

$$H_g = \sqrt{\frac{2k_B T r^3}{\mu m_H G M_J}} = \sqrt{\frac{k_B T}{2\mu m_H} \frac{\Omega_K}{\pi}} \quad (2.3)$$

ここで k_B はボルツマン定数, m_H は水素原子質量, μ は原始太陽系星雲平均分子量 (≈ 2.34), M_J は木星質量である. これを図示したのが図 5 である. 図中では比較のため原始太陽系星雲のスケールハイトも示している. 木星軌道 (5AU) での原始太陽系星雲のスケールハイトは, subnebula の外縁部 ($150 R_J$) での値より 10 倍以上大きい. 太陽質量は木星の 1000 倍であるが, 円盤の大きさが非常に大きいため, スケールハイトは木星よりも大きくなる.

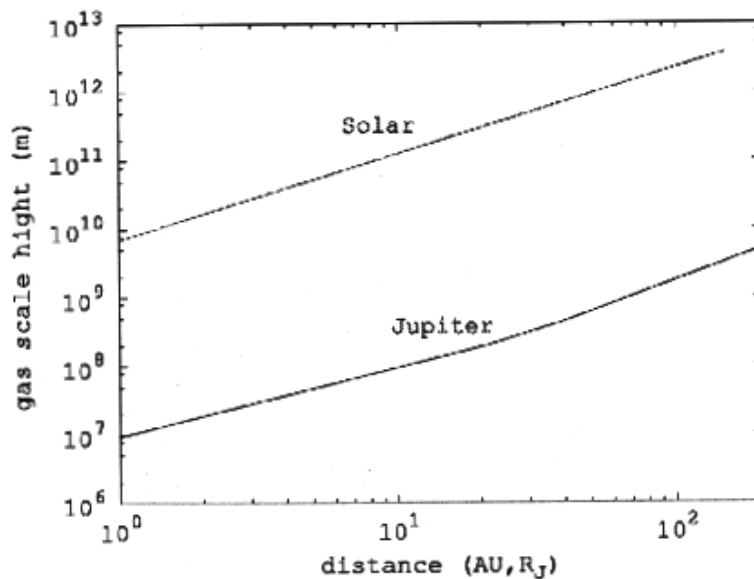


図 5: subnebula におけるスケールハイト. 横軸は中心星からの距離であり, 原始太陽系星雲では天文単位, subnebula は木星半径を単位とする.

2.4 ガスの公転速度

subnebula 内を公転するガスは自身の圧力勾配によって支えられ、ケプラー速度よりも遅い速度で公転している。このケプラー速度との差がガス中を運動する粒子に抵抗を与える。このときのケプラー速度との差は ηv_k (v_k はケプラー速度) で与えられる。 η は圧力勾配と遠心力の比であり、ガスの動径方向の運動方程式から導くことができ、以下のように表される。

$$\eta \equiv -\frac{1}{2} \left(\frac{c}{v_K} \right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} \quad (2.4)$$

ここで c は音速, P は圧力である。

図 6, 7 はそれぞれ、原始太陽系星雲と subnebula における η とガス速度のケプラー速度からのずれ ηv_k の中心星からの距離への依存性を示している。 η は温度とガス密度に依存する。subnebula でのガス密度は centrifugal radius の外側 ($20R_J \sim 26R_J$) で急激に下がる。したがって、 η の値もこの領域で急激に大きくなる。粒子のガスに対する相対速度は η に比例するため、 $26R_J$ のカリスト軌道領域では他の領域に比べて速度が大きくなる (3 章)。

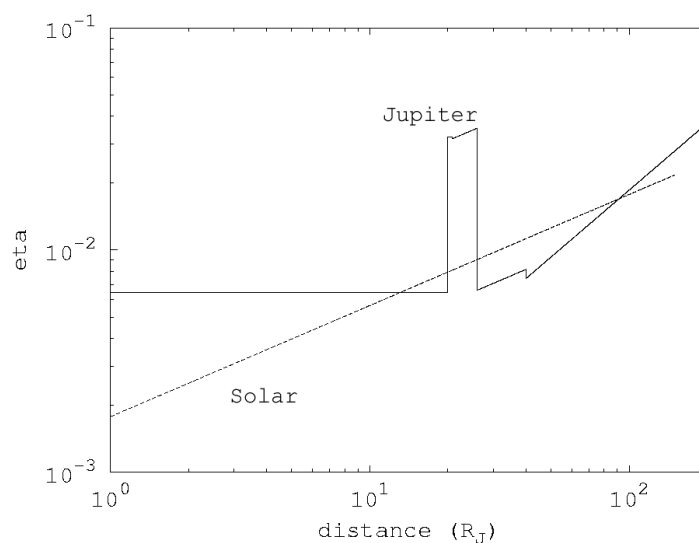


図 6: subnebula と原始太陽系星雲における η の値. 横軸は中心星からの距離であり, 原始太陽系星雲では天文単位, subnebula は木星半径を単位とする.

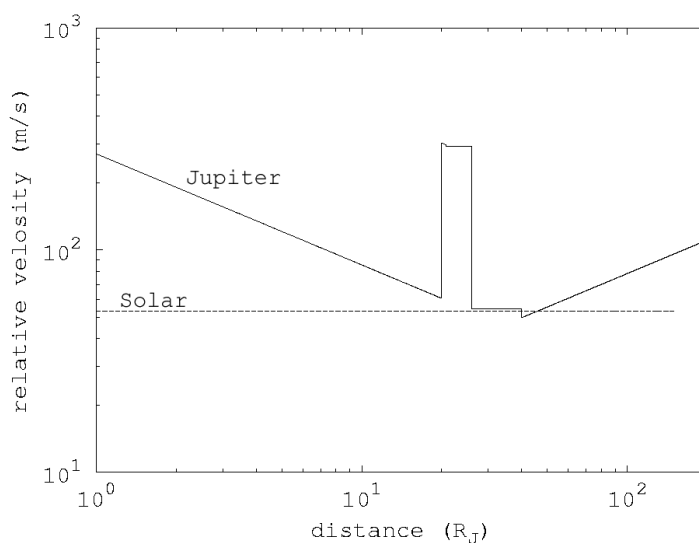


図 7: subnebula と原始太陽系星雲におけるガスのケプラー速度からのずれ. 横軸は中心星からの距離であり, 原始太陽系星雲では天文単位, subnebula は木星半径を単位とする. 縦軸は速度である.

3 粒子の移動速度

この章では、原始惑星系円盤内を運動する粒子の移動速度について述べる。粒子の移動速度は、粒子の付着成長を考える際に、衝突確率のパラメータとして重要である。なお以下では粒子の形状は球形と仮定する。

3.1 ガス抵抗則

原始惑星円盤のガス中で球形の物体が移動する際、ガスから受ける抵抗力 F_D は、

$$F_D = -MA\rho_g\mathbf{u} = -\frac{1}{2}C_D\pi D^2\rho_g|\mathbf{u}|\mathbf{u} \quad (3.5)$$

と表される。ここで、 M は物体質量、 D は物体半径、 ρ_g はガスの空間密度、 u は物体のガスに対する相対速度、 C_D は無次元抵抗係数である。 A は以下の式で定義される。

$$A \equiv \frac{3u}{8\rho_{mat}D}C_D \quad (3.6)$$

ここで ρ_{mat} は物体の質量密度であり、水が凝結する位置である $15R_J$ より内側では $2 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 、外側では $2 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ とする。また、 A は drag parameter と呼ばれる。

球形粒子の場合の抵抗係数は近似的に

$$C_D \cong \left[\left(\frac{24}{Re} + \frac{40}{10 + Re} \right)^{-1} + \frac{3Ma}{8} \right]^{-1} + \frac{(2-w)Ma}{1+Ma} + w \quad (3.7)$$

と書くことができる (井田, 渡邊, 1997)。ここで $Re (= 6Du/l_g c_t)$ はレイノルズ数 (l_g はガス分子の平均自由行程、 c_t は熱速度)、 $Ma (= u/c_t)$ はマッハ数、 w は補正項で $Re < 2 \times 10^{-6}$ ならば約 0.4 $Re > 2 \times 10^{-6}$ ならば約 0.2 である。また、熱速度 c_t と等温速度 c との間には、 $c_t^2 = 8c^2/\pi$ の関係がある。

式 (3.7) はいくつかの極限で正しい表式を補完したものである。微衛星形成過程において重要であると考えられる極限は以下の3つである。

- エプスタイン則 (μm サイズの微小なダスト)

$$C_D = \frac{8}{3Ma}, \quad A = \frac{c_t}{\rho_{mat}D} \quad (Ma, Re \ll 1, D \leq \frac{3}{2}l_g), \quad (3.8)$$

- ストークス則 (cm 以上のサイズのダスト)

$$C_D = \frac{24}{Re}, \quad A = \frac{3l_g c_t}{2\rho_{mat}D^2} \quad (Ma, Re \ll 1, D > \frac{3}{2}l_g), \quad (3.9)$$

- 乱流の場合 (km 以上の微衛星)

$$C_D = \frac{(2 - \omega)Ma}{1 + Ma} + \omega \quad (Re \gg 1 \text{ かつ } Ma \sim 1) \quad (3.10)$$

m サイズでの抵抗則は良くわかっていないため、次節で述べるように cm サイズで求めた値を適用する。

以下では粒径が cm 以下の固体粒子をダスト、m 以上の粒子を微衛星と呼ぶ。

3.2 移動速度の導出

原始惑星系円盤中のガスは、自身の圧力勾配に支えられて、円盤中をケプラー速度よりも遅い速度で公転している。一方円盤中の固体物質はガスの圧力勾配を感じずケプラー運動しようとするため、両者の間には速度差が生じる。円盤中の固体物質はこの速度差による抵抗を受け、ガスに角運動量を渡して中心星へと落下する。

まず、ダストとガスの円盤中での相対速度を求める。固体粒子が cm サイズ以下の場合には式 (3.6) の A は相対速度 u に依存しない。

ガスとダストが衛星系円盤内で中心星の周りを円運動している状態を考える。流れは軸対称として、座標系は中心星の周りをケプラー回転しているものとする。また、乱流は弱いものとして、ここでは無視する。このときガスとダストの速度および空間密度をそれぞれ v, V, ρ_g, ρ_d で表すと、ガスの運動方程式は

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\rho_d A (v_r - V_r) + 2\Omega_k^2 v_\phi + 2\eta \Omega_k v_K$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \frac{v_r v_\phi}{r} &= -\rho_d A (v_\phi - V_\phi) - \frac{1}{2} \Omega_k v_r \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= -\rho_d A (v_z - V_z) - \Omega_k^2 z - \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P_g}{\partial z}\end{aligned}$$

となる。添え字 r, θ, z はそれぞれ、動径方向、方位角方向、 r - θ 平面に垂直な方向を示す。また、 v_K はケプラー速度、 η は式 (2.4) で与えた圧力勾配と遠心力の比である。

一方、ダストの運動方程式は

$$\begin{aligned}\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} &= -\rho_g A (V_r - v_r) + 2\Omega_k V_\phi \\ \frac{\partial V_\phi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} + \frac{V_r V_\phi}{r} &= -\rho_g A (V_\phi - v_\phi) - \frac{1}{2} \Omega_k V_r \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= -\rho_g A (V_z - v_z) - \Omega_k^2 z\end{aligned}\quad (3.11)$$

となる。

ここで $|v|, |V| \ll v_K$ として $\xi = \rho_d/\rho_g$ と $\Gamma = \rho_g A/\Omega_k$ (ケプラー時間とダストのガス抵抗による緩和時間の比) を導入する。これらの式において、定常状態 $\partial/\partial t = 0$ として、ダストのケプラー速度に対する各方向の速度を、ダストサイズの関数として以下のように求めることができる (井田, 渡邊, 1997)。

$$V_r = -\frac{2\Gamma\eta v_K}{1 + (1 + \xi)^2 \Gamma^2}, \quad V_\phi = -\frac{(1 + \xi)\Gamma^2 \eta v_K}{1 + (1 + \xi)^2 \Gamma^2}\quad (3.12)$$

$$v_r = \frac{2\xi\Gamma\eta v_K}{1 + (1 + \xi)^2 \Gamma^2}, \quad v_\phi = -\frac{1 + (1 + \xi)\Gamma^2}{1 + (1 + \xi)^2 \Gamma^2} \eta v_K\quad (3.13)$$

$$v_z - V_z = \frac{1}{\Gamma} \frac{z}{r} v_K\quad (3.14)$$

式 (3.12), (3.13), (3.14) よりダストのガスに対する相対速度を求めることができる。

次に粒径が km サイズの微衛星が中心星の周りをケプラー運動している場合の移動速度を求める。

微衛星は方位角方向には抵抗を感じず、ほぼケプラー速度で移動している。そのためガスとの相対速度は式 (2.4) より

$$V_\phi = \eta v_k\quad (3.15)$$

と書くことができる。また、円盤赤道面に垂直な方向の速度は、粒子の軌道傾斜角を i とすると

$$V_z = iv_k \quad (3.16)$$

で代表することができる。動径方向の速度は、 10^{15} kg 以上の粒子に対しては

$$\frac{dr}{dt} = 2A\rho_g ur(1 + h \cos i) \quad (3.17)$$

と書ける (Adachi et al., 1976)。また $u = (\eta^2 + i^2/2)^{1/2}$, $h = (1 - 2\eta)^{1/2}$ である。ここで r は粒子の半長軸、 u はガスに対する粒子の相対速度を表す。

m サイズの微衛星の移動速度については、ダストでの場合の速度分布を原始惑星での速度と等しくなるサイズまで用いて補完する。

次にこれらの解から求まるダスト移動速度のサイズ依存性を具体的に示す。

3.3 ダスト速度の比較

図 8 ~ 13 はそれぞれ、太陽系円盤、木星系円盤内における、ダストのガスに対する相対速度のサイズ依存性を求めたものである。各グラフはそれぞれ代表的な惑星と衛星の位置における値を示す。図 8, 10, 12 は原始太陽系星雲での結果であり、各グラフは水星、地球、木星、土星の軌道領域での、赤道面から 1 スケールハイトの位置における速度である。図 9, 11, 13 は subnebula での結果であり Io, Europa, Ganymede, Callisto の軌道領域での結果である。高さには、各軌道領域でのスケールハイトを与えた。速度は小さいサイズから式 (3.12), (3.13), (3.14) を使って計算を行いそれを外挿し、km 以上の微衛星の相対速度を与える式 (3.17) から得られた速度と一致する点から先はサイズが大きい場合の速度としている。

粒子のサイズが、原始太陽系星雲では約 ~ 1 m, subnebula では約 ~ 0.1 m になると移動速度が急激に変化している。つまり抵抗による粒子の移動速度には、効果が大きくあらわれる特徴的なサイズがあることがわかる。この特徴的なサイズは原

始太陽系星雲, subnebula 共, 中心星からの距離にほとんど依存しない. 中心星に向かう最大移動速度は, subnebula のガニメデ軌道領域においてはおよそ 100 m/s の速度である. カリストの位置 ($26R_J$) における速度の値が他の位置より 2 倍程度大きいのは, 今仮定している subnebula でのガス密度の値が, centrifugal radius より外の付近 ($20 \sim 26 R_J$) で急激に下がり, 大きな圧力勾配が存在することを反映している.

subnebula における固体物質は, cm サイズのとき最も動径方向内側への運動速度が大きくなる.

以降で粒子の付着成長方程式を解く際は, ここで求めた値を用いる.

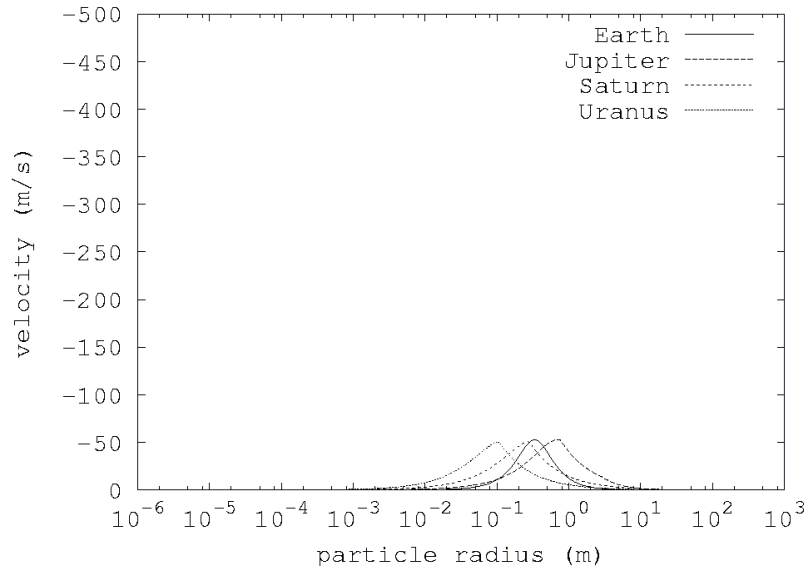


図 8: 原始太陽系星雲におけるダストの動径方向の移動速度のサイズ分布. 各グラフはそれぞれ, 地球, 木星, 土星, 天王星の位置での速度を表す.

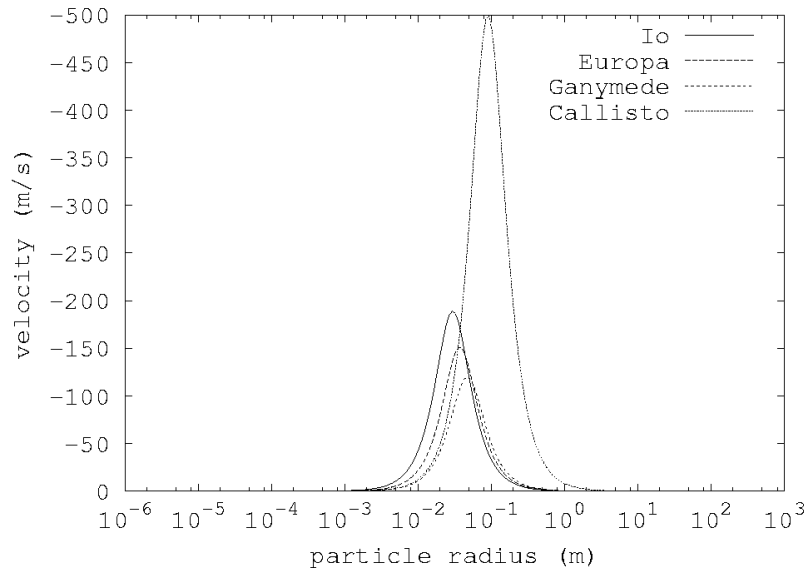


図 9: subnebula におけるダストの動径方向の移動速度のサイズ分布. 各グラフはそれぞれ, イオ, エウロパ, ガニメデ, カリストの位置での速度である.

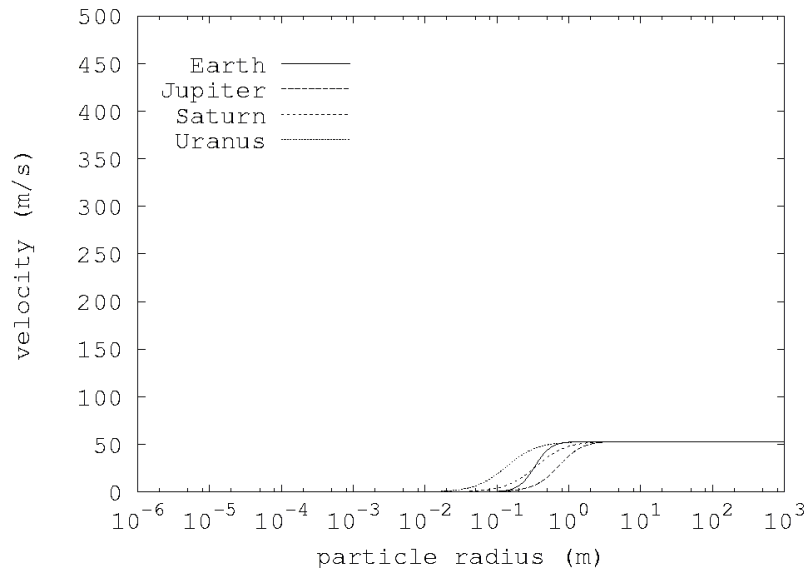


図 10: 原始太陽系星雲におけるダストの方位角方向の移動速度のサイズ分布. 各グラフはそれぞれ地球, 木星, 土星, 天王星の位置での速度を表す.

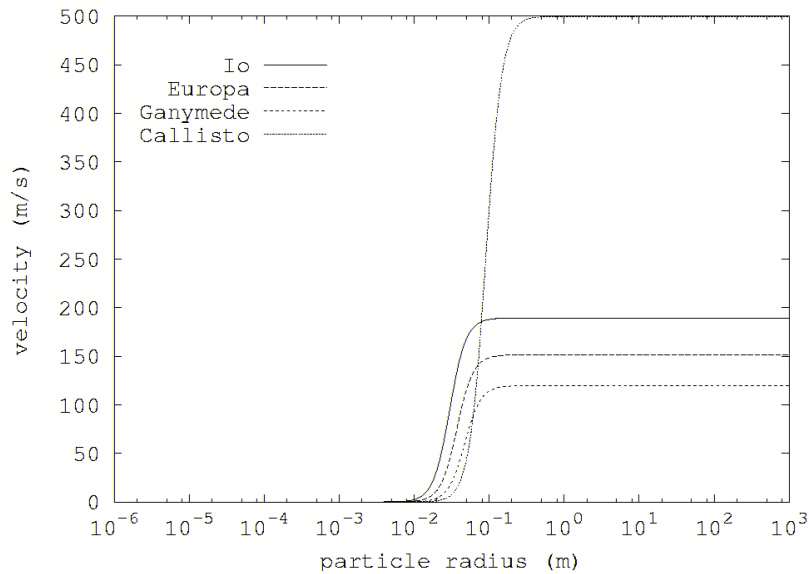


図 11: subnebula におけるダストの方位角方向の移動速度のサイズ分布. 各グラフはそれぞれ, イオ, エウロパ, ガニメデ, カリストの位置での速度である.

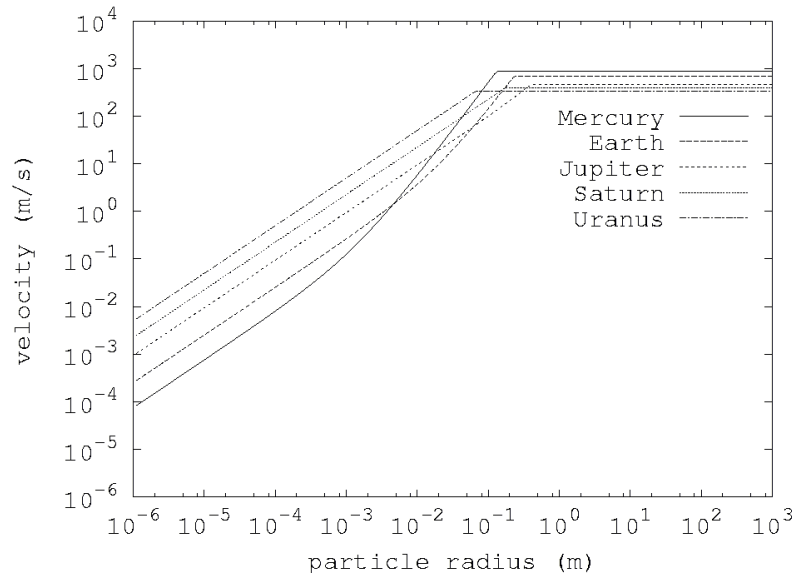


図 12: 原始太陽系星雲におけるダストの鉛直方向の移動速度のサイズ分布. 各グラフはそれぞれ, 水星, 地球, 木星, 土星, 天王星の位置での速度を表す.

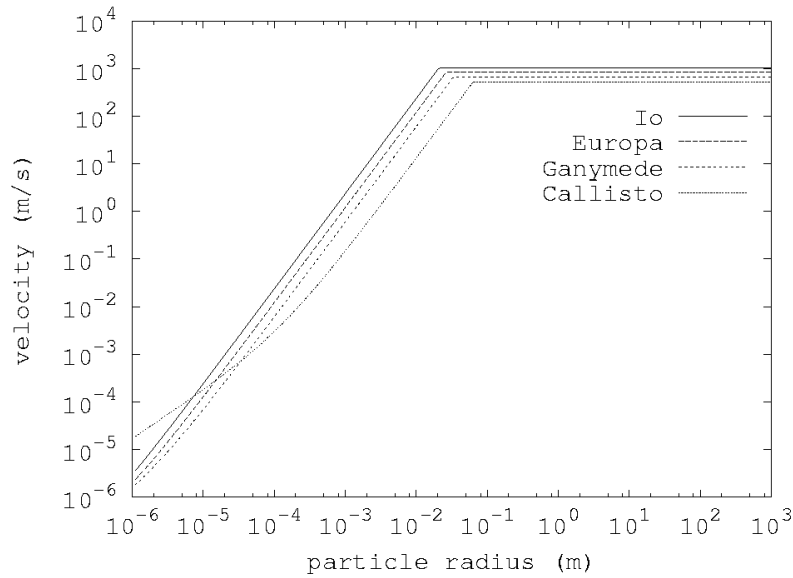


図 13: subnebula におけるダストの鉛直方向の移動速度のサイズ分布. 各グラフはそれぞれ, イオ, エウロパ, ガニメデ, カリストの位置での速度である.

4 付着成長方程式とその解法

4.1 付着成長方程式

物体の衝突による合体成長は、付着成長方程式により記述される。質量 m_i, m_j の粒子が衝突合体し、質量 m_k の粒子を作る場合を考える。衝突による破壊は無視し、付着確率は 1 とする。ここで $m_i = im_1 (i = 1, 2, 3 \dots)$ を粒子の質量とし、粒子の n_i を質量 m_i の粒子の空間数密度とすると、各粒子数密度の時間変化は以下のよう表される。

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} A_{ij} n_i n_j - n_k \sum_{i=1}^{\infty} A_{ik} n_i \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (4.18)$$

ここで A_{ij} は単位時間、単位数密度あたりの衝突確率である。衝突確率 A_{ij} は、粒子の相対速度を Δv_{ij} 、衝突断面積を σ_{ij} とすると、 $A_{ij} \equiv \sigma_{ij} \Delta v_{ij}$ と表される。以下では粒子を球形と仮定し、ダスト同士の間で重力は働かないと考え

$$A_{ij} \equiv \pi(D_i + D_j)^2 \Delta v_{ij} \quad (4.19)$$

とする。ここで D_i, D_j はそれぞれ質量 m_i, m_j の粒子半径である。

4.2 付着成長方程式の数値解法

以下に付着成長方程式を解くための数値計算法を具体的に説明する。まず、 $n_i(t)$ を時刻 t における質量 m_i の粒子の数密度とする。粒子の大きさは、 μm から m サイズまで成長することを想定しており、粒子の質量変化は 20 桁以上となる。この場合式 (4.18) を連立させて数値的に解くことは原理的に不可能となるため、ここでは対象粒子質量を以下のように等対数間隔に分ける。

$$\log m_{i+1} = \log m_i + \log \delta \quad (i = 1, 2, 3 \dots) \quad (4.20)$$

つまり、連続的に分布している粒子質量を、幅 $(m_{i+1} - m_{i-1})/2$ を持つ batch によって区切り、 i 番目の batch 内の粒子質量は m_i で代表する。このような batch i の中にある粒子 i の成長について考える。粒子 i と j ($i \geq j$) が衝突合体する。このとき以下に示すように2つの場合がある。1つめは $m_i + m_j \leq (m_i + m_j)/2$ の場合である。この場合、合体後の粒子は元の batch i の中に収まるので、時間 Δt の間の衝突回数を ν_{ij} 、質量 m_i, m_j の粒子の空間数密度変化をそれぞれ $\Delta n_i, \Delta n_j$ 、空間密度変化を $\Delta d_i, \Delta d_j$ とすると、

$$\begin{aligned}\Delta n_i &= 0 \\ \Delta n_j &= -\nu_{ij} \\ \Delta d_i &= m_i \nu_{ij} \\ \Delta d_j &= -m_j \nu_{ij}\end{aligned}$$

と表される。衝突回数 ν_{ij} は

$$\nu_{ij} = \frac{n_i(n_j - \delta_{ij})}{1 + \delta_{ij}} A_{ij} \Delta t \quad (4.21)$$

である。

2つめは $m_i + m_j > (m_i + m_j)/2$ の場合である。この場合は、合体後の粒子は元の batch i の中ではなく、 $(m_{k-1} + m_k)/2 \leq m_i + m_j \leq (m_k + m_{k+1})/2$ を満たすような batch k に移動する。よって、 $\Delta n_i, \Delta n_j, \Delta n_k, \Delta d_i, \Delta d_j, \Delta d_k$ は、

$$\begin{aligned}\Delta n_i &= -\nu_{ij} \\ \Delta n_j &= -\nu_{ij} \\ \Delta n_k &= 0 \\ \Delta d_i &= -m_i \nu_{ij} \\ \Delta d_j &= -m_j \nu_{ij} \\ \Delta d_k &= (m_i + m_j) \nu_{ij}\end{aligned}$$

と表される.

これらを用いると, 次の時刻 $t + \Delta t$ での数密度, 密度は

$$\begin{aligned} n_i(t + \Delta t) &= n_i(t) + \Delta n_i \\ d_i(t + \Delta t) &= d_i(t) + \Delta d_i \end{aligned}$$

となる. batch i の中にある粒子の質量は上式より,

$$m_i(t + \Delta t) = \frac{d_i(t + \Delta t)}{n_i(t + \Delta t)} \quad (4.22)$$

とする. つまり各 batch を代表する質量 (以下代表質量) は時間とともに変化する. これは moving batch scheme と呼ばれる (Inaba et al., 1999). 代表質量は可変であるため, ある batch における代表質量が, 隣の batch の代表質量と重なるまたは batch の代表質量の間隔が広がりすぎてしまう状況がありうる. これらのことが起こる場合, それぞれ batch の削除ないしは, 新たな batch の作成を行う. batch の代表質量を変化させることは, ダストのサイズ分布に従って batch を決めることができ, 質量を保存させて方程式を解くことができるという点で有利である.

タイムステップ Δt は衝突回数 ν_{ij} のパラメータであり, 大きくとりすぎると 1 タイムステップでの粒子の衝突回数が大きくなり変化を追えなくなる. また小さくとりすぎると衝突がおきない. また, ν_{ij} は粒子数密度にも比例する. 粒子の個数は常に変化するので Δt を一定に保つのは計算を不安定にする要因となる. そこで Δt は可変とし, Δt の決定は, まず, Δt_f 後の粒子の個数変化 $\Delta n_i(t + \Delta t_f)$ から, $n_i(t)$ の粒子が 100% 変化する時間スケールを求め, これを任意の定数 C で割ることによって適当な値をとることにする. ある時間ステップ δt_f の次の時間ステップ δt_l は以下の式で表すことができる.

$$\Delta t_l = \frac{n_i(t)}{|\Delta n_i(t + \Delta t_f)|} \frac{\Delta t_f}{C} \quad (4.23)$$

同様に質量変化で batch 内の質量を割った値からもタイムステップを求め, 各 batch で導かれるタイムステップの最も短いものを Δt として採用する.

4.3 解析解と数値解の比較

数値解の妥当性を考えるため、付着成長方程式の解析解と数値解との比較を行う。

ここでは太陽系における林モデルにおける密度分布と温度分布を用い、また、粒子の動径方向と方位角方向の移動は無視し、円盤の赤道面に垂直な方向の運動のみを考慮して計算した。また粒子の沈殿によって起こる鉛直方向のサイズ分布の違いを無視する。この場合、質量 $m_k = km_1$ となるような粒子に対して、粒子同士の相対速度 Δv_{ij} は、

$$\Delta v_{ij} = \frac{\rho_{mat}}{\Sigma_g} \frac{z}{R} v_k |D_i - D_j| \quad (4.24)$$

と書ける。ここで ρ_{mat} は粒子の質量密度、 Σ_g はガス面密度、 z は粒子の円盤の赤道面に垂直な方向の高さ、 v_k はケプラー速度である。このとき衝突確率 A は、 $|D_i - D_j| \simeq (D_i + D_j)$ と近似すれば

$$A_{ij} = \pi(D_i + D_j)^3 \frac{\rho_{mat}}{\Sigma_g} \frac{z}{R} v_k \simeq (m_i + m_j) \frac{3z}{4R\Sigma_g} v_k \equiv A(i + j) \quad (4.25)$$

となる。 $A_{ij} = A(i + j)$ の時は付着成長方程式は解析的に解くことができ、ある時刻 t での粒子 j の空間数密度の解析解は

$$n_j(t) = n \frac{j^{j-1}}{j!} e^{-Ant} (1 - e^{-Ant})^{j-1} e^{-j(1-e^{-Ant})} \quad (4.26)$$

と表される (Inaba et al., 1999)。 n は 1 番目の batch に含まれる粒子の数密度である。

この解析解の結果と数値解を比較したのが図 14 と 15 である。図はそれぞれ $R=1\text{AU}, 10\text{AU}$ における粒子数密度を、質量微分数密度と粒子質量の関係を示している。微分した値を用いるのは、数値解と解析解では質量 batch の幅が異なり、単純に比較することができないからである。初期の粒子質量は $m_1 = 10^{-14}\text{kg}$ (半径 $\sim \mu\text{m}$ に相当) とし、数値解に関しては初期の質量 batch の間隔を $\delta=1.5$ 、解析解に関しては、太陽系星雲における固体物質の質量がガス質量の $1/100$ として、林モデルにおけるガス面密度の値から計算したものを使っている。

図 15 では数値解と解析解の値はほぼ一致している。図 14 では解析解の方が成長が早い。解析解では衝突確率 $A_{ij} = \pi(D_i + D_j)^2 \Delta v_{ij}$ を求める際、粒子同士の相対速度 $\Delta v_{ij} = \rho_{mat} z v_k |D_i - D_j| / \Sigma_g R$ で $|D_i - D_j| \simeq (D_i + D_j)$ という近似を行っている。そのため $D_i \simeq D_j$ のとき、実際よりも衝突確率が大きくなり、粒子の成長が早くなると考えられる。しかし時間軸をずらすと、結果はほぼ一致しており、よって以降の数値計算で使用するアルゴリズムは妥当なものであると考えることができる。

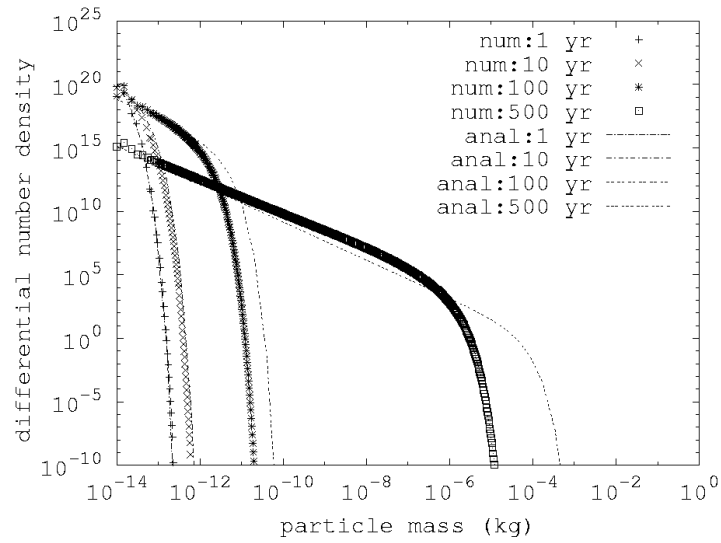


図 14: 1AU における解析解と数値解との比較. 実線は解析解, 点線は数値解を示す. 各グラフは左から右にいくに従い, 1 年, 10 年, 100 年, 500 年後の分布を示す. 縦軸は質量微分数密度. 横軸は質量である.

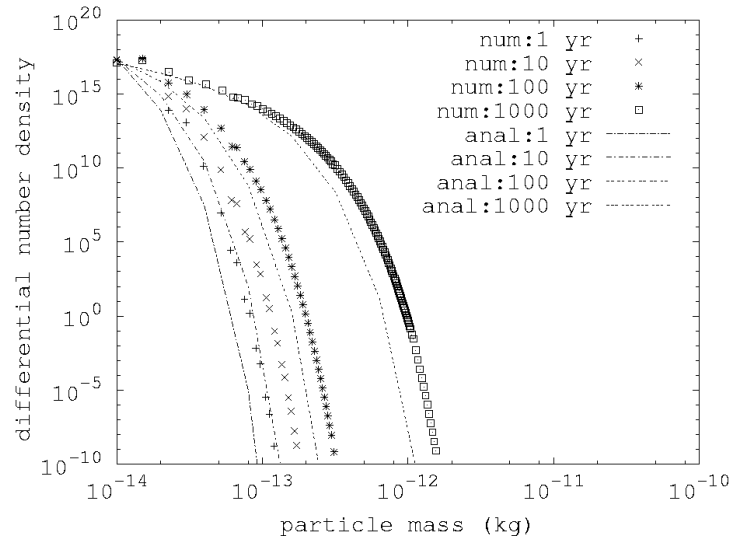


図 15: 10AU における解析解と数値解との比較. 実線は解析解, 点線は数値解を示す. 各グラフは左から右にいくに従い, 1 年, 10 年, 100 年, 1000 年後の分布を示す.

5 結果と考察

subnebula モデルでのパラメータを用いて付着成長方程式を数値的に解いた結果を示す。ここでは、円盤の内側領域の代表として $15R_J$ (Ganymede の軌道半径), 外側領域の代表として $26R_J$ (Callisto の軌道半径) における計算結果を示す。

5.1 初期条件

計算対象領域は、高さにガススケールハイト H_g を持ち、幅として各軌道長半径の $1/10$ を持つ円環領域を選んだ。初期状態として、 $i = 1, 2$ の batch の代表質量をそれぞれ $m_1 = 10^{-14}\text{kg}$ (物質密度 $2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ の時、半径 $D \sim 10^{-6}\text{m}$ の粒子に相当), $m_2 = 1.5 \times 10^{-14}\text{kg}$ とし、 $i = 1, 2$ の batch には同数の粒子が存在すると仮定した (具体的には $15R_J$ で 10^{36} 個, $26R_J$ で約 10^{35} 個)。初期粒子数は各軌道半径におけるダスト質量面密度から代表質量を用いて算出している。

対数的に作成した batch 内には質量分布が存在するので、同一 batch 内の粒子にも相対速度を与える。この速度 Δv_{ii} には質量 batch の両端の境界の質量を持つ粒子の相対速度から、次式のように与えて計算した。

$$\Delta v_{ii} = |v_{i-1/2} - v_{i+1/2}|/2 \quad (5.27)$$

ここで、 $v_{i-1/2}$ は、質量 $(m_{i-1} + m_i)/2$ の粒子が持つ速度、 $v_{i+1/2}$ は、質量 $(m_i + m_{i+1})/2$ の粒子が持つ速度である。また、batch 幅 $\delta=1.5$ とした。

5.2 計算結果

図 16, 17 で $15R_J, 26R_J$ における計算結果を示す。縦軸は質量微分数密度、横軸は粒子半径である。最初に μm サイズであった最大粒子が時間の経過とともに大きくなっていくことがわかる。 $15R_J$ では4ヶ月程で元のサイズの 10^5 倍、 $26R_J$ で

は 5 年で 10^7 倍程度の大きさの粒子が形成される. この違いは固体物質面密度の違いによる.

大きな特徴として $15R_J$ では 5ヶ月, $26R_J$ では 5年程度経過すると, ある大きさ粒子が他の粒子と比べて急激に成長していることがわかる. これを以下では暴走成長と呼ぶ.

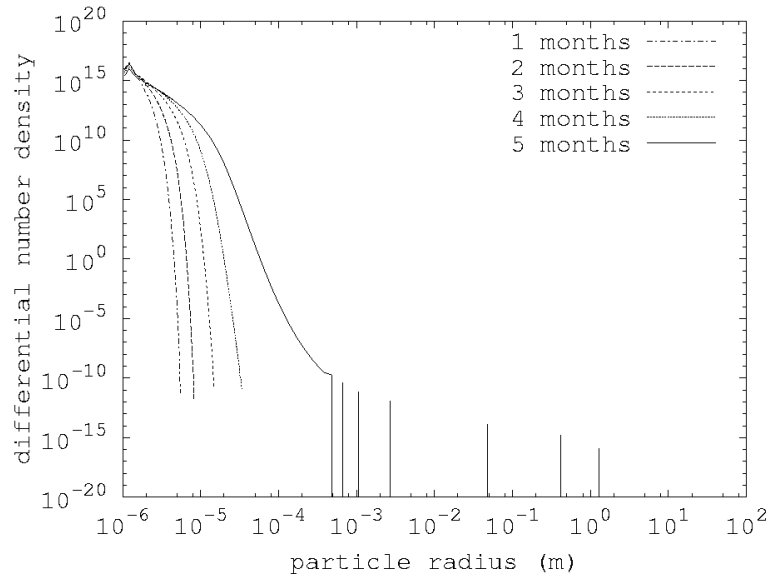


図 16: $15 R_J$ の位置におけるダストの微分数密度の時間発展. 各グラフはそれぞれ1週間, 1 ~ 5ヶ月後の結果である.

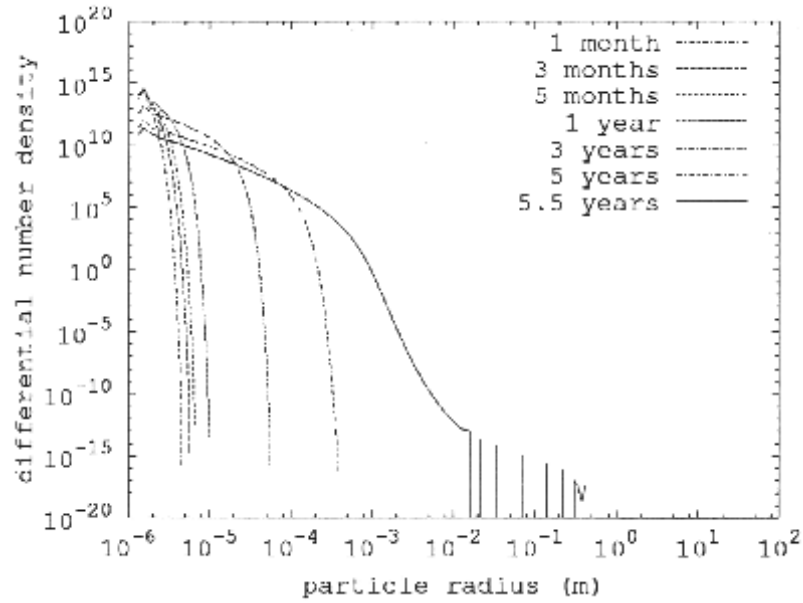


図 17: $26 R_J$ の位置におけるダストの微分数密度の時間発展. 各グラフはそれぞれ1, 3, 5ヶ月, 1, 3, 5, 5.5年後の結果である.

5.3 暴走成長

暴走成長の原因は次のように説明することができる。時間が進むにつれ, 1mm 程度の粒径を持つ粒子が形成される。図 9, 11, 13 において示したように, 粒径が 1mm 程度になるとより小さな粒子との相対速度が急激に増大する。式 (4.19) で示したように粒子同士の衝突確率は相対速度に依存するため, 1mm の粒子は小さな粒子と頻繁に衝突し, 質量を急激に増加させる。

小さな粒子と衝突合体しても質量差が大きいので大きな粒子は batch を移動することはない。また, 大きな粒子同士は数が少なく, 相対速度も小さいためなかなか衝突しない。このことを示すため, 図 18, 19 で, 各 batch における代表質量の変化を示す。この図では粒子が存在しない batch は番号から抜いている。15 R_J の結果を見ると, 小さな粒子は代表質量がほとんど変わらないが, batch 番号が最大の粒子は急速に代表質量が大きくなる。また, 粒子が成長すると batch の最大番号が先に進まない。26 R_J における結果でも同様の傾向が見られる。この図からも粒子の暴走成長を理解することができる。

これらの結果からわかることは, 木星系での粒子成長過程の特徴として, 粒子半径がある大きさに達すると特定の粒子が自分より小さい粒子を捕獲することで暴走成長する性質があるということである。また, 粒子同士の相対速度のサイズ依存性が粒子の成長進化に大きな影響を及ぼすことがわかる。

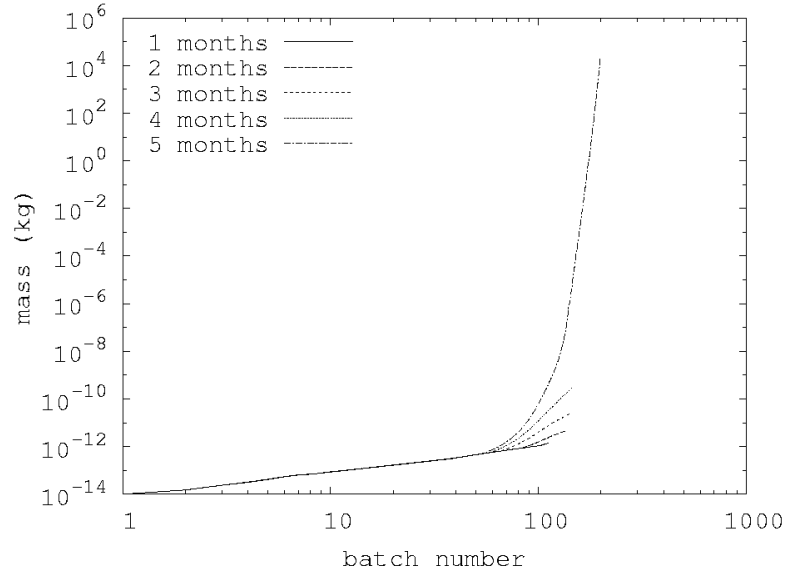


図 18: $15 R_J$ の位置における代表質量の時間発展. 横軸は batch 番号, 縦軸は batch の代表質量の値. 各グラフはそれぞれ 1 週間, 1 ~ 5 ヶ月後の結果である.

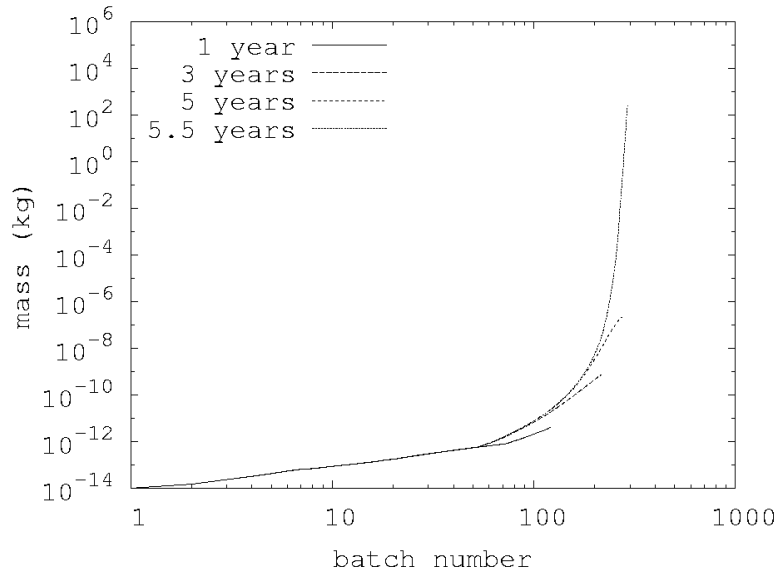


図 19: $26 R_J$ の位置における代表質量の時間発展. 横軸は batch 番号, 縦軸は batch の代表質量の値. 各グラフはそれぞれ 1, 3, 5, 5.5 年後の結果である.

5.4 1 mm 粒子の成長

粒子の暴走成長により, m サイズの粒子が付着成長によって形成される時間を確認するため, 初期条件にあらかじめ半径 1mm の粒子集団をおいた計算を行った.

図 16 の結果において, 5ヶ月後に 1mm の粒子が 4.49×10^{10} 個形成されている. そこでこの粒子を計算の初期条件に加えて再度計算を行い, 半径 1mm の粒子の成長を追う. 加えた粒子の総質量は約 10^6 kg であり, 対象領域の全質量 10^{24} kg に比べて十分小さく, 系の質量増加の影響は無視できる.

この計算結果を示したのが図 20, 21 である. 同一 batch に属する粒子は相対速度が小さいため, 衝突は頻繁には起こらず, 半径 1mm の粒子は主に相対速度の大きな μm サイズの粒子との間で衝突を起こす. その結果大きな質量の粒子は質量を急速に増大させ, 計算開始時は 1mm だったものが 1 週間で 10 m にまで成長する. $15R_J$ では粒子が 0.1m の時, 粒子落下速度は最大となり, その値は約 100 m/s であった. この速度で落下し続けるとすると, 粒子が木星に落下する時間スケールは 1ヶ月であり, 粒子が 0.1 m を飛び越えて成長する時間スケール 1 週間はこれよりも短い. 1 週間で粒子が落下する距離は約 $6 \times 10^7 \text{m} < 1R_J$ であり, よって, $15R_J$ において粒子はその場で微衛星にまで成長することができると考えられる.

$26R_J$ においても同様に 1mm サイズの粒子を初期条件に加えて計算を行った. それを示したのが図 22, 23 である. $26R_J$ では 1mm の粒子が m サイズに成長するまで 3ヶ月の時間を要した. このとき粒子の落下距離は $3.7 \times 10^9 \text{m} \sim 52R_J$ となり, 粒子は全て木星に落下してしまい Callisto 軌道で微衛星が形成されないことになる.

$26R_J$ で微衛星がその場形成されるためには, 成長速度を加速させる必要がある. 粒子の変化量は数密度の 2 乗に比例するので, 今回は考慮していないダスト沈殿による密度上昇によって微衛星形成が加速される可能性がある. しかし, ダスト沈殿の時間スケールは乱流の強さによって大きく変化する. また, $26R_J$ では微衛星は

その場形成されず、より外側から微衛星が移動してくる可能性もある。

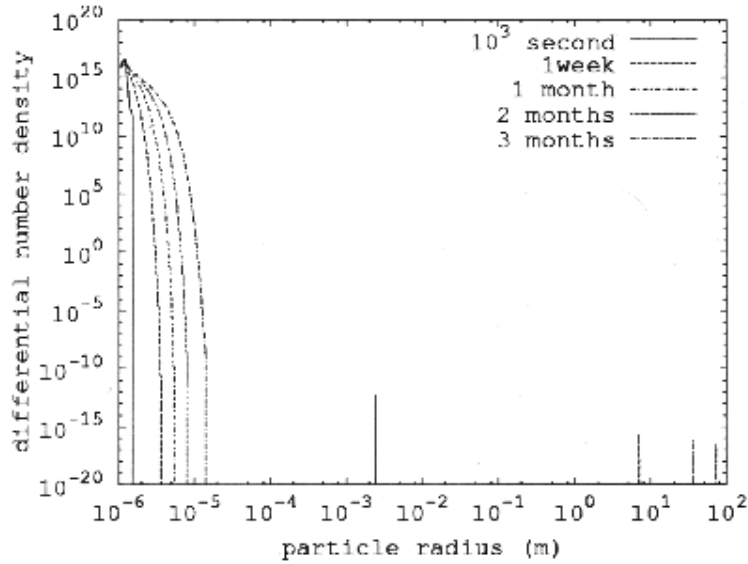


図 20: $15 R_J$ の位置におけるダストの微分数密度の時間発展. 各グラフはそれぞれ 10^3 秒, 1 週間, 1 ~ 4 ヶ月後の結果である.

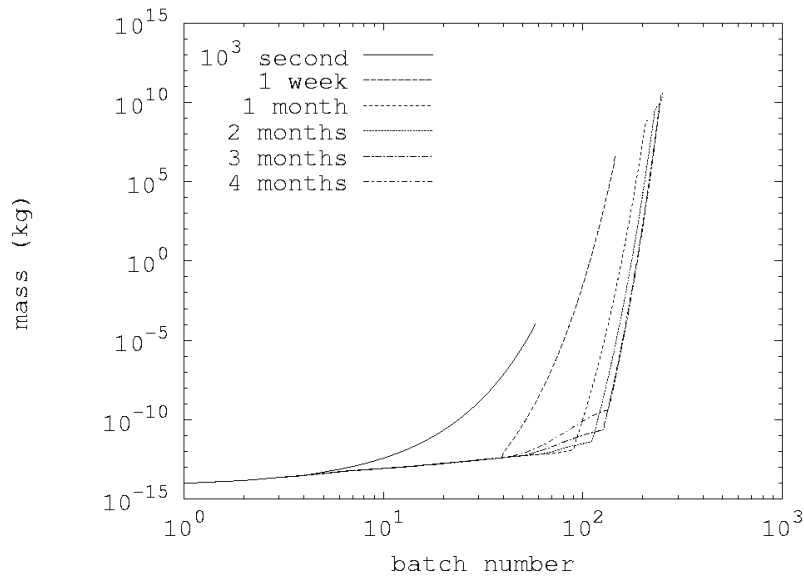


図 21: $15 R_J$ の位置におけるダストの代表質量の時間発展. 各グラフはそれぞれ 10^3 秒, 1 週間, 1 ~ 4 ヶ月後の結果である.

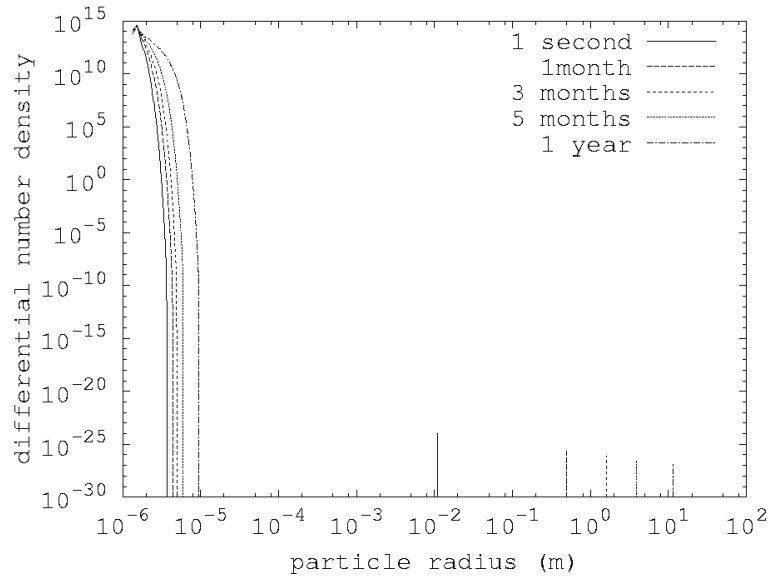


図 22: $26 R_J$ の位置におけるダストの微分数密度の時間発展. 各グラフはそれぞれ 1 秒, 1 週間, 1 ヶ月 ~ 1 年後の結果である.

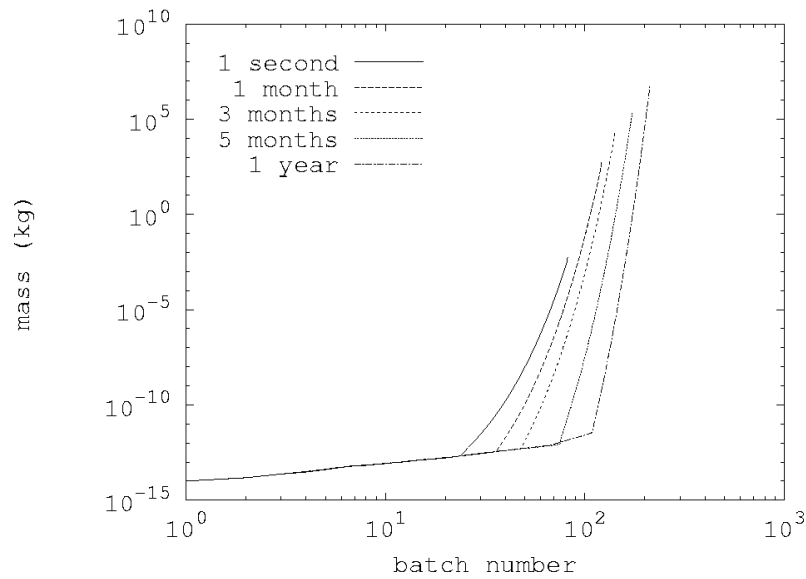


図 23: $26 R_J$ の位置におけるダストの代表質量の時間発展. 各グラフはそれぞれ 10^3 秒, 1 週間, 1 ヶ月 ~ 1 年後の結果である.

6 まとめ

本研究では、木星系 subnebula における μm サイズのダストから m サイズの微衛星の付着成長過程を数値的に解析した。 μm の粒子はガス抵抗を受け軌道減衰しながら付着成長する。 ある程度の大きさまで成長すると自分より小さな粒子を一方向的に捕獲し、暴走成長を起こす。 暴走成長の原因としては、ガス抵抗によって粒子サイズによって粒子同士の相対速度が大きくなることによる。 その結果、ガニメデ軌道では 0.1m サイズの粒子を飛び越える成長時間が落下時間に比べて短く、その場で微衛星を形成できる可能性があることがわかった。

一方、カリスト軌道では粒子の成長時間が落下時間に比べて長く、その場では微衛星が形成されない可能性があることがわかった。

謝辞

本論文を作成する過程で多くの皆様にお世話になりました。特に倉本圭助教授には学部4年生から現在まで長い間お世話になりました。私の稚拙な質問にも懇切丁寧に答えていただき、私が理解できるまで辛抱強く教えてくださいました。倉本助教授の的確で親身なご指導は研究のみならず私の人生にとっても非常に有益であったと感じております。また、同室の柿並義宏さん、佐々木洋平さんには世間話からプログラム作成の相談まで幅広くお相手していただきました。また、中神雄一さんには倉本圭助教授とともに長い間私の個人ゼミに付き合ってくださいました。感謝いたします。そして学部時代から永らくお世話になった渡部研、林研並びにEPnetFaNの皆様、心より御礼申し上げます。ありがとうございました。

参考文献

- [1] David M. Kary, Jack J. Lissauer, and Yuval Greenzweig, 1993. Nebular Gas Drag and Planetary Accretion, *Icarus*, **106**, 288-307.
- [2] Ignacio Mosqueira, and Paul R. Estrada, 2003. Formation of the regular satellites of giant planets in an extended gaseous nebula I: subnebula model and accretion of satellites, *Icarus*, **163**, 198-231.
- [3] Isao Adachi, Chushiro Hayashi and Kiyoshi Nakazawa, 1976. The Gas Drag Effect on the Elliptic Motion of a Solid Body in the Primordial Solar Nebula, *Progress of Theoretical Physics*, **56**, 1756-1771.
- [4] Satoshi Inaba, Hidekazu Tanaka, Kenji Ohtsuki and Kiyoshi Nakazawa, 1999. High-accuracy statistical simulation of planetary accretion: I. Test of the accuracy by comparison with the solution to the stochastic coagulation equation, *Earth Planets Space*, **51**, 205-217.
- [5] 姫野洋平, 跡部恵子, 松下友紀, 2001. ダスト成長に伴う原始惑星系円盤のスペクトル進化, 卒業論文, 東京工業大学理学部地球惑星科学科.
- [6] 松井孝典, 田辺英一, 高橋栄一, 柳川弘志, 阿部豊, 1996. 地球惑星科学入門, 岩波書店.
- [7] 松井孝典, 永原裕子, 藤原顕, 渡邊誠一郎, 井田茂, 阿部豊, 中村正人, 小松吾郎, 山本哲生, 1997. 比較惑星学, 岩波書店.