

火星古環境下における極冠の形成

Formation of the polar caps in the Martian paleoenvironment

北海道大学大学院理学研究科

地球惑星科学専攻

太陽系物理学グループ

横畠 徳太

Tokuta Yokohata

2000年2月15日提出

要旨

火星には H_2O が存在し、表層環境の成り立ちに重要な役割を果たしてきたと考えられている。

火星表層にはかつて、全球的に H_2O が分布していたと考えられる証拠がある。しかしながら現在表面上で H_2O は、大気を除くと極冠においてのみ観測されている。このことから、かつて全球的に分布していた H_2O は、何らかのメカニズムによって極冠に集まったと考えることができる。

いかなる気候の下で全球に分布していた H_2O は極冠へ集まったのだろうか。本研究では、この疑問に答えるために気候モデルを構築し、極冠の形成過程について調べた。この気候モデルでは、極域と赤道域の間のエネルギー交換と H_2O の輸送率を様々な境界条件で求めるものである。

モデル計算の結果を総合することにより、火星の気候進化について次の知見を新たに得ることができた。

1. 現在の大気圧は、夏極と冬極の凝結量のバランスによって、動的に決まっている。
2. 全球が雪氷で覆われている状態では、 $10^4 \text{ Pa} < p < 10^5 \text{ Pa}$ の大気圧は安定に存在し得ない。この領域では全球的に CO_2 が凝結するためである。
3. 全球が雪氷に覆われた状態があったならば、現在の状態に変化するためには表層の CO_2 氷が全て昇華し、大気圧が 10^5 Pa を越えるイベントを経験した可能性が考えられる。もう一つの可能性としては、全球を覆っていた雪氷の一部が解けることによりアルベドが低下し、気温が上昇することによって H_2O は速やかに極域に集まったことと考えられる。

目次

要旨	i
第1章 序論	1
1.1 火星表層における H ₂ O 環境の進化	1
1.2 火星気候進化に関する従来の研究	4
1.3 火星表層環境研究の重要性	6
1.4 本論文の構成	6
第2章 モデル	7
2.1 基本的な概念	7
2.2 射出率一定モデル	8
2.2.1 エネルギー方程式	8
2.2.2 H ₂ O バランス方程式	13
2.2.3 CO ₂ 飽和蒸気圧	14
2.3 温室効果モデル	15
2.4 数値計算法	17
2.4.1 射出率一定モデル	17
2.4.2 温室効果モデル	17
第3章 結果と議論	20
3.1 射出率一定モデル	20
3.1.1 地理的温度分布とエネルギーバランス	20
3.1.2 H ₂ O 堆積速度	23
3.2 温室効果モデル	25
3.2.1 大気の鉛直構造	25
3.2.2 灰色大気の吸収係数	27
3.2.3 地理的温度分布とエネルギーバランス	29
3.2.4 火星気候進化と極冠形成	42
3.3 今後の課題	45
第4章 まとめと結論	46
付録 A 惑星表層におけるエネルギー収支の素過程	48
A.1 太陽放射による地表面の加熱	48
A.1.1 ある時刻における太陽放射	48
A.1.2 日平均太陽放射	49

A.1.3	季節平均太陽放射	52
A.1.4	惑星アルベド	53
A.2	鉛直移流による地表面から大気への熱輸送	55
A.2.1	乱渦運動による熱輸送	55
A.2.2	混合距離理論による熱輸送	56
A.2.3	接地境界層における熱輸送	58
A.3	放射対流平衡における鉛直熱輸送	62
A.3.1	放射平衡	62
A.3.2	対流層の形成	64
A.3.3	放射対流平衡	65
A.3.4	放射対流平衡における鉛直熱輸送	67
A.4	大気の水水平移流による水水平熱輸送	70
A.4.1	温度風	70
A.4.2	方程式系	70
A.4.3	傾圧不安定	74
A.4.4	傾圧不安定による水水平熱輸送	76
付録 B	大気の水水平移流による H ₂ O 輸送過程	78
	謝辞	79
	参考文献	80

第1章 序論

本研究では、全球的な H_2O 分布の進化という観点から極冠の形成について調べる。現在のような極冠が形成される条件を求めることで、火星の気候進化に関して知見を得ることを目的とする。

1.1 火星表層における H_2O 環境の進化

火星には H_2O が存在し、表層環境の成り立ちに重要な役割を果たしてきたと考えられる。火星における H_2O 環境の進化について調べることは、地球型惑星の表層環境に関する一般的性質を知るためにも非常に重要である。

火星にはかつて、 H_2O が全球的に分布していたと考えられる証拠がある。その一つが、Valley Network と Outflow Channel の分布図 (図 1.1) である。Valley Network は、地下水が流出し、表面が崩れることにより形成されたと考えられている。また Outflow Channel は、地下の氷が火山活動などにより大量に融解し、表面に流出することで形成されたと考えられている。これらの地形が全球的に存在していることから、過去においては H_2O が全球的に分布していたと考えることができる。

しかしながら現在においては、表面上の大量の H_2O は極冠にしか存在しない。南北両極冠は、Mars Global Surveyor の詳細な地形観測によって主成分が H_2O であると考えられている (Zuber et al., 1998)。これは、極冠の形状がレオロジー的に弱い CO_2 では説明ができないと考えられるためである。また、Viking の大気水蒸気観測によって、極冠上の大気は夏に水蒸気濃度が高くなることが観測されていることから (Kieffer et al., 1992)、極冠の主成分は H_2O であると考えられる。

過去と現在における H_2O の分布から、かつて全球的に分布していた H_2O は現在、極冠に集まっていると考えられる。ここで疑問になるのは、現在のように大気が非常に希薄 (平均気圧 $\sim 5.6 \times 10^2$ Pa) で、寒冷 (平均気温 ~ 210 K) な気候の下でも、全球に分布していた H_2O は極冠に集まり得るのだろうか？ということである。このような寒冷な気候の

下では、 H_2O はそのまま凍りついてしまい、ほとんど移動しない可能性もある。

地球においても、ほぼ全球が雪氷に覆われていた時代があったという説がある (Hoffman et al., 1998)。もし火星においても、全球に分布していた H_2O が表面に凍りついていたとしたら、全球のアルベドが上昇し、現在よりも更に寒冷な状態が実現しやすいだろう。もしそうだとすると、 H_2O が極冠に集まるためにはどのような気候が必要なのだろうか？

そこで本研究では、気候モデルを構築し、様々な境界条件の下での気候状態と、極冠の形成過程を調べる。このことによって、火星の気候進化に対して新たな知見を与えることが目的である。

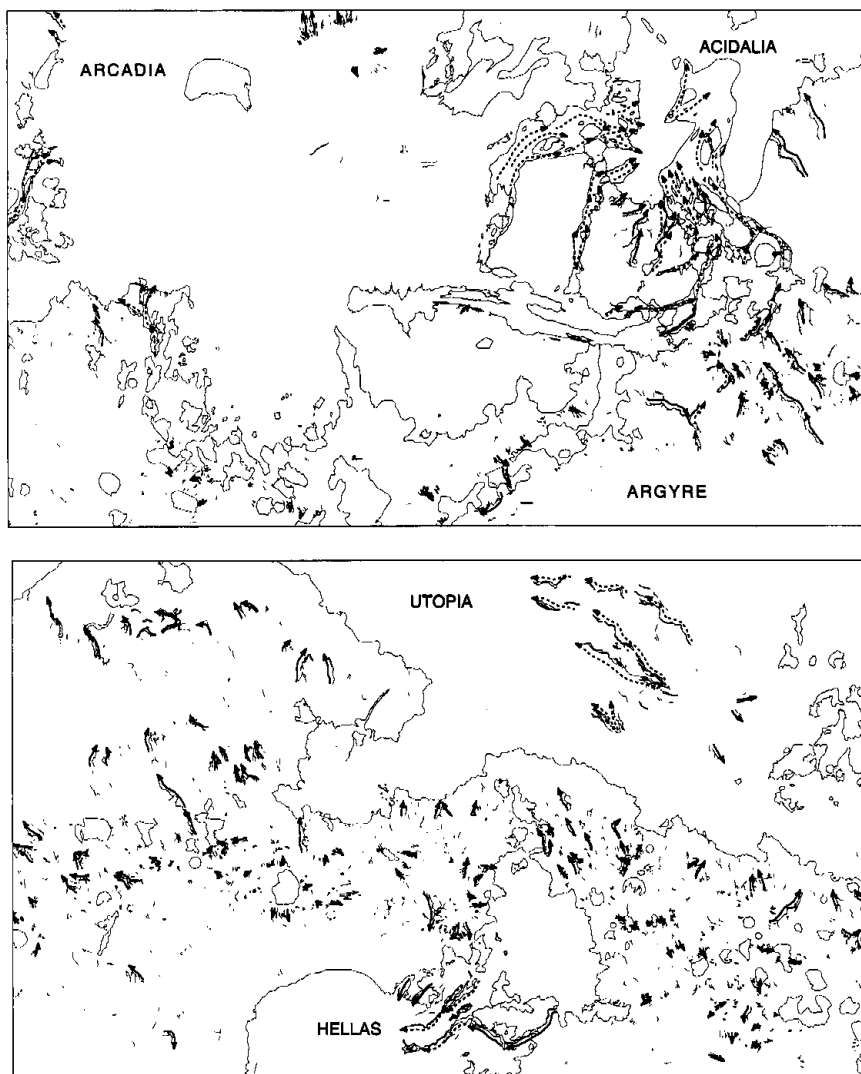


図 1.1: Valley Network(点線), Outflow Channel(実線)の全球分布図. M. H. Carr, *Water on Mars* (Oxford Univ. Press, New York, 1996).

1.2 火星気候進化に関する従来の研究

火星の気候進化に関する従来の研究のうち、最も重要で、現在でも広く受け入れられているのが Gierasch and Toon (1973) (以下 G & T) である。彼らは、大気の主成分が凝結する惑星では、惑星上の最も寒冷な場所での飽和蒸気圧によって大気圧が決まる、と主張した。火星においては、大気の主成分である CO_2 が極冠上で凝結する。したがって大気圧は、表層上の最も寒冷な点である極冠表面温度の飽和蒸気圧で決まることになる。彼らはエネルギーバランスモデルを用いて、様々な大気圧の下で極冠表面温度を求めた。その結果が図 1.2 である。図 1.2 では、同時に CO_2 の飽和蒸気圧曲線も表してある。エネルギーバランスから得られる極冠地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線の交点 (図 1.2 の A, B, C) が、定常的に存在可能な大気圧である。

存在可能な大気圧のうち、A, C 点はともに安定な大気圧であると考えられる。例えば A 点から極冠表面温度が少しだけ上昇し、極冠が昇華して大気圧が増加したとする。しかしその場合、極域表面温度は飽和蒸気圧温度よりも小さくなるので、 CO_2 大気は凝結する。そのことにより大気圧は下がり、表面温度も下がるためにもとの A 点に戻る。C 点も、エネルギーバランスから決まる温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線の関係が同じであるため、安定な解であるといえる。一方、B 点は両曲線の傾きの関係が逆になるため、不安定な解であると言える。

この結果から、大気圧が B 点よりも低ければ A 点に移行し、大気圧が B 点よりも高ければ C 点に移行する、と考えることができる。G & T では、現在の大気圧が 7×10^2 Pa 程度であるのもこのメカニズムによる、と主張している。

彼らのモデルはその後火星のテラフォーミング (Mackay et al., 1991) や、過去の温暖な気候の安定性 (Haberle et al., 1994) を調べるためにも用いられている。しかしながら G & T のモデルにはいくつかの問題点がある。一つには、彼らは極域だけのエネルギーバランスを解いており、赤道域については温度を一定として仮定していることである。もう一つには、彼らのモデルは温室効果を全く考慮に入れていないということである。大気圧が増加した場合には、温室効果によって温度は上昇すると考えられる。そこで本研究では、G & T のモデルを改良した気候モデルを構築した。

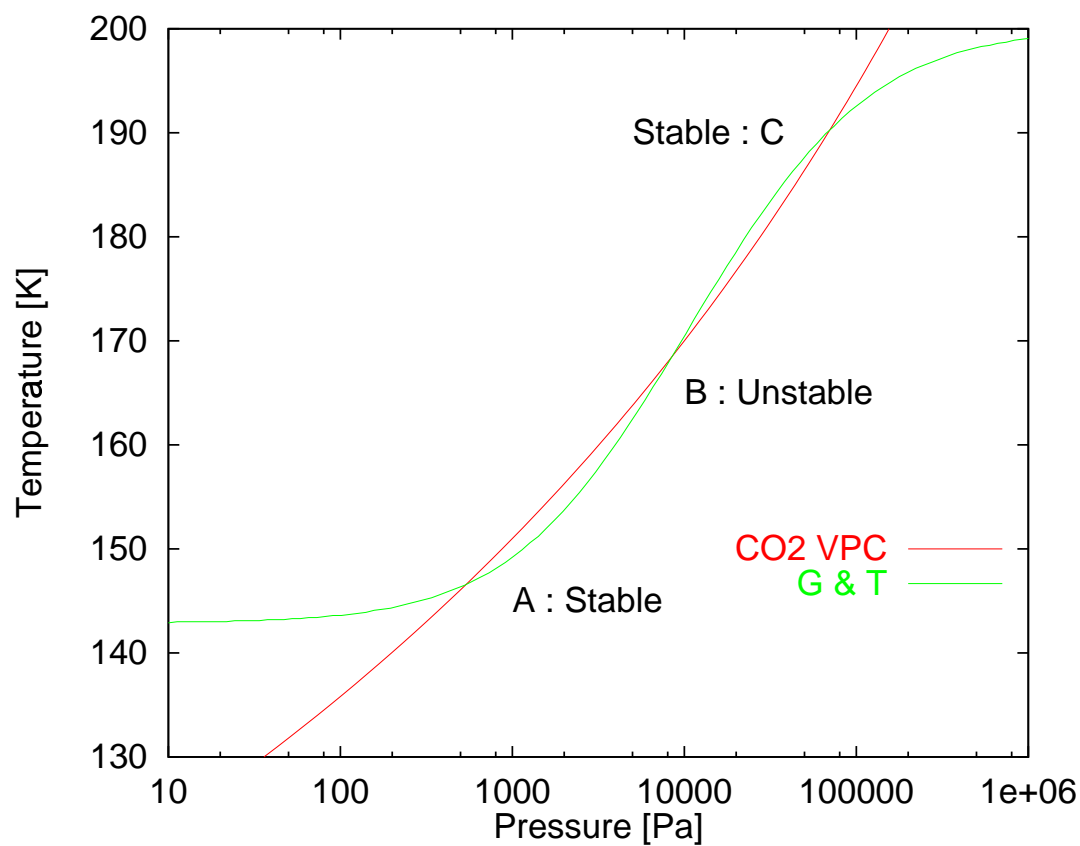


図 1.2: 横軸に大気圧, 縦軸に温度を示す. 曲線はそれぞれ CO_2 飽和蒸気圧曲線 (CO_2 VPC, 赤) Gierasch and Toon (1973) で求められた極域地表面温度曲線 (G & T, 緑) を示す. 極域のアルベドは両方の場合とも 0.775 としてある. 大気圧として安定な点は A, C であり, B は不安定な点である.

1.3 火星表層環境研究の重要性

火星表層環境研究は、様々な理由から重要であると考えられる。一つには、火星が惑星探査によって詳しく調べることができる惑星の一つであることである。今後も様々な火星探査が計画されている。ESAは2003年に探査機 Mars Express を火星に送り込む予定である。また、日本が打ち上げた探査機「のぞみ」は、2004年から観測を行う計画になっている。

そしてもう一つの理由は、地球以外の惑星の気候と、表層における物質の輸送と分布を調べることにより、地球型惑星の表層環境における普遍的性質や、多様性の原因を知ることができることである。これにより、生命の誕生しうる領域や人間が居住可能な領域等に関する新たな知見を得ることができると期待される。以上の議論は、太陽系外惑星における生命の誕生しうる領域、居住可能領域を考える際にも重要となるはずである。

1.4 本論文の構成

本論文は以下の章からなる。

第2章では、気候状態や極冠形成過程を調べる際に用いた射出率一定モデル、温室効果モデルの解説を行う。ここで必要となる詳細な式の導出は、すべて付録 A, B で説明する。

第3章では、これらの気候モデルに対する結果を示し、結果の妥当性、意味について議論を行う。基本的には、気候モデルを用いて存在可能な大気圧、温度分布を求める。そして、求めた温度分布を用いて極冠の形成過程に関して議論をする。温室効果モデルでは、特に二通りに地表面アルベドを変化させた場合の結果を示し、議論を行った。地表面アルベドとしては、現在のアルベド分布(極域のみアルベドが高い) 全球が雪氷に覆われていた場合のアルベド分布(全球的にアルベドが高い)を想定した。第3章の最後に、今後の課題について検討した。

第4章では結果全体をまとめ、結論を述べた。

第2章 モデル

極冠形成を再現するための気候モデルとしては、以下の 3 通りのモデルを構築した。

1. 射出率一定 2 Box モデル (2.2 節)

全球を赤道域、極域の二つの Box に分け、それぞれの領域の地表面、大気で成立する年平均のエネルギーバランス方程式を解いた。その際、大気の射出率を一定とし、放射過程を簡略化した。

2. 温室効果 2 Box モデル (2.3 節)

1 と同じく、二つの Box における年平均のエネルギーバランス方程式を解いた。その際、大気の温室効果を再現するために、大気を灰色大気近似し、大気構造としては放射対流平衡を仮定した。

3. 温室効果 3 Box モデル (2.3 節)

全球を夏極、赤道、冬極の 3 つの Box に分け、それぞれの領域で成立するエネルギーバランス方程式を解いた。2 と同様に温室効果を考慮にいった。

2.1 基本的な概念

大気中の H_2O 輸送により、極冠に H_2O が集まると仮定する。これは、火星においては大気を介さない H_2O 輸送過程は、第一近似では無視できると考えられるためである。大気中の H_2O 輸送過程としては、大気の流れを考える。流れによる輸送量は、大気の運動と温度分布を求めることにより得ることができる。運動と温度分布を求めるためには、原理的には連続の式、運動方程式、エネルギー方程式からなる連立方程式系を解かなくてはならない。しかしながら、大気運動は近似的に温度の関数としてパラメタライズすることができる。これにより、エネルギー方程式が温度のみを未知変数として記述される。これを解くことによって、温度分布が求まる。また大気の流れによる H_2O 輸送量も、大気運動のパラメタライズを用いて温度の関数として表現することができる。

本研究では、このようなエネルギーバランス方程式の定常解を求め、一年間あるいは半

年間で平均した平衡温度分布を得る。得られた平衡温度分布を用いて、大気中の H_2O 輸送量を求める。そして H_2O に関する連続の式を用いることにより、極冠への H_2O 堆積速度を評価する。特に火星の大気進化を想定し、様々な大気圧のもとで極冠の形成を再現する。ここで、大気の主成分である CO_2 が極冠で凝結する火星では、極冠における飽和蒸気圧が大気圧を決めると考えられる。したがって、極域地表面温度における CO_2 飽和蒸気圧が、考察すべき上で重要となる。

エネルギー方程式は、次の二通りのモデルを考えた。一つは、G & T を修正した、温室効果を考慮にいないモデル (射出率一定モデル) である。もう一つは、温室効果を考慮にいたモデル (温室効果モデル) である。

2.2 射出率一定モデル

2.2.1 エネルギー方程式

水平方向を極域、赤道域に 2 分割し、鉛直方向には 1 層の大気を考え、それぞれの領域におけるエネルギー方程式を構築する (2 Box モデル)。

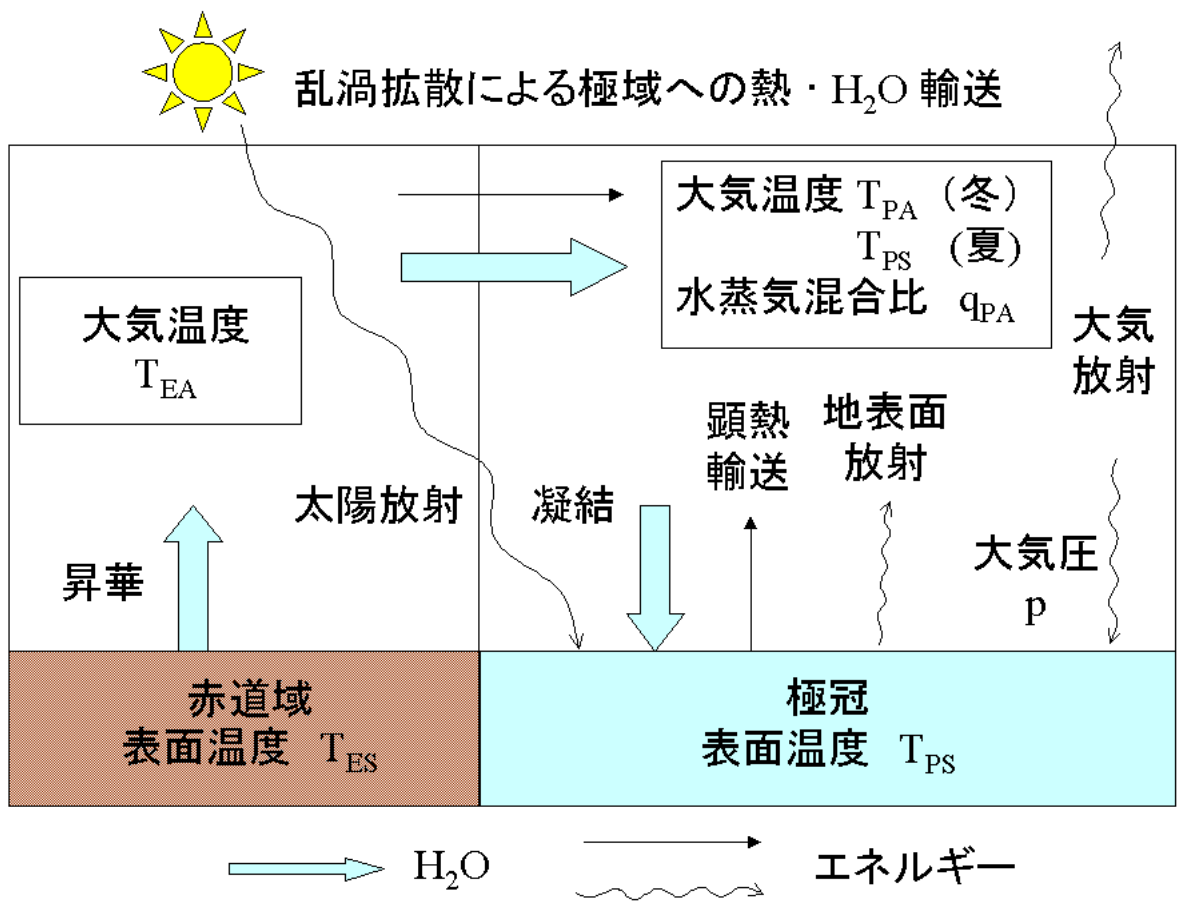


図 2.1: 2 Box モデル概念図

極域, 赤道域の地表面, 大気の温度はそれぞれの領域で一定と考える. 極域地表面, 赤道域地表面, 大気に関しては年平均温度を考え, $(T_s)_{pl}$, $(T_s)_{eq}$, $(T_a)_{eq}$ とする. また極域大気は, 夏と冬とで温度を決めるメカニズムが違ふと考えられることから, 冬の季節平均温度を $(T_a)_{pl}$ とし, 夏の季節平均温度は極域地表面に等しいとする. これは, 極域大気の冬の温度は赤道域からの大気の移流による熱輸送によって決まるのに対し, 夏の温度は放射対流平衡と大気の鉛直移流による熱輸送によって決まると考えられるからである.

極域, 赤道域の地表面, 大気におけるエネルギー方程式は次のように表すことができる.

$$\text{極域地表面} \quad (\rho_s c_{ps})_{pl} \frac{\partial (T_s)_{pl}}{\partial t} = S_{pl} + (F_{AS})_{pl} + (F_{ES})_{pl} - (F_{VA})_{pl} \quad (2.1)$$

$$\text{極域大気} \quad (\rho_a c_{pa})_{pl} \frac{\partial (T_a)_{pl}}{\partial t} = (F_{AA})_{pl} + (F_{EA})_{pl} + (F_{VA})_{pl} + (F_{HA})_{pl} \quad (2.2)$$

$$\text{赤道域地表面} \quad (\rho_s c_{ps})_{eq} \frac{\partial (T_s)_{pl}}{\partial t} = S_{eq} + (F_{AS})_{eq} + (F_{ES})_{eq} - (F_{VA})_{eq} \quad (2.3)$$

$$\text{赤道域大気} \quad (\rho_a c_{pa})_{eq} \frac{\partial (T_a)_{pl}}{\partial t} = (F_{AA})_{pl} + (F_{EA})_{pl} + (F_{VA})_{eq} - (F_{HA})_{eq} \quad (2.4)$$

ここで, 添字 $_{pl,eq}$ はそれぞれ極域, 赤道域における物理量を表す. 式 (2.1) から (2.4) の各項は, それぞれ

c_{pg}, c_{pa}	地表面, 大気の比熱
ρ_s, ρ_a	地表面, 大気の密度
S	地表面の吸収する太陽放射
F_{AS}	地表面の吸収する赤外放射 (Absorption, Surface)
F_{ES}	地表面の射出する赤外放射 (Emission, Surface)
F_{AA}	大気の吸収する赤外放射 (Absorption, Atmosphere)
F_{EA}	大気の射出する赤外放射 (Emission, Atmosphere)
F_{VA}	地表面から大気への鉛直移流による熱輸送 (Vertical Advection)
F_{HA}	赤道域から極域への水平移流による熱輸送量 (Horizontal Advection)

を表す. ただし, 太陽放射は大気に吸収されないとする. また, エネルギー方程式への H_2O , CO_2 の凝結による潜熱の効果は無視できると仮定する.

続いて式 (2.1) から (2.4) の各項を, 地表面, 大気温度の関数としてパラメタライズする. このパラメタライズは G & T のモデルを参考にしたが, 彼らのモデルにおける次の2つの仮定を外した.

- 1) 赤道域の大気温度は 200 K である.
- 2) 放射平衡においては 大気温度と地表面温度が一致する.

1) は必ずしも自明なことではないので, 赤道域のエネルギーバランスを解くことにより赤道大気温度を求めた. また 2) は誤りであるので, 正しく地表面, 大気の射出を記述した (式 (2.8) から (2.10) 参照).

式(2.1),(2.3)における極, 赤道地表面が吸収する太陽放射 $S_{\text{pl}}, S_{\text{eq}}$ は次のように与えられる. 太陽放射の季節平均を求める方法は, 付録 A.1 節に記述してある.

$$S_{\text{pl}} = \frac{S_0 \sin o}{\pi r^2 (1 - e^2)^{1/2}} \{1 - (A_s)_{\text{pl}}\} (1 - A_{\text{atm}}) \quad (2.5)$$

$$S_{\text{eq}} = \frac{S_0 \sin o}{\pi^2 r^2 (1 - e^2)^{1/2}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \phi} \{1 - (A_s)_{\text{pl}}\} (1 - A_{\text{atm}}) \quad (2.6)$$

ここで S_0 は地球における太陽定数, o は自転軸の傾き, a は惑星半径, e は惑星の軌道離心率, ψ は惑星の黄経で, 惑星の分点における値を 0 と定義する. A_s は地表面のアルベドで, 赤道域で 0.215, 極域で 0.75 とした. また A_{atm} は大気の反射率で, 大気圧の関数である. それぞれの数値は表 2.4.2 に記述してある.

地表面, 大気における赤外放射放射のやりとりは, 射出率一定モデルでは非常に簡略化した表現をする. 一定温度 T_a を持つ大気が一定の射出率 $\epsilon (= 0.1)$ で放射を射出, 吸収し, 地表面は射出率 1 で放射を射出, 吸収すると仮定する. このとき, 地表面の吸収, 射出する赤外放射 $F_{\text{AS}}, F_{\text{ES}}$ は次のように表すことができる.

$$F_{\text{AS}} = \epsilon \sigma T_a^4 \quad (2.7)$$

$$F_{\text{ES}} = -\sigma T_s^4 \quad (2.8)$$

また大気の吸収, 射出する赤外放射 $F_{\text{AA}}, F_{\text{EA}}$ は次のように与えられる.

$$F_{\text{AA}} = \epsilon \sigma T_s^4 \quad (2.9)$$

$$F_{\text{EA}} = -2\epsilon \sigma T_a^4 \quad (2.10)$$

ここで σ はシュテファン・ボルツマン定数である.

地表面から大気への鉛直移流による熱輸送 F_{VA} は, 地表面温度 θ_s , 地表面直上の大気温度 θ_a を用いて次のように与えられる. F_{VA} の導出に関しては, 付録 A.2 節に説明してある.

$$F_{\text{VA}} = -\frac{p}{R\theta_0} u_b C_{\text{Ds}} (\theta_a - \theta_s) \quad (2.11)$$

ここで p は大気圧, R は単位質量あたりの気体定数, C_{Ds} は大気が安定している場合の抵抗係数, u_b は接地境界層上端における大気の流れ, T_0 は惑星大気の大気平均温度である. それぞれの数値は表 2.4.2 に示した. 射出率一定モデルでは大気の大気温度を一定としているため, 温位と温度は一致する. したがって F_{VA} は, 次のように表すことができる.

$$F_{\text{VA}} = -p\beta(T_a - T_s), \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\overline{u(\delta)} C_{\text{D}}}{R\theta_0} \\ &= 1.36 \times 10^{-4} \text{ m K}^{-1} \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (2.13)$$

赤道から極への水平方向の熱輸送過程としては、大気の移流を考える。地球では大気のほかに海洋も南北に熱を運んでいるが、火星においてはこの過程は無視できる。極域への大気の移流は、傾圧不安定によって生じると仮定する。大気の移流にはハドレー循環による移流も考えられるが、地球と同程度の速度で自転する火星においては、ハドレー循環が極域にまで及んでいるとは考えられない。赤道からの距離が y である位置における、大気の傾圧不安定による単位時間あたりの熱輸送量 Q_{HA} (J s^{-1}) は、次のように表現することができる。 Q_{HA} の導出に関しては、付録 A.4 にて説明した。

$$\begin{aligned} Q_{\text{HA}} &\simeq 2\pi a \cos(y/a) c_p \frac{p}{g} \overline{v\theta} \\ &= 2\pi a \cos(y/a) c_p \frac{p}{g} \times 0.858 \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{y}{L} \left(1 - \frac{y}{L} \right) \left(\frac{\partial \theta_0}{\partial y} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

ここで、 g は惑星の重力加速度、 $\overline{v\theta}$ は緯度方向への大気の移流による平均の温位輸送、 f はコリオリパラメータ、 T_0 は背景大気のパラメータ、 θ_0 は y の位置において高度平均した温位である。物理量の具体的な数値は、表 2.4.2 に示した。 Q_{HA} がほぼ最大となる位置 $y_1 = L/2 = \pi a/4$ において運ばれたエネルギーが、 y_1 より高緯度で等しく分配されると仮定する。また、 y_1 における温位勾配が、極域と赤道域の間の平均温位勾配に一致すると仮定する。このとき極域において、赤道域から単位時間、単位面積あたりに輸送されるエネルギー $(F_{\text{HA}})_{\text{pl}}$ ($\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$) は、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} (F_{\text{HA}})_{\text{pl}} &= \frac{Q_{\text{HA}}}{2\pi a^2 \{1 - \sin(y_1/a)\}} \\ &= \alpha p \{(T_a)_{\text{eq}} - (T_a)_{\text{pl}}\}^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$(2.16)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.518 \frac{c_p}{ag} p \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{1}{L^2} \\ &= 1.48 \times 10^{-6} \text{ m K}^{-2} \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (2.17)$$

逆に赤道域において、極域へと単位時間、単位面積あたりに輸送されるエネルギー $(F_{\text{HA}})_{\text{eq}}$ ($\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$) は、以下のように与えられる。

$$(F_{\text{HA}})_{\text{eq}} = \alpha' p \{(T_a)_{\text{eq}} - (T_a)_{\text{pl}}\}^2 \quad (2.18)$$

$$(2.19)$$

$$\begin{aligned} \alpha' &= \frac{2\pi a^2 \{1 - \sin(y_1/a)\}}{2\pi a^2 \sin(y_1/a)} \alpha \\ &= 6.13 \times 10^{-7} \text{ m K}^{-2} \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (2.20)$$

2.2.2 H₂O バランス方程式

極域大気における H₂O バランス方程式は次のように表すことができる。ここで、大気中の H₂O は常に飽和していると仮定する。

$$Q_W - C = 0 \quad (2.21)$$

ここで Q_W は赤道域から極域への H₂O 輸送量 (kg s⁻¹), C は極冠における H₂O 堆積量 (kg s⁻¹) である。赤道域から極域への H₂O 輸送過程としては、大気の移流を考える。大気の移流は、傾圧不安定により生じると仮定して定式化する。 Q_W の導出に関しては付録 B 節にて説明した。赤道から距離 y の位置における単位時間あたりの H₂O 輸送量 Q_W は、次のように表現することができる。

$$Q_W = 2\pi a \cos(y/a) \frac{p}{g} \times 0.858 \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{y}{L} \left(1 - \frac{y}{L} \right) \frac{\partial \theta_0}{\partial y} \frac{\partial q_0}{\partial y} \quad (2.22)$$

ここで q_0 は y における高度平均混合比である。H₂O の輸送は、大気の移流による水平熱輸送を定式化した場合と同じように、熱輸送量 Q_{HA} がほぼ最大となる位置 $y_1 = L/2 = \pi a/4$ において運ばれた H₂O が、 y_1 より高緯度で等しく分配されると仮定する。また、 y_1 における温位勾配が、極域と赤道域の間の平均温位勾配に一致すると仮定する。さらに、ここでは極域に輸送される H₂O 量を評価する必要があるので、 $\partial q_0 / \partial y$ を極域における混合比の水平勾配となるように、以下のように表現する。

$$\frac{\partial q_0}{\partial y} = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_{(T_a)_{pl}} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.23)$$

混合比 q は、H₂O 分圧 p_w , H₂O の単位質量あたりの気体定数 R_w を用いて以下のように表現できる。

$$q = \frac{p_w R T}{p R_w T} = \frac{1}{p} \frac{R}{R_w} p_w \quad (2.24)$$

したがって大気圧を一定とした場合の、混合比の温度勾配は

$$\frac{dq}{dT} = \frac{1}{p} \frac{R}{R_w} \frac{dp_w}{dT} \quad (2.25)$$

で与えられる。氷の飽和水蒸気は Washburn (1940) によると次式で表される。

$$\log_{10}(133.322 \times p_w) = \frac{A}{T} + B \log_{10} T + CT + DT^2 + E \quad (2.26)$$

ここで、 A, B, C, D, E の数値に関しては表 2.4.2 に示す。式 (2.22), (2.23) より、赤道域から極域への単位時間あたりの H₂O 輸送量 Q_W (単位は kg s⁻¹) は、次のように与えられる。

$$Q_W = \gamma \{ (T_a)_{eq} - (T_a)_{pl} \} \left(\frac{dp_w}{dT} \right)_{(T_a)_{pl}}, \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned}\gamma &= \alpha \frac{2\pi a^2 \{1 - \sin(y_1/a)\}}{c_p} \frac{R}{R_w} \\ &= 1.51 \times 10^4 \text{ m}^2 \text{ s}\end{aligned}\tag{2.28}$$

ここで γ は傾圧不安定波動による H_2O 輸送係数, α は傾圧不安定波動による熱輸送係数, a は惑星半径, c_p は CO_2 大気の比熱である.

2.2.3 CO_2 飽和蒸気圧

大気の主成分である CO_2 が極冠で凝結する火星では, 極冠における飽和蒸気圧が大気圧を決めると考えられる.

CO_2 飽和蒸気圧 p_{cd} は, Antoine (1988) の式によって以下のように与えられる.

$$p_{\text{cd}} = \exp\left(a - \frac{b}{c+T}\right),\tag{2.29}$$

ここで, a, b, c の数値は表 2.4.2 に示す.

2.3 温室効果モデル

射出率一定モデルでは、大気の温度を一定とし、また射出率も一定としたために、地表面と大気の吸収、射出する赤外放射 $F_{AS}, F_{ES}, F_{AA}, F_{EA}$ は、大気圧 (光学的厚さ) によらず温度のみの関数となる。しかしながら現実の惑星大気は、鉛直方向に温度減率を持ち、大気の射出率は大気中の吸収物質の量に依存するため、 $F_{AS}, F_{ES}, F_{AA}, F_{EA}$ は大気圧に依存する。

そこで温室効果モデルでは、灰色大気の放射対流平衡によって大気構造を近似する。地表面における光学的厚さ τ_s 、地表面温度 T_s 、地表面における大気温度 T_a の関数として鉛直温度分布を表現し、ここから地表面における正味上向き赤外放射量、大気上端における正味上向き赤外放射量を τ_s, T_s, T_a の関数として求める。この定式化については、Nakajima et al. (1991) で用いられている方法を採用した。式の導出に関しては、付録 A.3 節にて説明した。このモデルでは、下層大気の鉛直運動を断熱的であると仮定する。したがって地表面における大気温度 T_a は、対流圏における温位に相当する。大気温度を、地表面における大気温度 T_a で代表させることにより、射出率一定モデルと全く同様に鉛直移流による熱輸送、水平移流による熱輸送を記述することができる。

温室効果モデルでは 2 Box モデルのほかに、夏極域、赤道域、冬極域の 3 つの領域に分割したモデル (3 Box モデル) も構築した。このモデルによって、夏極の大気温度は地表面温度と等しい、という仮定をなくすことができる。

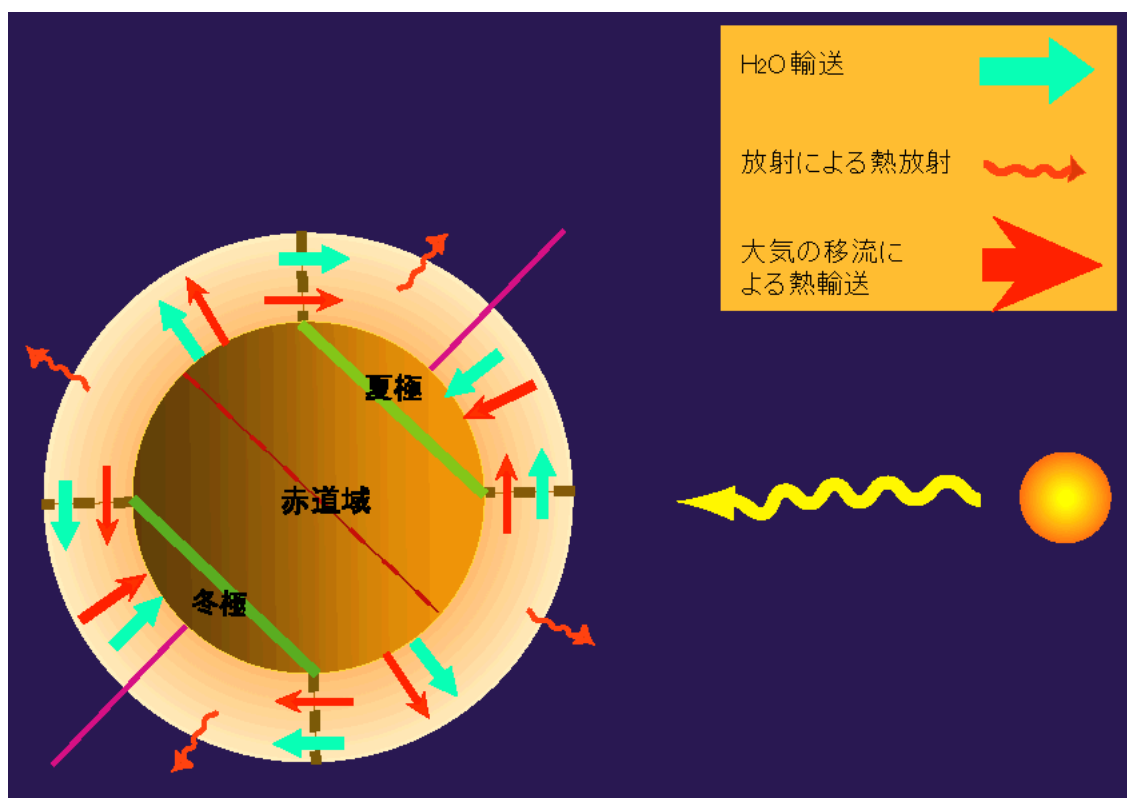


図 2.2: 3 Box モデル概念図

2.4 数値計算法

2.4.1 射出率一定モデル

射出率一定モデルでは、エネルギーバランス方程式 (2.1) から (2.4) までの右辺各項を、各領域における温度、地表面における大気圧 p を用いて解析的に表現することができる。エネルギーバランス方程式の定常解は、右辺が 0 となる温度分布である。大気圧 p を一定値として与えると、定常解を求めることは温度に関する次の 4 元連立 4 次方程式を解くことに帰着される。

$$S_{pl} + (F_{AS})_{pl} + (F_{ES})_{pl} - (F_{VA})_{pl} = 0 \quad (2.30)$$

$$(F_{AA})_{pl} + (F_{EA})_{pl} + (F_{VA})_{pl} + (F_{HA})_{pl} = 0 \quad (2.31)$$

$$S_{eq} + (F_{AS})_{eq} + (F_{ES})_{eq} - (F_{VA})_{eq} = 0 \quad (2.32)$$

$$(F_{AA})_{pl} + (F_{EA})_{pl} + (F_{VA})_{eq} - (F_{HA})_{eq} = 0 \quad (2.33)$$

この方程式は、ニュートン法によって解くことができる。

2.4.2 温室効果モデル

温室効果モデルでは、エネルギー方程式の赤外放射に関する項を解析的に表現することはできない。それゆえ、射出率一定モデルの場合のようにエネルギーバランス方程式の右辺が 0 となる解を直接求めることはできない。したがって、エネルギー方程式を用いて温度の時間変化を解き、定常解を求める。

温度の時間変化を解くにあたり、地表面と大気の吸収、射出する赤外放射を、大気圧 p 、地表面温度 T_s 、地表面における大気温度 T_a を用いて表現する必要がある。この方法については、付録 A.3 節にて詳しく説明してあるが、その概要は以下の通りである。

- 1) 大気圧 p から地表面における光学的厚さ τ_s を求める。
- 2) τ_s と T_a によって、対流層における鉛直温度分布が求まる。これは、対流層における温度分布が断熱温度減率で記述できると仮定したためである。
- 3) 対流圏における温度分布が求まると、対流圏界面の高度 (光学的厚さ τ_{tr}) を決めることができる。対流圏界面は、断熱温度減率で温度が決まる対流圏と放射平衡の成立する成層圏で、温度分布が連続となり、かつ鉛直上向き放射が連

続となる高度として求めることができる。求めた τ_{tr} を用いることにより、大気上端の赤外放射 F_{tp} を求める。

4) F_{tp}, τ_{tr} が求まると F_{bt} が得られ、式 (A.97) から (A.100) までを用いることにより $F_{ES}, F_{AS}, F_{EA}, F_{AA}$ を任意の地表面、大気温度と圧力に対して計算することができる。

大気圧、地表面、大気温度の関数として表現したエネルギー方程式を用いて、常微分方程式を次のように差分化する。

$$\begin{aligned} T_s(t_{i+1}) &= T_s(t_i) + \frac{\Delta t}{\rho_s c_{ps}} F_S(T_S, T_A, t_i) \\ T_a(t_{i+1}) &= T_a(t_i) + \frac{\Delta t}{\rho_a c_{pa}} F_A(T_S, T_A, t_i) \end{aligned} \quad (2.34)$$

ここで F_S, F_A は地表面、大気の吸収する正味のエネルギーであり、エネルギー方程式の右辺の和に相当する。各時刻において鉛直温度構造を求め、鉛直放射フラックスを計算することにより、温度変化を求めた。温度変化を計算するにあたり用いた時間間隔 $\Delta t / \rho_s c_{ps}, \Delta t / \rho_a c_{pa}$ は同じ値にとり、式 (2.35) のように決めた。これは、大気の密度は大気圧の増加とともに増加すると考えられるからである。

$$\frac{\Delta t}{\rho_s c_{ps}} = \frac{\Delta t}{\rho_a c_{pa}} = \begin{cases} 0.1 & \text{if } p < 10^4 \text{ Pa} \\ 0.1 \times \frac{10^4}{p} & \text{if } p \geq 10^4 \text{ Pa} \end{cases} \quad (2.35)$$

また、定常状態に達する時刻は、

$$\frac{\text{各領域における熱輸送量の和}}{\text{各領域における熱輸送量の最大値}} \leq 10^{-6} \quad (2.36)$$

となった時刻とした。

表 2.1: 気候モデル計算のための物理定数表

物理量		数値
太陽定数 (at 1 A.U.)	S_0	$1.37 \times 10^3 \text{ W m}^{-2}$
軌道長半径	r	1.52 AU
離心率	e	0.0934
惑星半径	a	3.40 m
赤道-極間距離	L	5.33 m
重力加速度	g	3.72 kg m s^{-2}
コリオリパラメータ	f	10^{-4} s^{-1}
CO ₂ 気体定数	R	$192 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
H ₂ O 気体定数	R_W	$462 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
CO ₂ 大気定圧比熱	c_p	$860 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
抵抗係数	C_{Ds}	0.9×10^{-3}
接地境界層直上の平均風速	u_b	5 m s^{-1}
極域平均温位	θ_0	150 K
中緯度大気平均気温	T_0	190 K
H ₂ O 飽和蒸気圧を計算するための定数	A	-2445.5646
	B	8.2312
	C	-1677.006×10^{-5}
	D	120514×10^{-10}
	E	-6.757169
H ₂ O 飽和蒸気圧を計算するための定数	a	27.4826
	b	3103.39
	c	-0.16

第3章 結果と議論

3.1 射出率一定モデル

本節では、温室効果を考慮にいない射出率一定モデルの結果について解説する。

3.1.1 地理的温度分布とエネルギーバランス

様々な大気圧のもとで、温度に関する4元連立方程式(2.30)から(2.33)を解いた結果が図3.1である。図3.1では横軸を大気圧にとり、極域と赤道域の地表面温度、および大気温度を示す。同時にCO₂の飽和蒸気圧曲線も示してある。

全体的特徴としては、大気圧の低い領域では温度が低く、大気圧が増加すると極域温度が増加し、赤道域温度が減少する。大気圧の高い極限では、全球的に温度が一定値に近づく。

大気圧の低い極限では、極域と赤道域の温度差は非常に大きくなる。これは、図3.2、図3.3から分かる通り、大気圧が低い($p < 10^2$ Pa)領域では大気の射出と吸収だけでエネルギーバランスがつりあい、大気の移流による熱輸送が無視できるためである。このエネルギーバランスでは、大気温度が地表面温度よりも低くなる。

また大気圧が増加(10^2 Pa $< p < 10^4$ Pa)していくと、赤道域地表面温度が減少し、赤道域大気、極域地表面、極域大気温度が増加する。このメカニズムとしては次のようなものが考えられる。つまり、大気圧の増加とともに大気の鉛直移流が活発になり、赤道地表面から赤道大気へ熱が運ばれ、赤道大気温度は上昇する。同時に赤道大気から極域大気への水平移流も活発になり、極域大気温度も上昇する。極域大気温度が極域地表面の温度を越えると、鉛直移流により極域大気から地表面へと熱が運ばれ、極域地表面温度が上昇する。

さらに大気圧が増加($p > 10^4$ Pa)していくと、赤道域の地表面温度と大気温度は減少する。これは、大気圧の高い極限では大気の鉛直移流、水平移流による熱輸送が大きくな

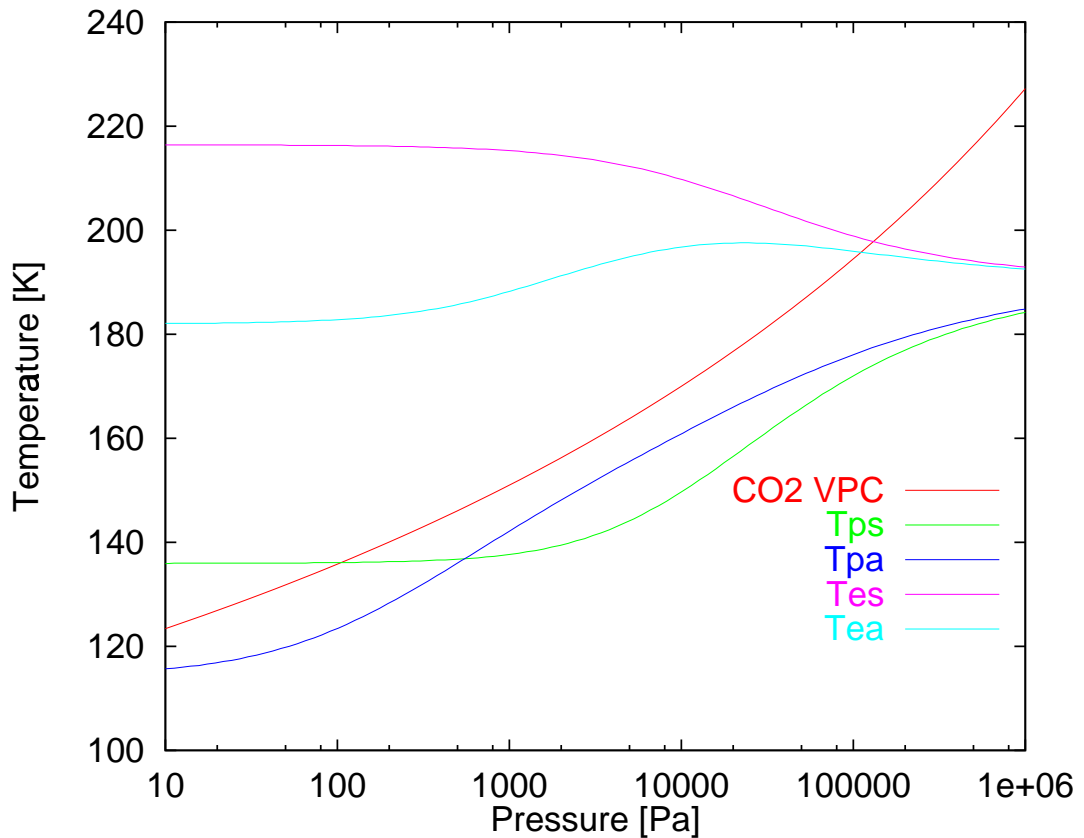


図 3.1: 地表面気圧に対する CO₂ 飽和蒸気圧曲線 (CO₂ VPC, 赤), 極域地表面温度 (T_{ps}, 緑), 極域大気温度 (T_{pa}, 青), 赤道域地表面温度 (T_{es}, ピンク), 赤道域大気温度 (T_{ea}, 水色) を示す. 極域のアルベドは, Gierasch and Toon, 1973 の結果 (図 1.2 参照) にあわせて 0.775 にしてある. 赤道域のアルベドは 0.215 である.

ることにより, 全球的に温度が一様になるためである. 鉛直移流, 水平移流が卓越している様子は図 3.2, 図 3.3 で確認することができる.

図 3.1 から, CO₂ 飽和蒸気圧曲線と極地表面温度曲線が $p \sim 10^3$ Pa 付近で安定な交点を持つことがわかる. この安定解は, G & T が求めた $p \sim 7 \times 10^2$ Pa という安定解とは異なる (1 章, 図 1.2 参照). これは, G & T では赤道域の大気温度と夏における極域の大気温度を 200 K と仮定し, 極域地表面温度を実際よりも高く見積もっているためであると考えられる. したがって G & T の結果は, 現実の火星大気を正確に表現したものは言い難い.

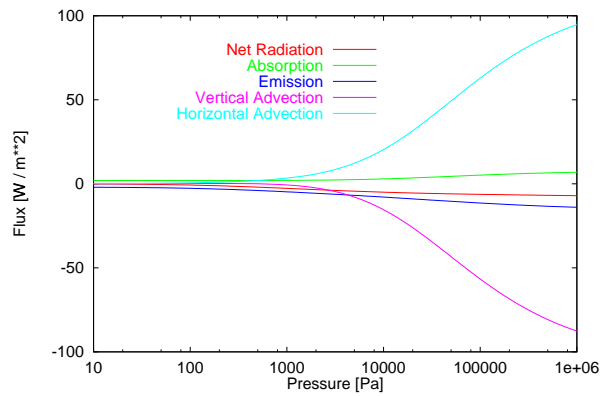


図 3.2: 極域大気におけるエネルギーバランス. 横軸に大気圧, 縦軸にエネルギーフラックス (W m^{-2}) をとる. 曲線は, それぞれ大気の正味吸収放射量 (Net Radiation, 赤), 大気の放射吸収量 (Absorption, 緑), 大気の放射射出量 (Emission, 青), 大気の鉛直移流による熱輸送量 (Vertical Advection, ピンク), 水平移流による熱輸送量 (Horizontal Advection, 水色) を表す.

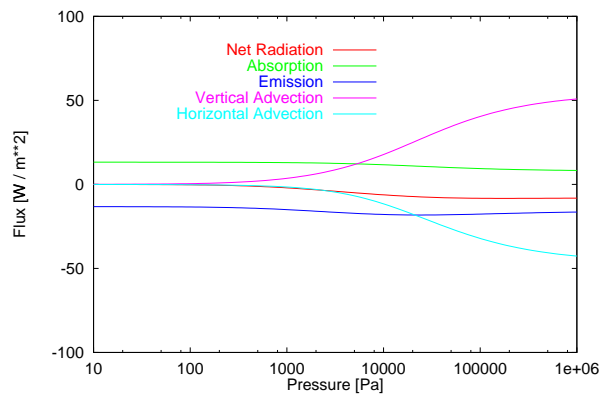


図 3.3: 赤道域大気におけるエネルギーバランス. 図の見方は図 3.2 と同じ.

3.1.2 H₂O 堆積速度

単位時間あたりの H₂O 輸送量 (kg s^{-1}) を現在の北極冠の表面積 ($1.2 \times 10^6 \text{ km}^2$) で割ることにより、極冠への H₂O 堆積速度を求めた。図 3.4 では、大気の水平移流による熱輸送係数 α が 1.51×10^{-4} , 3.02×10^{-4} , $4.53 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1} \text{ K}^{-2}$ の場合について H₂O 堆積速度を求めた。

図 3.4 から、大気圧が増加すると H₂O 堆積量は増加することが分かる。これは、大気の水平移流により極域の温度が上昇するためである。また、輸送係数を変化させても H₂O 堆積速度にそれほど大きな変化はない。

Plaut et al. (1988) は極冠上のクレーターの消滅率から H₂O 堆積率を見積り、 $10^{-3} \text{ cm yr}^{-1}$ 程度という値を得ている。現在の大気圧 ($p \sim 6 \times 10^2 \text{ Pa}$) のもとでの H₂O 輸送量は、Plaut et al. (1988) の結果に比べて非常に小さい値になっている ($\sim 10^{-5} \text{ cm yr}^{-1}$)。これは、大気の射出率を一定としていることにより極域大気温度を低く見積もっているためであるが、このことについては 3.2.3 節で議論する。

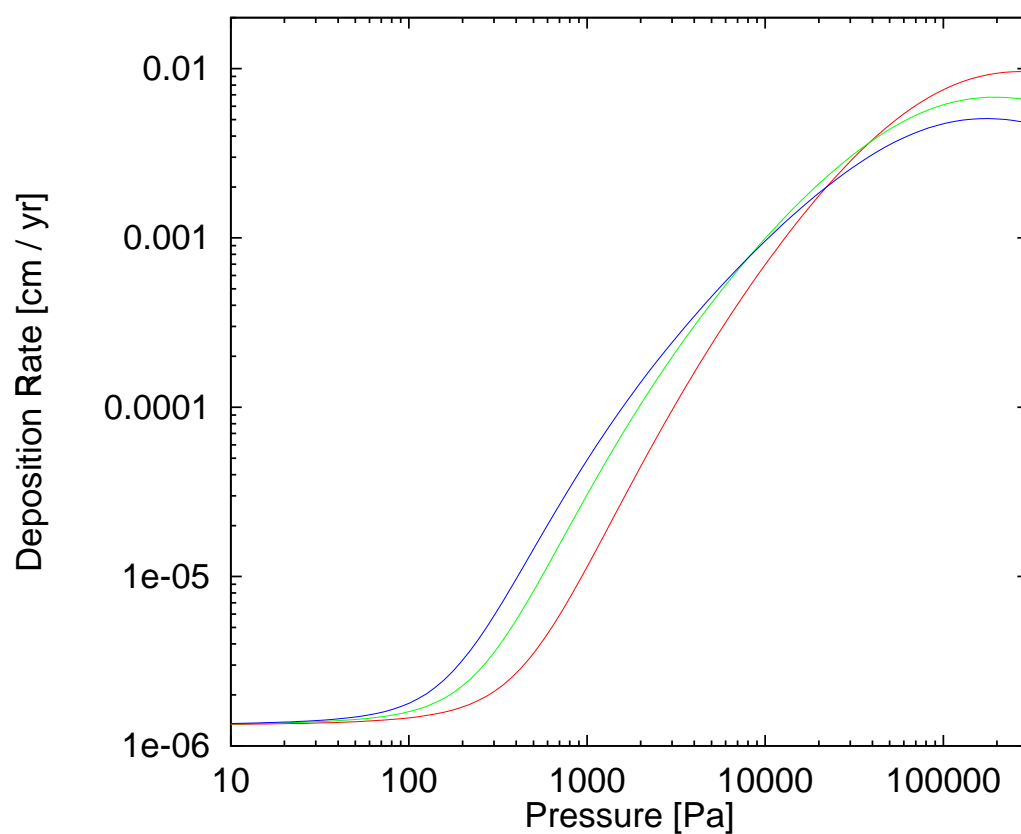


図 3.4: 地表面気圧に対する H_2O 堆積速度. 大気の水平移流による熱輸送係数 1.51×10^{-4} (赤), 3.02×10^{-4} (緑), $4.53 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1} \text{ K}^{-2}$ (青) の場合についての結果を曲線で示す.

3.2 温室効果モデル

本節では、灰色大気の放射対流平衡過程をエネルギーバランス方程式に導入した、温室効果モデルの結果について説明する。

3.2.1 大気の鉛直構造

まずは、灰色大気の放射対流平衡過程が正しく計算されていることを確かめる。そのために、地表面における光学的厚さが 0.1, 1, 10 である大気に対して、大気上端からの赤外放射 (惑星放射) が一定となる温度分布を図 3.5 に示す。ただしここでは、地表面温度と地表面における大気温度は一致すると仮定している。

図 3.5 から読みとれることは二つある。一つは、一定の惑星放射を射出するためには、地表面における光学的厚さが厚い程地表面温度が高くなるということである。これが温室効果であり、灰色大気の放射対流平衡解から予想されることである。

またもう一つは、地表面における光学的厚さが大きくなると、対流圏と成層圏は滑らかに接続されるということである。これは、大気的光学的厚さが大きくなると対流圏と成層圏の温度勾配が近づくことから予想される。対流圏の温度分布は断熱温度分布で記述でき、

$$T(\tau) = T_a \left(\frac{\tau}{\tau_s} \right)^{R/c_p} \propto \tau^{R/c_p} \quad (3.1)$$

の関係がある。ここで $T(\tau)$ は、大気的光学的厚さが τ の高度における大気温度、 T_a は地表面における大気温度、 τ_s は地表面における大気的光学的厚さ、 R は単位質量あたりの気体定数、 c_p は大気の定圧比熱である。CO₂ 大気においては、 $R/c_p \sim 1/4$ である。

一方で、放射平衡温度分布は次のように記述できる。

$$T(\tau) = \left\{ \frac{F_{tp}}{2\sigma} \left(\frac{3}{2}\tau + 1 \right) \right\}^{1/4} \quad (3.2)$$

ここで F_{tp} は惑星放射、 σ はシュテファン・ボルツマン定数である。 $\tau \gg 1$ の場合には、(3.2) は

$$T(\tau) \propto \tau^{1/4} \quad (3.3)$$

と表現することができる。式 (3.1), (3.3) より、対流圏と成層圏の温度勾配が近づくことが分かる。

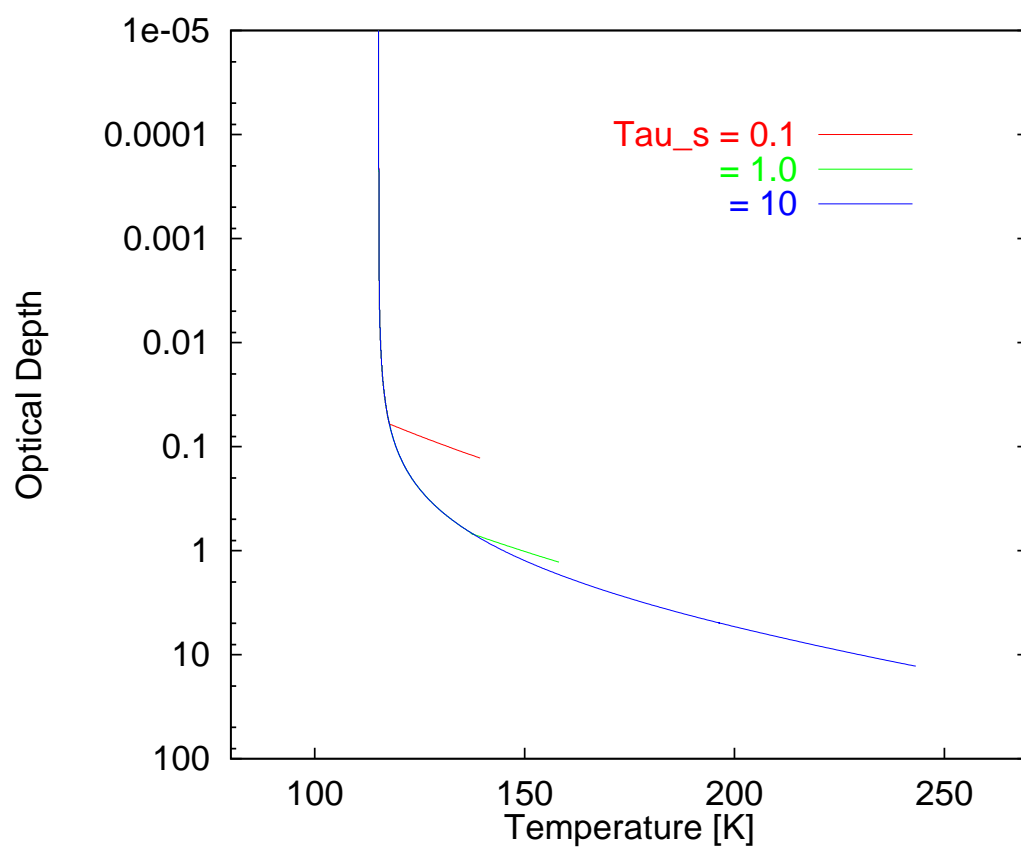


図 3.5: 惑星放射を一定値 (20 W m^{-2}) に固定したときの鉛直温度分布. 横軸に温度 (K), 縦軸は大気的光学的厚さを示す. 地表面における光学的厚さが 0.1(赤), 1(緑), 10(青) の場合について示す.

3.2.2 灰色大気吸収係数

CO₂ 大気を近似する灰色吸収係数は、これまでに求められていない。したがってここでは、より精密な放射対流平衡計算を行った Pollack et al.(1987)の結果に合うように、CO₂ 灰色大気吸収係数を決める。

Pollack et al.(1987)と同じ太陽放射を与え、放射対流平衡状態にある地表面温度を求めたものが図 3.6 である。図 3.6 で与えた太陽放射 S は、次の通りである。

$$\begin{aligned} S &= 0.433 \times S_0 \frac{1 - A_p}{4}, \\ A_p &= A_g + (1 - A_g) \times 0.021(\log p - \log p_0)^{2.5}, \\ A_g &= 0.215, \quad p_0 = 610 \end{aligned}$$

ここで、 S_0 は地球における太陽定数、 A_p は惑星アルベドである。大気圧が高くなると、大気の散乱の効果が大きくなり、惑星アルベドが上昇する。惑星アルベドの導出に関しては、A.1 節で説明した。 A_g が地表面アルベド、 p が大気圧、 p_0 が惑星アルベドを計算する際に基準にした大気圧である。

図 3.6 では、吸収係数 $k = 8.0 \times 10^{-4}, 1.5 \times 10^{-4}, 7.5 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-2}$ に対する結果を示し、合わせて Pollack et al.(1987)の結果も示す。図 3.6 から、一つの吸収係数を用いた灰色大気モデルでは、Pollack et al.(1987)の結果を再現することができないことがわかる。つまり、大気圧の高い領域では、圧力の低い領域に比べて吸収係数を小さくしなくてはならない。これは、CO₂ 大気では吸収できる赤外放射の波長帯に限られることにより、大気量が増加すると赤外放射の吸収が飽和してしまうためだと考えられる。

したがって以下では、次のように大気圧により灰色大気吸収係数を次のように変化させ、放射過程による鉛直熱輸送量を求める。

$$k = \begin{cases} 8.0 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-2} & \text{if } p < 10^3 \text{ Pa} \\ 1.5 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-2} & \text{if } 10^3 \text{ Pa} \leq p \leq 10^4 \text{ Pa} \\ 7.5 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-2} & \text{if } 10^4 \text{ Pa} \leq p \leq 10^6 \text{ Pa} \end{cases} \quad (3.4)$$

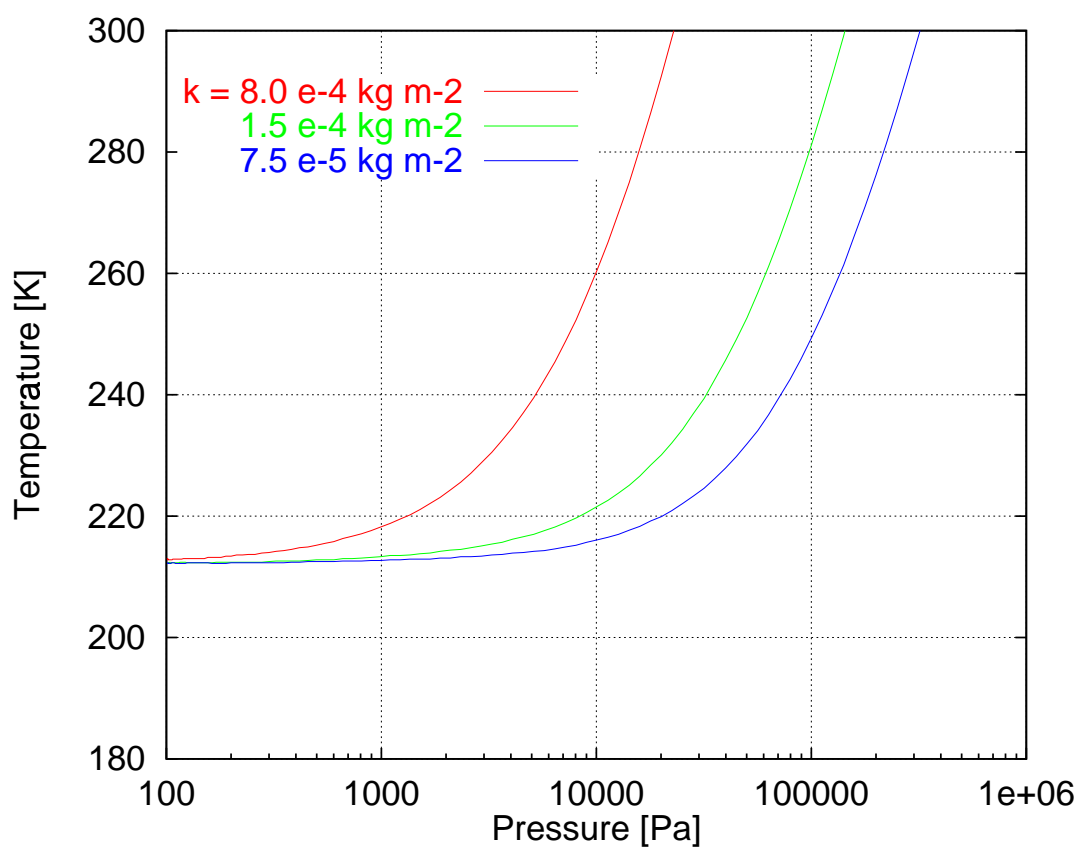


図 3.6: $k = 8.0 \times 10^{-4}$ (赤), 1.5×10^{-4} (緑), $7.5 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-2}$ (青) に対する放射対流平衡温度. 比較に用いた Pollack et al.(1987) の結果を黒線で示す.

3.2.3 地理的温度分布とエネルギーバランス

温室効果モデルでは、水平分割方法としては 2 Box モデル, 3 Box モデルの 2 通りを考えた。気候区分として、全球を極域と赤道域の 2 つの領域に分けたのが 2 Box モデルであり、夏極, 赤道域, 冬極の 3 つに分割したのが 3 Box モデルである。

また、アルベドの分布としては標準モデル, 雪玉モデルの 2 通りを考えた。標準モデルでは極域のアルベドを雪氷の値 (0.75) にし、赤道域のアルベドの値を現在の火星における値 (0.215, Kieffer et al., 1977) に設定する。雪玉モデルでは、全球のアルベドを雪氷の値に設定する。ここで、雪玉モデルで計算を行った理由は二つある。一つは、全球的なアルベドの変化に対して、系はどのように振舞うのか、ということについて調べるためである。もう一つは、過去において火星全球が雪氷で覆われた可能性があり得るからである。火星にはかつて温暖な気候があり、北半球の低地には海が存在したという説がある (Baker et al., 1991)。表層に大量の H_2O が存在すれば、気候が現在の気候へと寒冷化する過程の中で全球が雪氷で覆われていた可能性が考えられる。

以下では 2 box 標準モデル, 3 Box 標準モデル, 2 Box 雪玉モデル, 3 Box 雪玉モデルの 4 つの場合の結果について、説明する。

2 Box 標準モデル

図 3.7 に、2 Box 標準モデルの結果を示す。吸収係数を $p = 10^3$ Pa, 10^4 Pa で不連続的に変化させているので、曲線も不連続に変化している。

温室効果モデルの最も重要な特徴は、大気圧が上昇すると、温室効果によって全球的に温度が上昇することである。この温度上昇は、射出率一定モデルの結果とは大きく異なる。射出率一定モデルでは、大気圧の増加とともに赤道域温度が低下した。温室効果が効き始めるのは $p \sim 10^4$ Pa (光学的厚さ $\tau \sim 0.4$) で、これは τ が 1 に近づくときに対応している。図 3.8, 図 3.9 から、このときに極域, 赤道域ともに大気の吸収する放射量, 射出する放射量が急激に増加することが分かる。これは、射出率一定モデルの結果とは全く異なる。射出率一定モデルでは、 $p \sim 10^3$ Pa 付近から大気の移流による熱輸送が急激に増加した。

また地理的温度分布は、どのような大気圧に対しても

赤道地表面温度 > 赤道大気温度 > 極大気温度 > 極地表面温度

という大小関係が成り立つ。すなわち、1) 鉛直移流により赤道地表面から赤道大気へ熱が輸送され、2) 水平移流により赤道大気から極域大気に熱が輸送され、3) 鉛直移流によ

り極域大気から極域地表面に熱が輸送される。この温度分布は、射出率一定モデルでは大気圧の低い場合に、大気の射出と吸収だけでエネルギーバランスが成立したことで、大きく異なる。これは、大気圧が低い場合にも、大気の射出、吸収量と移流による熱輸送が同程度の大きさになるためである。地表面における光学的厚さが1より十分に小さい場合、大気の射出、吸収する放射量 F_{EA}, F_{AA} は大気の吸収係数 k 、重力加速度 g を用いて

$$F_{AA} \sim -2\sigma T_a^4 \frac{k}{g} p \quad (3.5)$$

$$F_{EA} \sim \sigma T_s^4 \frac{k}{g} p \quad (3.6)$$

と近似でき、大気圧 p に比例する。一方、式 (2.12), (2.16) より、大気の鉛直、水平移流による熱輸送も大気圧 p に比例する。大気の射出量、吸収量と移流による熱輸送量がともに大気圧 p に比例することから、結果として放射過程と移流過程の両方の寄与によって、エネルギーバランスが成立する。

以上の考察より、射出率一定モデルでは大気圧の低い極限で、大気温度を低く見積もりすぎているということが分かる。現実的には、大気圧が低くなることにより射出率が減少する効果を考慮しなければならない。

また図 3.7 では、大気的光学的厚さが不連続的に減少する $p = 10^3$ Pa, 10^4 Pa で、温度が不連続的に変化している。この不連続的な変化のメカニズムは、大気が光学的に薄い場合 ($p \sim 10^3$ Pa) と薄い場合 (10^4 Pa) で異なると考えられる。大気が光学的に薄い場合には、大気の射出、吸収量は式 (3.5), (3.6) で近似できる。このため、温度が一定のまま光学的厚さが不連続的に減少すると、大気が正味で射出する量は減少する。一方、大気の移流による熱輸送は光学的厚さの変化には依存しないため、エネルギーバランスが成り立つ温度が変化することになる。極域大気では温度が上昇することにより射出量が増加し、エネルギーバランスが成立する。一方赤道域大気では温度が減少することにより水平移流による熱輸送が増加し、エネルギーバランスが成立する。

大気圧が光学的に厚い場合には、大気上端で射出する放射量 F_{pl} は地表面における大気温度 T_a 、地表面における光学的厚さ τ_s を用いて

$$F_{pl} \sim \frac{\sigma T_a^4}{3\tau_s/2 + 1} \quad (3.7)$$

で近似することができる。これは大気が光学的に厚くなると、 F_{pl} に対する地表面放射の影響が小さくなるためである。 F_{pl} が一定である場合は式 (3.7) より、光学的厚さが小さくなると地表面における大気温度も小さくなる事が分かる。

CO_2 飽和蒸気圧曲線と極域地表面温度は、2点で交わっている。一つは $p \sim 2 \times 10^2$ Pa

の位置における交点で、安定な点である。もう一つは $p \sim 4 \times 10^4$ Pa で、不安定な点である。このことから、大気圧 p に関して次のようなことが言える。

1. $p > 4 \times 10^4$ Pa の場合、極域の CO_2 は全て昇華することになる。この場合最終的に実現される大気圧は、極域における昇華可能な CO_2 量によって決まる (完全昇華領域)。
2. 10^2 Pa $< p < 4 \times 10^4$ Pa の場合、極域温度は CO_2 飽和蒸気圧温度よりも小さくなるため、安定点である $p \sim 2 \times 10^2$ Pa に達するまで CO_2 が極域において凝結する。この場合最終的に実現される大気圧は、 $p \sim 2 \times 10^2$ Pa である。
3. $p < 10^2$ Pa の場合、極域温度は CO_2 飽和蒸気圧温度よりも大きくなるため、安定点である $p \sim 2 \times 10^2$ Pa に達するまで極域において CO_2 が昇華する。この場合最終的に実現される大気圧は、 $p \sim 2 \times 10^2$ Pa である。

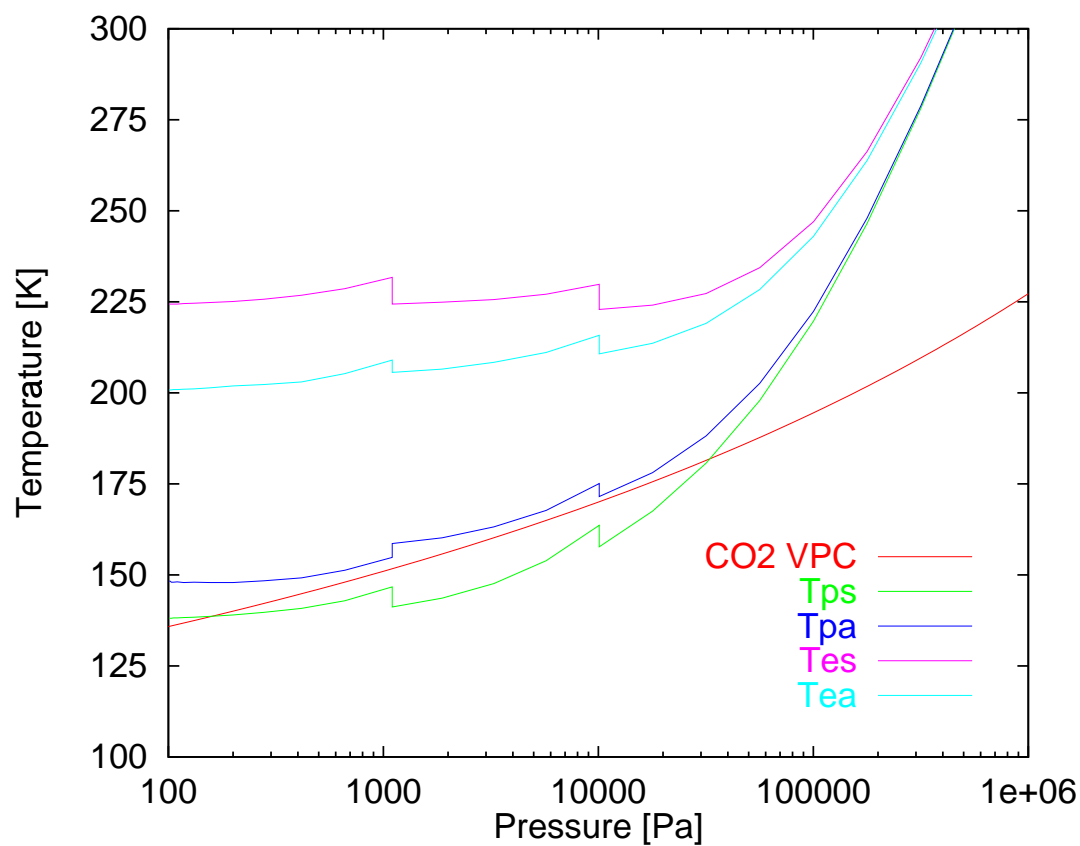


図 3.7: 2 Box 標準モデル. 横軸に大気圧, 縦軸に温度を示す. 曲線はそれぞれ CO_2 飽和蒸気圧曲線 (CO_2 VPC, 赤), 極域地表面温度 (T_{ps} , 緑), 極域大気温度 (T_{pa} , 青), 赤道域地表面温度 (T_{es} , ピンク), 赤道域大気温度 (T_{ea} , 水色) を表す. 地表面アルベドとしては, 赤道域 0.215, 極域 0.75 の値を与えた.

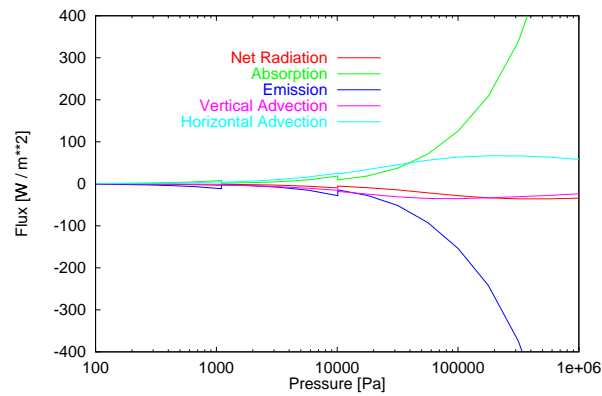


図 3.8: 2 Box 標準モデルにおける, 極域大気のエネギーバランス. 横軸に大気圧, 縦軸にエネギーフラックス (W m^{-2}) をとる. 曲線は, それぞれ大気の内味吸収放射量 (Net Radiation, 赤), 大気の内放射吸収量 (Absorption, 緑), 大気の内放射射出量 (Emission, 青), 大気の内鉛直移流による熱輸送量 (Vertical Advection, ピンク), 水平移流による熱輸送量 (Horizontal Advection, 水色) を表す.

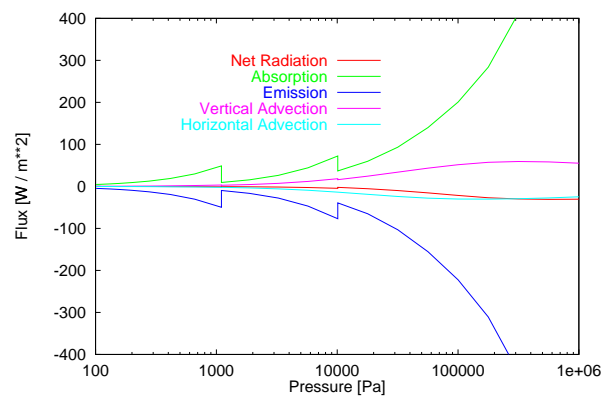


図 3.9: 2 Box 標準モデルにおける, 赤道大気のエネギーバランス. 図の見方は極域大気のエネギーバランス (図 3.8) と同じである.

3 Box 標準モデル

次に 3 Box 標準モデルの計算結果について説明する。

3 Box 標準モデルでは、大気圧の増加とともに温室効果によって全球的に温度が上昇する。また、大気圧が低い極限でも放射過程、移流過程の両方の寄与によってエネルギーバランスが成立している。この2点は、射出率一定モデルとは異なり、2 Box 標準モデルとは共通な結果である。

また、3 Box 標準モデルが 2 Box 標準モデルと異なる最も重要な特徴は、夏極温度、冬極温度が大きく異なることである。これは夏極、冬極の地表面が吸収する太陽放射量に大きな差があるためである。

この結果、夏極地表面温度は CO_2 飽和蒸気圧曲線と交点を持たなくなる。また、冬極域地表面温度は CO_2 飽和蒸気圧曲線とは不安定な交点 ($p \sim 10^4 \text{ Pa}$) のみ持つことになる。極域地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線の関係から、大気圧 p に対して次のようなことが分かる。

1. 大気圧 p が $p > 3 \times 10^4 \text{ Pa}$ の場合には、夏極、冬極の地表面温度がともに CO_2 飽和蒸気圧温度を越え、両極域で CO_2 が昇華することになる。この場合、大気圧は両極の昇華可能な CO_2 量によって決まる (完全昇華領域)。
2. 大気圧 p が $p < 3 \times 10^4 \text{ Pa}$ の場合には、夏極地表面温度は CO_2 飽和蒸気圧温度を越えるために昇華が起こり、冬極では逆に凝結が起こる。この場合の大気圧は、夏極での昇華量、冬極での凝結量と夏、冬半球の間の CO_2 輸送量のバランスによって動的に決まると考えられる (動的平衡領域)。

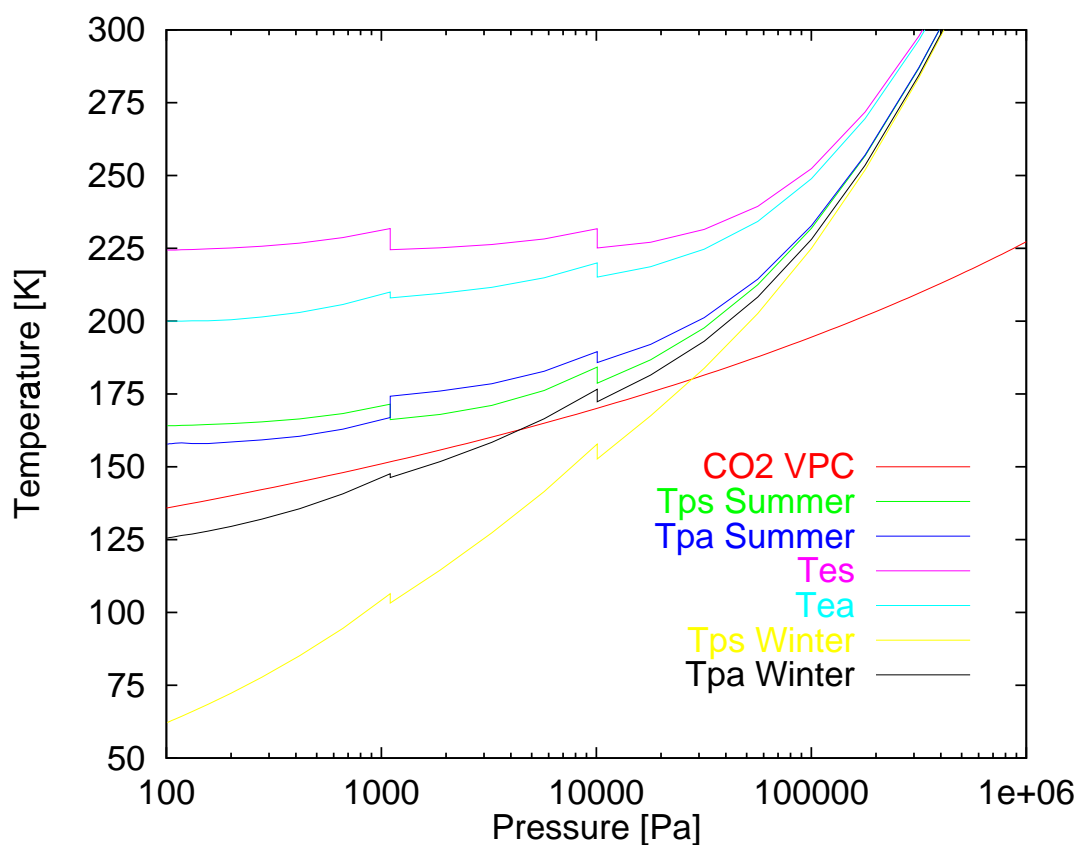


図 3.10: 3 Box 標準モデル. 横軸に大気圧, 縦軸に温度を示す. 曲線はそれぞれ CO_2 飽和蒸気圧曲線 (CO2 VPC 赤), 夏極地表面温度 (Tps Summer, 緑), 夏極大気温度 (Tpa Summer, 青), 赤道域地表面温度 (Tes, ピンク), 赤道域大気温度 (Tea, 水色), 冬極地表面温度 (Tps Winter, 黄色), 冬極大気温度 (Tpa Winter, 黒) を表す. $p < 10^5$ Pa は完全昇華領域, $p < 10^5$ Pa は動的バランス領域である. 地表面アルベドとしては, 赤道域 0.215, 極域 0.75 の値を与えた.

標準モデルに関する議論

2 Box, 3 Box 標準モデルで共通し, 射出率一定モデルとは異なる結果は二つある. 一つは, 大気圧が大きくなる ($p \sim 10^5$ Pa) と, 温室効果によって全球的に温度が上昇することである. この結果, 極域の CO_2 は全て昇華する. もう一つは, 大気圧が低い極限では放射過程と移流過程の両方でエネルギーバランスが釣りあい, 極域の大気温度が射出率一定モデルほどは低くならないことである. これは, 温室効果モデルでは大気が吸収, 射出する量を正確に再現しているためである.

2 Box, 3 Box 標準モデルで異なる結果となるのは, 大気圧が 10^5 Pa 以下の場合である. この場合 2 Box 標準モデルでは, 大気圧が安定点である $p \sim 10^2$ Pa に移行する. しかしながら現実的には, 極域の温度には季節によって大きな差があると考えられる. これは, 夏と冬とで地表面が吸収する太陽放射が大きく異なるためである. したがって, この場合の大気圧は, 3 Box 標準モデルで得られたように夏極の昇華量と冬極の凝結量によって動的に決まると考えられる.

現在の大気圧は, 3 Box 標準モデルで得られた動的平衡領域に含まれる. 実際, Viking 着陸船の観測によると, 夏半球と冬半球で大気圧の大きな変動が見られることが知られている (Kieffer et al., 1992).

しかしながら本研究のモデルでは, 動的平衡領域において大気圧がどの値に決まり, その値が安定かどうか, という点については言及できない. また, もし動的に決まる大気圧に安定解があるとしたら, 2 Box で得られる安定解とどのような関係にあるのかについても明らかでない.

したがって今後は, 夏半球, 冬半球で大気圧が異なる場合のエネルギーバランスを考える必要がある. このことは, 現在の大気圧が安定であるかどうか, という議論をする際に非常に重要である.

2 Box 雪玉モデル

続いて 2 Box 雪玉モデルについて説明する。図 3.11 に計算結果を示す。

このモデルの最も重要な結果は、赤道域地表面温度が CO_2 飽和蒸気圧曲線と交点を持つことである。これは、赤道地表面の吸収する太陽放射が著しく減少したことによる。

赤道域、極域地表面温度は CO_2 飽和蒸気圧曲線とそれぞれ 2 点ずつ交点を持つ。赤道地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線は、 $p \sim 10^4$ Pa で安定な交点、 $p \sim 10^5$ Pa で不安定な交点を持つ。一方極域地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線は、 $p \sim 10^2$ Pa で安定な交点、 $p \sim 2 \times 10^5$ Pa で不安定な交点を持つ。平衡温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線とのこのような関係から、大気圧 p に関して次のことが言える。

1. $p > 10^5$ Pa の場合、極域地表面温度が飽和蒸気圧温度を越え、極域の CO_2 は昇華することになる。この場合、最終的に実現される大気圧は、極域の昇華可能な CO_2 量による (完全昇華領域)。
2. 10^4 Pa $< p < 10^5$ Pa の場合、赤道域、極域とも地表面温度が飽和蒸気圧温度を下回り、 CO_2 の凝結が起こる。 CO_2 の凝結は、赤道域地表面温度と CO_2 飽和蒸気圧曲線が安定に交わる点 $p \sim 10^4$ Pa まで続く。したがって、この領域の大気圧は定常的に実現し得ない (禁止領域)。
3. 10^2 Pa $< p < 10^4$ Pa の場合、極域地表面温度は CO_2 飽和蒸気圧温度を下回るので、極域では凝結が起こる。凝結は、極域地表面温度と CO_2 飽和蒸気圧曲線が安定に交わる点 $p \sim 10^2$ Pa まで続くと考えられる。最終的に実現される大気圧は $p \sim 10^2$ Pa である。
4. $p < 10^2$ Pa の場合、極域地表面温度が飽和蒸気圧温度を越え、 CO_2 の昇華が起こる。昇華は、極域地表面温度と CO_2 飽和蒸気圧曲線が安定に交わる点 $p \sim 10^2$ Pa まで続くと考えられる。最終的に実現される大気圧は $p \sim 10^2$ Pa である。

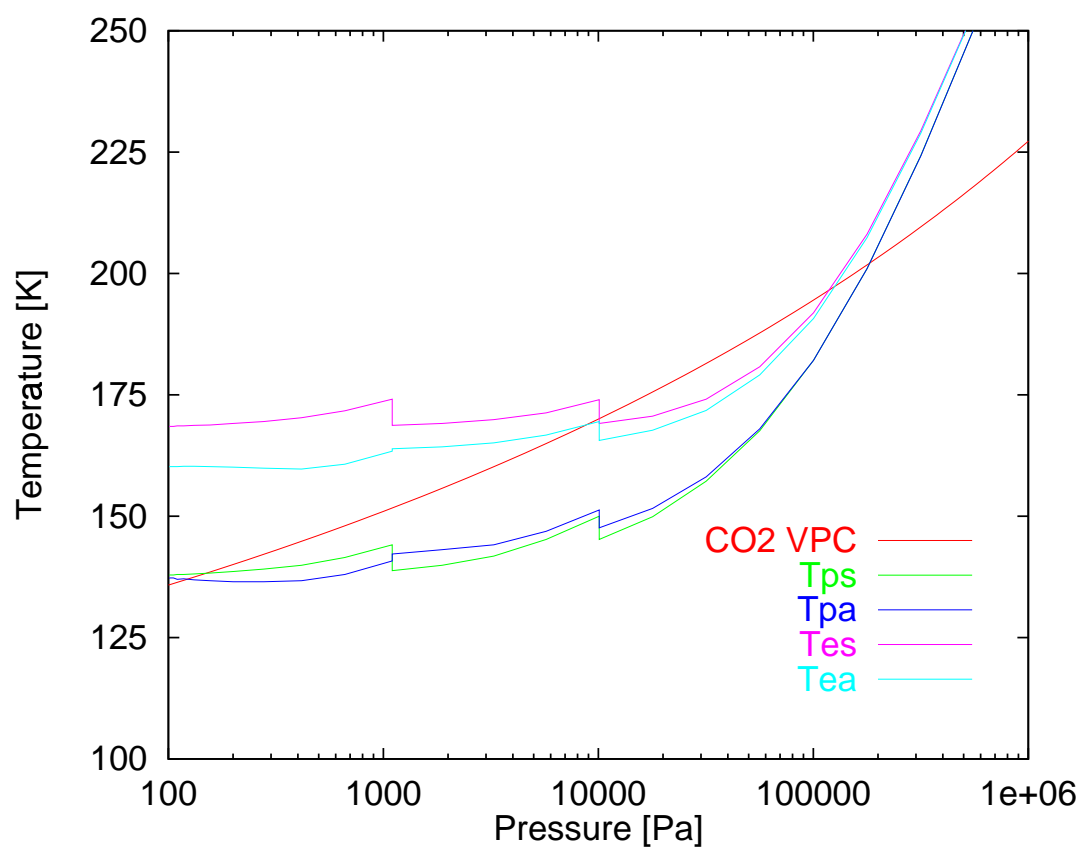


図 3.11: 2 Box 雪玉モデル. 図の見方は 2 Box 標準モデル (図 3.7) と同じである.

3 Box 雪玉モデル

3 Box 雪玉モデルの計算結果が図 3.12 である。このモデルでも 2 Box 雪玉モデルと同じように、赤道域地表面の吸収する太陽放射が減少したため赤道域温度が CO_2 飽和蒸気圧曲線と交点を持つことになった。

赤道域地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線は、安定、不安定な交点を一点ずつもつ。安定な交点は $p \sim 10^4$ Pa である。不安定な交点は $p \sim 2 \times 10^5$ Pa である。この二つの交点は、夏極地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線との交点にほぼ一致する。一方、冬極地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線は、不安定な交点を一点だけ持つ。この交点は赤道域、夏極域地表面温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線の交点にほぼ一致する。ここで、計算は技術的な問題から 10^5 Pa までしか行っておらず、 10^5 Pa 付近の温度曲線と CO_2 飽和蒸気圧曲線の交点は正確には求められていない。しかし、標準モデルに関する議論の項で述べた通り、大気圧を上昇させていくと温室効果によってそれぞれの領域で温度は必ず上昇すると考えられる。したがって、以上に述べたような交点を持つと考えることは妥当である。

各領域における地表面温度と CO_2 飽和蒸気圧曲線の関係から、大気圧 p に関して次のようなことが言える。

1. $p > 10^5$ Pa の場合、夏極、冬極の地表面温度は CO_2 飽和蒸気圧温度よりも高くなる。したがって、夏極、冬極の CO_2 は完全に昇華する。この場合最終的に実現する大気圧は、夏冬両極における昇華可能な CO_2 によって決まる。
2. 10^4 Pa $< p < 10^5$ Pa の場合、赤道域、夏極、冬極全ての領域において地表面温度が CO_2 飽和蒸気圧曲線を下回り、 CO_2 が凝結する。全球で CO_2 の昇華が進み、大気圧は $p < 10^4$ Pa まで減少する。したがって、この領域の大気圧は定常的に安定に存在し得ない (禁止領域)。
3. 大気圧が $p < 10^4$ Pa の場合、夏極では地表面温度が CO_2 飽和蒸気圧温度を上回り、 CO_2 の昇華が起こる。冬極では逆に、 CO_2 の凝結が起こる。この場合の大気圧は、夏極での昇華量、冬極での凝結量と夏、冬半球の間の CO_2 輸送量のバランスによって動的に決まると考えられる (動的平衡領域)。

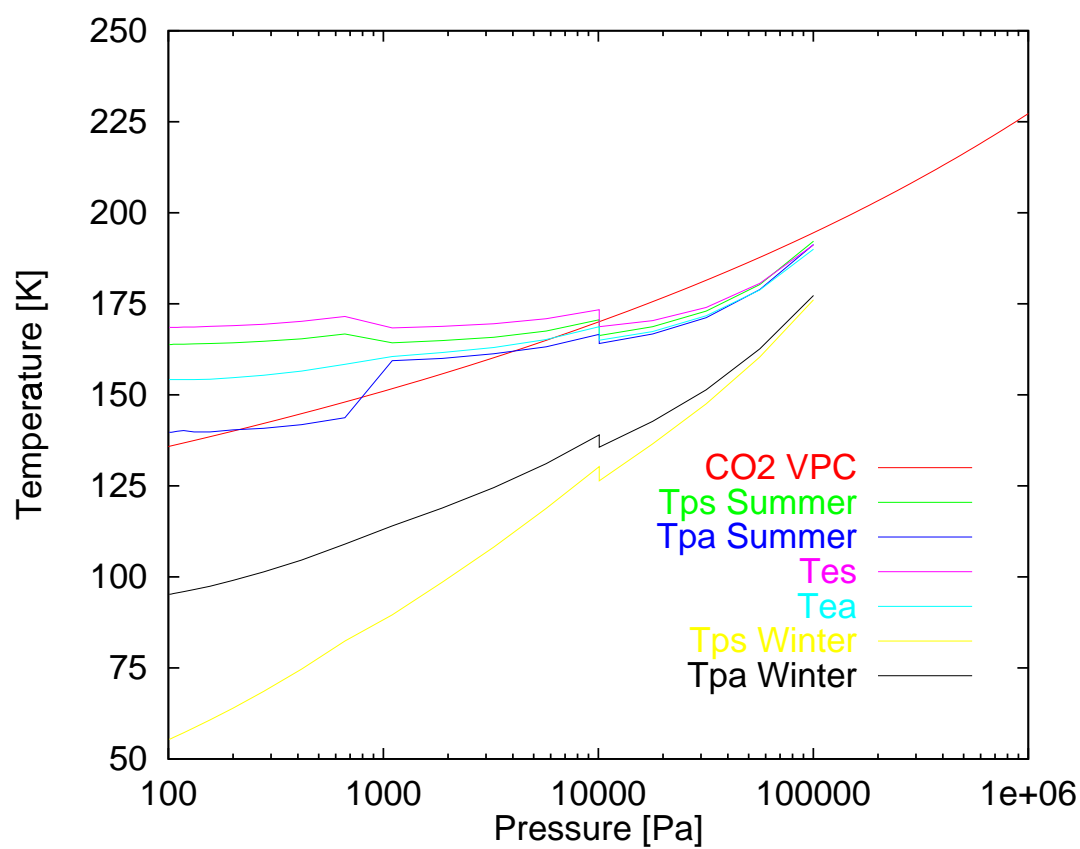


図 3.12: 3 Box 雪玉モデル. 図の見方は 3 Box 標準モデル (3.10) と同じ.

雪玉モデルに関する議論

2 Box, 3 Box 雪玉モデルで共通な結果は二つある.

一つは, 大気圧の高い場合 ($p > 10^5$ Pa) では極域の大気圧が全て昇華することである. これは 標準モデルの場合にも共通な結果で, 大気の温室効果を考えると必ず起こり得ると考えられる.

またもう一つは, 10^4 Pa $< p < 10^5$ Pa の領域では赤道域, 極域でともに CO_2 の凝結が起こりつづけ, 大気圧が減少するため大気が定常的に安定には存在し得ない (禁止領域) ということである. この大気圧領域は, 惑星の表面上で最も温度の高い点で CO_2 が凝結する領域に一致する. この結果から, 火星のアルベドが下がった場合には全球的に CO_2 が凝結し, 安定に存在し得ない大気圧領域 (禁止領域) があるということが分かった.

また, 大気圧が $p < 10^4$ Pa の領域では, 2 Box 雪玉モデルでは安定点である $p \sim 10^4$ Pa へ移行する. 一方, 3 Box モデルでは安定解は存在せず, 大気圧は夏極の昇華量と冬極の凝結量で動的に決まる. この領域で大気圧がどの値に決まるか, ということは標準モデルで議論した通り, 緯度により大気圧の異なることを許したエネルギーバランスモデルを構築しなければならない.

3.2.4 火星気候進化と極冠形成

赤道域、極域における大気温度を求めることができれば、式 (2.27) から大気中の H_2O 輸送量を求めることができる。求めた H_2O 輸送量と現在観測される極冠の体積を用いて、極冠が形成されるのに要する時間を見積もることができる。本節では極冠形成時間を求め、火星の気候進化に関して議論を行う。

Mars Global Surveyer の地形観測データから得られた極冠の体積から、極冠に含まれる H_2O 質量の上限 M_{cap} を決めることができる。Zuber et al. (1998) によると

$$M_{\text{cap}} \sim 1.2 \times 10^{18} \text{ kg} \quad (3.8)$$

である。

式 (2.21) から決めた C と (3.8) を用いることにより、極冠の形成時間 t_{cap} を次のように求める。

$$t_{\text{cap}} \sim \frac{M_{\text{cap}}}{C} \quad (3.9)$$

式 (3.9) と 2 Box 標準モデル、3 Box 標準モデル、2 Box 雪玉モデル、3 Box 雪玉モデルの結果を用いて得られた極冠形成時間を図 3.13 に示す。図 3.13 には、参考のため惑星の年齢である 46 億年と、Plaut et al. (1988) によってクレーターの消滅率から見積もられた極冠堆積率を極冠形成時間に焼き直した値を示す。

図 3.13 の全体的特徴としては、大気圧が低いほど極冠形成時間が長く、大気圧が高いほど短くなるということがわかる。これは、大気圧が大きくなると大気の温室効果によって大気温度が上昇し、大気中の H_2O 量が増えることによって H_2O 輸送量が大きくなるためである。

標準モデル、雪玉モデルにおける極冠形成時間に関しては、次のようなことが分かる。標準モデルでは、 $\sim 10^8$ 年程度の時間をかけて極冠が形成される。これは Plaut et al. (1988) の結果に近い値である。また、2 Box 標準モデル よりも 3 Box 標準モデルの方が形成時間は短くなる。これは夏半球の温度が高くなり、夏における H_2O 輸送量が大きくなるためである。

雪玉モデルの場合、極冠への H_2O 堆積量が小さくなり、標準モデルに比べて極冠形成時間が非常に長くなる。これは、雪玉モデルでは極域の温度が低く、また赤道域と極域の温度勾配も小さいためである。特に現在の大気圧のもとでは、極冠が形成されるのに 46 億年以上もかかってしまう。

雪玉モデルでは大気圧の禁止領域があることと、以上の極冠形成時間に関する結果を合わせて考えることにより、火星の気候進化に関して次のような可能性を考えることができる。過去のある時期に、何らかの理由により火星全球が雪氷で覆われたとする。この場合、 $p < 10^4$ Paの大気圧のままでは、雪玉状態から現在の状態に移行することはできない。なぜなら、大気中の H_2O 輸送量が非常に小さくなり、46 億年以内に H_2O を極冠に運ぶことができないからである。したがって、この場合、次の二つのシナリオを考えることができる。

1. 大気圧が 10^5 Pa を越え、両極の CO_2 が完全に昇華する。
2. 全球を覆う雪氷が部分的に解け、解けた部分の地表面温度が高くなることにより輸送量が上がり、 $\sim 10^8$ yr 年程度で現在の極冠が形成される。

本研究のモデルでは、表面上の H_2O 分布の時間変化は求めていないため、上記の二つの可能性どちらであるか決めることはできない。しかしながら、全球を雪氷で覆われた状態から現在の状態に至る過程を考える際、 $10^4 \text{ Pa} < p < 10^5 \text{ Pa}$ に禁止領域が存在することは気候進化に対して何らかの制約を与えるかもしれない。

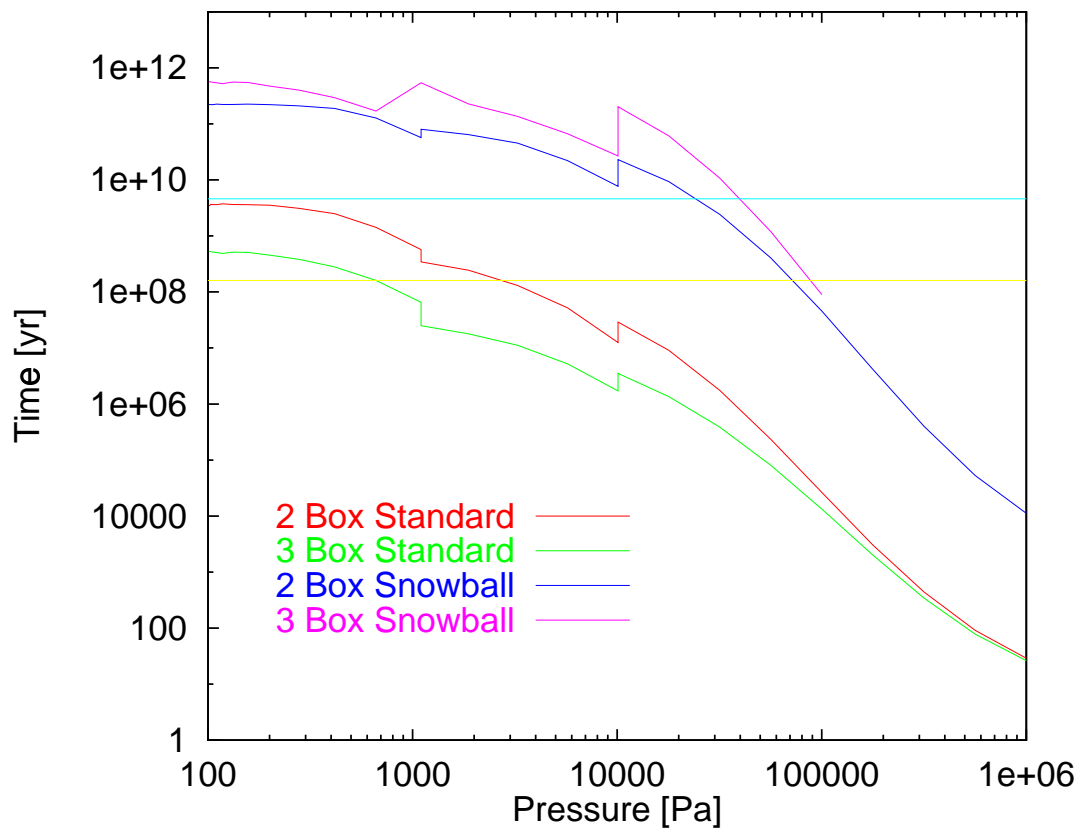


図 3.13: 温室効果モデルにより求めた極冠形成時間. 横軸に大気圧, 縦軸に時間を示す. 曲線は, それぞれ 2 Box 標準モデル 3 Box 標準モデル (3 Box Standard, 緑), 2 Box 雪玉モデル (2 Box Snowball, 青), 3 Box 雪玉モデル (3 Box Snowball, ピンク) を表す.

3.3 今後の課題

今後の課題として、重要な点は大きく分けて3つある。

まず考えなくてはならないことは、大気圧の扱いである。本研究のエネルギーバランス方程式から得られた結果によると、夏極の昇華量と冬極の凝結量の動的なバランスによって大気圧は決まる。全球的に一律でない大気圧の下での熱輸送過程を考え、定式化する必要がある。

さらに、現在の B_{OX} 数は3つであるが、地理的な温度分布を正確にシミュレートするためには B_{OX} の数を増やす必要がある。現在では極での温度で H_2O 輸送量を見積もっているが、この見積もりは小さすぎると考えられる。

また、最終的には全球の H_2O 分布、 CO_2 分布が時間変化する系を考える必要がある。今回の結果からも、地表面のアルベド変化が気候に対して非常に大きな影響を与えることが分かった。したがって、全球的な H_2O 分布、 CO_2 分布を時間的に追える系を構築し、それらの分布と気候との関わりを調べることにより、惑星における気候進化に対する知見が得られるはずである。さらに、 H_2O 、 CO_2 の惑星全体の進化の中での位置づけを知ることができれば、惑星全体の進化に対する知見が得られるはずである。

第4章 まとめと結論

火星には H_2O が存在し、表層環境の成り立ちに重要な役割を果たしてきたと考えられている。火星における H_2O 環境の進化について調べることは、地球型惑星の表層環境に関する一般的性質を知るためにも非常に重要である。

火星表層にはかつて、全球的に H_2O が分布していたと考えられる証拠がある。しかしながら現在表面上で H_2O は、大気を除くと極冠においてのみ観測されている。このことから、かつて全球的に分布していた H_2O は、何らかのメカニズムによって極冠に集まったと考えることができる。

いかなる気候の下で全球に分布していた H_2O は極冠へ集まったのだろうか。本研究では、この疑問に答えるために気候モデルを構築した。このモデルを用いて極冠の形成過程について調べた。この気候モデルでは、極域と赤道域の間のエネルギー交換と H_2O の輸送率を様々な境界条件で求めるものである。

本研究では、温室効果を考慮にいない射出率一定モデルと、大気構造として放射対流平衡を考えた温室効果モデルを構築した。射出率一定モデルは、Gierasch and Toon, 1973 のモデルを改良し、極域に加えて赤道域のエネルギーバランスを解いたものである。また温室効果モデルは、射出率一定モデルに Nakajima et al., 1992 における灰色大気の放射対流平衡計算を組み込んだものである。

以上のモデルに様々な大気圧やアルベド分布を与えて計算を行った。その結果を総合することにより、火星の気候進化について次の知見を新たに得ることができた。

1. 現在の気圧は、夏極と冬極の凝結量のバランスによって、動的に決まっている。
2. 全球が雪氷で覆われている状態では、 $10^4 \text{ Pa} < p < 10^5 \text{ Pa}$ の気圧は安定に存在し得ない。この領域では全球的に CO_2 が凝結するためである。
3. 全球が雪氷に覆われた状態があったならば、現在の状態に変化するためには表層の CO_2 氷が全て昇華し、気圧が 10^5 Pa を越えるイベントを経験した可能性が考えられる。もう一つの可能性としては、全球を覆っていた雪氷の一部が解けることによりアルベドが低下し、気温が上昇することによって H_2O は速やかに極域に集まったこ

と考えられる。

付録 A 惑星表層におけるエネルギー収支の素過程

本節では、惑星の大気・地表面で成立するエネルギーバランスを記述するための素過程について説明する。

A.1 太陽放射による地表面の加熱

地表面の吸収する太陽放射束密度 S は、惑星に入射する太陽放射束密度を S_i 、惑星アルベド A_p を用いて次のように表現できる。

$$S = S_i(1 - A_p) \quad (\text{A.1})$$

本節ではまず (A.1.1) から (A.1.3) で、 S_i の季節平均値を求める。続いて (A.1.4) で、惑星アルベド A_p を求める。

A.1.1 ある時刻における太陽放射

太陽から距離 r の位置にある惑星を考える。太陽高度角が α となる時刻において、緯度 ϕ の地表面に入射する太陽放射束密度 S_i は次式で与えられる。

$$S_i = \frac{S_0}{r^2} \sin \alpha \quad (\text{A.2})$$

ただし S_0 は $r = 1$ A.U. における太陽放射束密度である。一方太陽高度角 α は、太陽の赤緯 δ 、時角 h を用いると

$$\sin \alpha = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos h \quad (\text{A.3})$$

と表現できる。ここで太陽の赤緯 δ は、惑星の黄経 ψ 、自転軸の傾き o を用いて次のように表される。

$$\sin \delta = -\sin o \cos \psi \quad (\text{A.4})$$

ここで、惑星の黄傾 ψ は分点の位置が 0 となるように、図 A.1 で示されるように定義される。

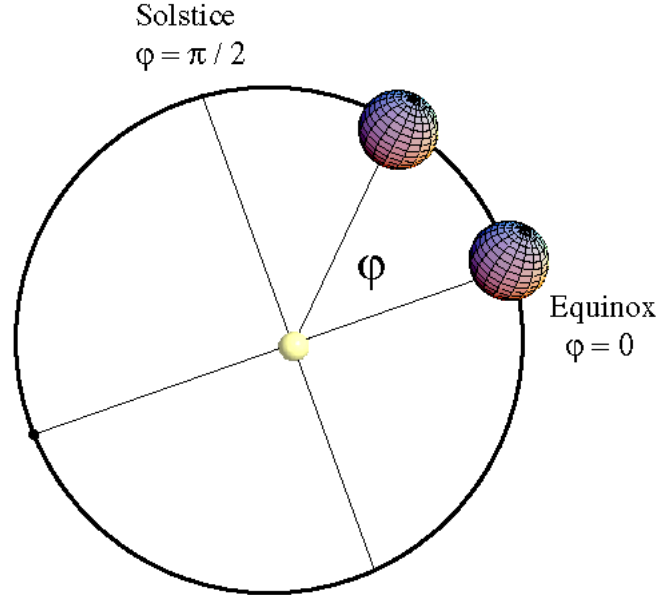


図 A.1: 惑星の黄傾 ψ の定義. 分点 (equinox) において $\psi = 0$, 至点において $\psi = \pi/2$ となるように定義した.

また時刻 t ($t = 0$ を正午とする) における時角 h は、惑星の自転角速度を ω_d , 1 惑星日の時間を t_d として、

$$h = \omega_d t = 2\pi \left(\frac{t}{t_d} \right) \quad (\text{A.5})$$

と表すことができる。

式 (A.2) から (A.5) までを用いると、 S_i は次のように求まる。

$$S_i = \frac{S_0}{r^2} (-\sin \phi \sin \theta \cos \phi + \cos \phi \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi} \cos \omega_d t) \quad (\text{A.6})$$

A.1.2 日平均太陽放射

次に S_i の日平均値 S_d を求める。ここでは、黄経を $-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$ の範囲で考える。また、 S_d を求める際に ψ は一定とする。このとき図 A.1 より、緯度が $-\pi/2 \leq \phi \leq 0$ の領域が夏半球、 $0 \leq \phi \leq \pi/2$ の領域が冬半球となる。 S_d は、 $S_i > 0$ となる時間帯でだけ S_i を時間積分し、 t_d で割ることにより得ることができる。以下の説明では、 $S_i > 0$ となる時

間帯を昼, $S_i = 0$ となる時間帯を夜と呼ぶ. 昼となる時間帯は, 式 (A.2) を

$$S_i = \frac{S_0}{r^2} \cos \phi \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \psi} \left(\cos w_{dt} - \tan \phi \frac{\sin \theta \cos \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \psi}} \right) \quad (\text{A.7})$$

と変形することにより, 次の 3通りの場合 [1) から 3)] が考えられる (図 A.2 参照).

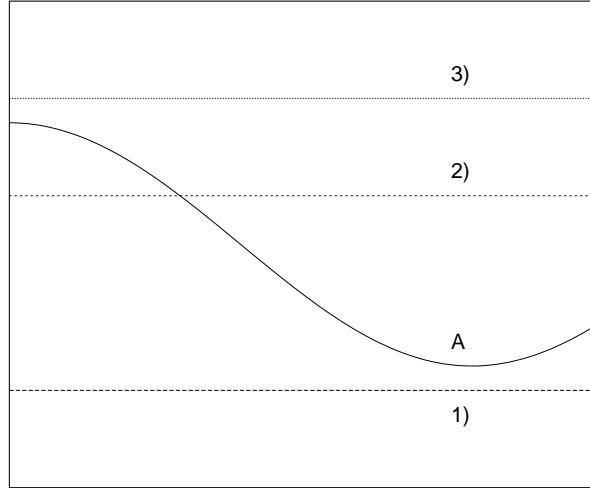


図 A.2: 日平均太陽放射の種類を表す図. A は $\cos w_{dt}$ を表す. A との交点から, 1) 一日中昼となる場合, 2) 一日に昼と夜がある場合, 3) 一日中夜である場合, の 3 通りに分けられる.

1) 一日中昼となる場合

図 A.2 より, 緯度 ϕ と 黄経 ψ の関係が

$$\tan \phi \frac{\sin \theta \cos \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \psi}} \leq -1 \quad (\text{A.8})$$

となる領域では, 一日中昼となる. $\sin \theta \geq 0, \cos \phi \geq 0$ であることを考えると, これは式 (A.8) から

$$\cos \psi \geq \frac{\cos \phi}{\sin \theta} \quad (\text{A.9})$$

かつ

$$\phi \leq 0 \quad (\text{A.10})$$

となる領域であることが分かる. 式 (A.9) が成り立つためには,

$$\frac{\cos \phi}{\sin \theta} \leq 1 \quad (\text{A.11})$$

すなわち

$$-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq -\frac{\pi}{2} + \theta \quad (\text{A.12})$$

という関係が成立していなくてはならない. このとき S_d を次のように求めることができる.

$$\begin{aligned} S_d &= \frac{S_0}{r^2} \cos \phi \sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \psi} \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} dt \left(\cos w_d t - \tan \phi \frac{\sin o \cos \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \psi}} \right) \\ &= \frac{S_0}{r^2} (-\sin \phi \sin o \cos \psi) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

特に夏極 ($\phi = -\pi/2$) では

$$S_d = \frac{S_0}{r^2} \sin o \cos \psi \quad (\text{A.14})$$

となる.

2) 一日に昼と夜がある場合

図 A.2 より, 緯度 ϕ と黄経 ψ の関係が

$$\left| \tan \phi \frac{\sin o \cos \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \psi}} \right| \leq 1 \quad (\text{A.15})$$

すなわち

$$\cos \psi \leq \frac{\cos \phi}{\sin o} \quad (\text{A.16})$$

となるとき, 一日に昼と夜がある. $S_i = 0$ となる時刻を t_s として, S_d は次のように求めることができる.

$$\begin{aligned} S_d &= \frac{S_0}{r^2} \cos \phi \sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \psi} \\ &\quad \frac{1}{t_d} \int_{-t_s}^{t_s} dt \left(\cos w_d t - \tan \phi \frac{\sin o \cos \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \psi}} \right) \\ &= \frac{S_0}{r^2} \frac{1}{\pi} \left(\sqrt{A^2 - B^2} - B \cos^{-1} \frac{B}{A} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\text{ただし } A = \cos \phi \sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \psi} \quad (\text{A.18})$$

$$B = \sin \phi \sin o \cos \psi \quad (\text{A.19})$$

3) 一日中夜である場合

図 A.2 より, 緯度 ϕ と黄経 ψ の関係が

$$\tan \phi \frac{\sin o \cos \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 o \cos^2 \psi}} \geq 1, \quad (\text{A.20})$$

すなわち

$$\cos \psi \geq \frac{\cos \phi}{\sin o} \quad (\text{A.21})$$

かつ

$$\frac{\pi}{2} - o \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (\text{A.22})$$

となるとき, 一日中夜となる. このとき

$$S_d = 0 \quad (\text{A.23})$$

である. 特に冬極においては, 季節を通して (全ての ψ に対して) $S_d = 0$ である.

A.1.3 季節平均太陽放射

続いて S_i の季節平均値 S_s を求める. S_s は, 前節の 1) から 3) で得た

$$S_d = \frac{S_0}{r^2} f(o, \phi, t)$$

を, 分点の時刻 t_{e1}, t_{e2} の間で時間積分し, 分点間の時間で割ることにより得られる. 各緯度における平均的な季節平均値 S_s を求めるために, 分点間の時間を惑星の公転周期 t_y の $1/2$ に等しいと考える. したがって

$$S_s = \frac{2}{t_y} \int_{t_{e1}}^{t_{e2}} dt \frac{S_0}{r^2} f(o, \phi, t) \quad (\text{A.24})$$

である. 一方惑星のケプラー運動における角運動量保存則より,

$$\frac{dt}{r^2} = \frac{d\psi}{h} \quad (\text{A.25})$$

の関係が成立する. ここで h は惑星の面積速度で, 軌道長半径 a , 軌道離心率 e を用いて次のように表すことができる.

$$\frac{1}{2} h t_y = \pi a^2 (1 - e^2)^{1/2} \quad (\text{A.26})$$

式 (A.24), (A.26) から, S_s は次のように求めることができる.

$$\begin{aligned} S_s &= \frac{2}{t_y} \int_{t_{e1}}^{t_{e2}} \frac{dt}{r^2} S_0 f(o, \phi, t) \\ &= \frac{S_0}{\pi a^2 (1 - e^2)^{1/2}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi f(o, \phi, t). \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

以下では, 前節の 1) から 3) に対応した緯度領域における S_s について説明する.

- 1) $-\pi/2 \leq \phi \leq -\pi/2 + o$ (一日中昼である日が少なくとも 1 日ある)

$$\cos \psi_0 = \frac{\cos \phi}{\sin o} \quad (\text{A.28})$$

を満たすような ψ_0 を定義する. この緯度領域では $-\psi_0 \leq \psi \leq \psi_0$ の ψ に対して式 (A.9) の関係が成立し, 一日中昼となる. それ以外の ψ に対しては一日に昼と夜がある.

したがって式 (A.13), (A.17) により, S_s は次のように求めることができる.

$$S_s = \frac{S_0}{\pi a^2 (1 - e^2)^{1/2}} \left\{ \int_{-\psi_0}^{\psi_0} d\psi (-\sin \phi \sin o \cos \psi) \right\} \\ \left\{ + \left(\int_{-\pi/2}^{-\psi_0} d\psi + \int_{\psi_0}^{\pi/2} d\psi \right) \left(\frac{1}{\pi} \sqrt{A^2 - B^2} - B \cos^{-1} \frac{B}{A} \right) \right\} \quad (\text{A.29})$$

特に夏極 ($\phi = -\pi/2$) における S_s は解析的に解くことができ,

$$S_s = \frac{2S_0 \sin o}{\pi a^2 (1 - e^2)^{1/2}} \quad (\text{A.30})$$

となる.

2) $-\pi/2 + o \leq \phi \leq \pi/2 - o$ (一日に昼と夜がある)

この緯度領域では常に式 (A.16) が成立しているので, $-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$ の範囲で式 (A.17) を積分すれば S_s が求まる. したがって

$$S_s = \frac{S_0}{\pi a^2 (1 - e^2)^{1/2}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \left(\frac{1}{\pi} \sqrt{A^2 - B^2} - B \cos^{-1} \frac{B}{A} \right) \quad (\text{A.31})$$

となる.

3) $\pi/2 - o \leq \phi \leq \pi/2$ (一日中太陽のあたらない日が少なくとも 1 日ある)

この緯度領域では $-\psi_0 \leq \psi \leq \psi_0$ の ψ に対して式 (A.21) が成立し, 一日中夜となる. それ以外の ψ に対しては一日に昼と夜がある. したがって

$$S_s = \frac{S_0}{\pi a^2 (1 - e^2)^{1/2}} \left(\int_{-\pi/2}^{\psi_0} d\psi + \int_{\psi_0}^{\pi/2} d\psi \right) \left(\frac{1}{\pi} \sqrt{A^2 - B^2} - B \cos^{-1} \frac{B}{A} \right) \quad (\text{A.32})$$

となる. 特に冬極では常に $S_d = 0$ より,

$$S_s = 0 \quad (\text{A.33})$$

となる.

A.1.4 惑星アルベド

大気に入射した太陽放射の一部は大気分子によって散乱され, 一部は地表面によって反射される. 惑星に入射した太陽放射量に対する反射量の割合を, 惑星アルベドという.

惑星アルベドは大気の散乱過程を考慮することによって求めることができる。Kasting, 1991によると、火星では CO_2 大気の散乱係数が地球大気に比べて 2.5 倍も大きいために、地表面気圧の増加とともに惑星アルベドが急激に増加する。本研究では、Kasting, 1991 で得られた結果に合うように、火星の惑星アルベド A_p を地表面気圧 p の関数として以下のように定めた (図 A.3 参照)。

$$A_p = 1 - (1 - A_g) \{1 - 0.021(\log p - \log p_0)^{2.5}\} \quad (\text{A.34})$$

ここで A_g は地表面アルベドで、Kieffer et al., 1977 によると氷がない領域では 0.215 である。一方氷がある領域の A_g を 0.7 から 0.8 であることが知られている。また p_0 は現在の火星地表面気圧で、610 Pa である。

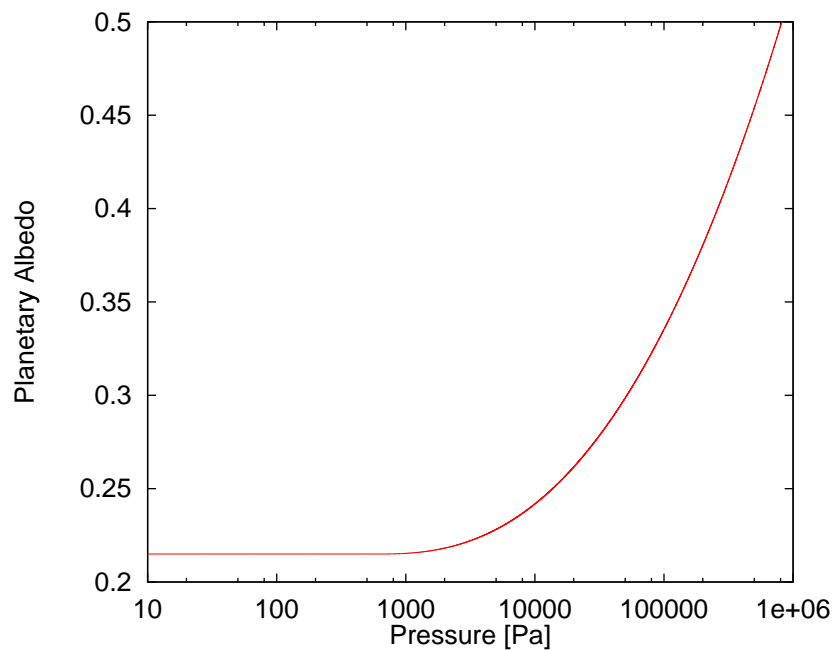


図 A.3: 惑星アルベド. 横軸に大気圧, 縦軸に惑星アルベドをとる.

A.2 鉛直移流による地表面から大気への熱輸送

一般に地表面近くの大気は、地面摩擦の影響を受けて乱流状態にある。地面摩擦によって生ずる様々な乱渦運動によって、運動量・エネルギーは地表面から大気へと運ばれる。

本節では乱渦運動による鉛直熱輸送を定式化する。

A.2.1 乱渦運動による熱輸送

我々が運動を記述しようとする空間（あるいは時間）スケール l より長いスケールを持つ運動を平均運動といい、 l より短いスケールを持つ運動を乱渦運動という。ここではまず、乱渦運動による運動量・熱輸送を運動方程式を用いて定式化する。

まず、すべての物理量を平均値と平均値からのずれに分ける。平均操作は、運動を記述するスケール l に渡って行う（ただしこの l は、研究の対象とする現象を十分な分解能で表現できるようなスケールにとらなくてはならない）。物理量 A, B を平均値 (\bar{A}, \bar{B}) とそのずれ (A', B') に分ける分け方は、以下の通りである。

$$\begin{aligned} A &= \bar{A} + A' \\ \bar{A'} &= 0 \\ \overline{\bar{A}} &= \bar{A} \\ \overline{AB} &= \bar{A} \bar{B} + \overline{A'B'} \end{aligned}$$

乱渦運動による運動量輸送を調べるために、上記の平均操作をナビエ=ストークスの方程式に施す。簡単のために非圧縮性流体を考える。すると、 x 方向の運動方程式は以下のようなになる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - f\bar{v} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \overline{\rho u' u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\rho u' v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\rho u' w'}}{\partial z} \right] + \mu \nabla^2 \bar{u} \quad (\text{A.35})$$

式 (A.35) の右辺第 2, 3, 4 項から、乱渦運動により生じた運動量 $\rho u'$ が x, y, z 方向に速度 u', v', w' で輸送され、応力が生じていることが分かる。つまり、乱渦運動による運動量 ($\rho u'$) の x, y, z 方向への輸送量 P_{xx}, P_{yx}, P_{zx} は

$$\begin{aligned} P_{xx} &= \overline{\rho u' u'} \quad (x \text{ 方向}) \\ P_{yx} &= \overline{\rho u' v'} \quad (y \text{ 方向}) \\ P_{zx} &= \overline{\rho u' w'} \quad (z \text{ 方向}) \end{aligned}$$

(A.36)

と記述できることが分かる.

式 (A.35) によって運動量輸送を考えたのと同様に, 熱輸送を定式化することができる. 温位 θ に関する連続の式に対して平均操作を施すと

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = - \frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'\theta'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} \quad (\text{A.37})$$

となる. 式 (A.37) より, 乱渦運動による x, y, z 方向への熱輸送量 q_x, q_y, q_z は,

$$\begin{aligned} q_x &= \rho c_p \overline{\theta' u'} \quad (x \text{ 方向}) \\ q_y &= \rho c_p \overline{\theta' v'} \quad (y \text{ 方向}) \\ q_z &= \rho c_p \overline{\theta' w'} \quad (z \text{ 方向}) \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

と表現することができる. ここで c_p は流体の比熱である.

A.2.2 混合距離理論による熱輸送

続いて式 (A.35), (A.37) から得られる運動量と熱の輸送を, 平均運動によって記述することを考える. これは, 我々が実際に観測し, 記述できるのが平均運動に限られるためである.

ここでは, 気体分子運動論における運動量・熱輸送の導き方との類推から, 混合距離という概念を導入する.

いま, 図 A.4 のように平均流速 V が z 方向にのみ変化する状況を考える.

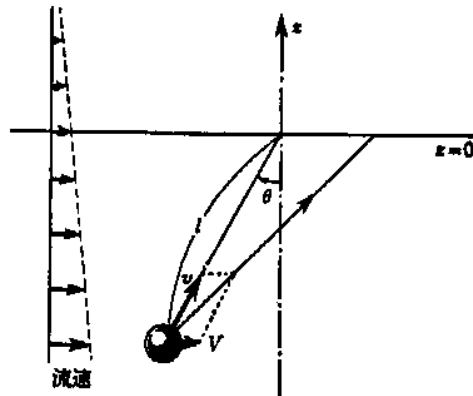


図 A.4: 気体分子運動論における混合距離の概念を表す図. V が平均流速, v が分子の熱速度, l が混合距離を表す. 久保亮五 編, 熱学・統計力学 (裳華房, 1961年)

気体分子運動論によると, $z = \text{一定}$ の面を単位時間, 単位面積あたりに輸送される運動量の x 成分 P_{zx} は,

$$P_{zx} = -\frac{1}{3}nmvl_m \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{3}\rho vl_m \frac{\partial V}{\partial z} \quad (\text{A.39})$$

と表すことができる. ここで n, ρ はそれぞれ流体を構成する分子の数密度, 密度であり, m は分子の質量, v は分子の熱速度, l_m は分子の平均自由行程である. 式 (A.39) では, 熱運動による運動量の交換が, l_m 離れた場所で起こるとして運動量輸送が定式化されている.

このような気体分子運動論との類推から, 乱渦運動による運動量輸送を次のように表現する. 平均速度 \bar{u} は x 方向を向き, \bar{u} の大きさが z 方向に変化しているとする. そして高さ $z = -l'$ の位置にある空気塊が, 乱渦運動によって運動量を保持したまま $z = 0$ の位置にまで運ばれとする. 空気塊は高さ $z = 0$ に達すると周囲の大気と完全に混合し, 周りの大気に運動量を与えるとする.

空気塊が周りの大気に与える運動量の x 成分は

$$\rho u' \simeq -\rho l' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (\text{A.40})$$

と表現できる. 流体中での浮力が無視でき, 乱れの大きさを等方的であると考えられることができれば, w' の大きさを $|v'|$ と同じとみなすことができる. すなわち

$$w' = l' \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \quad (\text{A.41})$$

である. ここで平均速度の鉛直勾配に絶対値をつけたのは, l' と w' の符号を一致させるためである. 式 (A.40), (A.41) より, 単位時間, 単位面積あたりに輸送される運動量の x 成分 P_{zx} は

$$\begin{aligned} P_{zx} &= \overline{\rho u' w'} \\ &= \rho \left(\overline{-l' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} l' \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right|} \right) \\ &= -\rho \overline{l'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \\ &= -\rho l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

となる. ここで式 (A.42) で

$$l = (\overline{l'^2})^{1/2} \quad (\text{A.43})$$

であり, l を混合距離という. l は分子運動論における平均自由行程に対応し, 乱渦運動によって運動量が交換される空間スケールを表す. このように乱渦運動による物理量の輸送を混合距離 l と平均運動によって記述する理論を, 混合距離理論という.

混合距離 l を用いると、式 (A.38) より、乱渦運動による z 方向への熱輸送量 q_e は

$$\begin{aligned}
 q_e &= \rho c_p \overline{\theta' w'} \\
 &= \rho c_p \left(-l' \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} l' \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \right) \\
 &= -\rho c_p \overline{l'^2} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \\
 &= -\rho c_p l^2 \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right|
 \end{aligned} \tag{A.44}$$

と表現することができる。

次節では、地表面付近において混合距離 l がいかに与えられるか、ということを議論する。

A.2.3 接地境界層における熱輸送

多くの観測結果によると、一般に地球上の地表近くの大気層においては、乱渦運動による運動量と熱の輸送量は高さによらず (近似的に) 一定となる。このような層を接地境界層 (あるいは接地層) という¹。接地境界層における一定の応力 τ_0 は、混合距離 l と平均速度 \bar{u} を用いて次のように表すことができる。

$$\tau_0 = \rho l^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \tag{A.45}$$

ただし式 (A.45) では、地表面による摩擦によって平均速度が減衰することから、

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} > 0$$

であることを利用した。式 (A.45) から、摩擦速度 u_* を次のように定義することができる。

$$u_* = \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2} = l \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \tag{A.46}$$

一方接地境界層では、乱渦の大きさが地面によって規定されると考えられる。離混合距離 l は、カルマン定数 k を比例定数として次のように表現できることが知られている。

$$l = kz \tag{A.47}$$

式 (A.46)、(A.47) より、摩擦速度 u_* はカルマン定数 k を用いて次のように表現できる。

$$u_* = k \frac{\partial \bar{u}}{\partial \ln z} \tag{A.48}$$

¹地球では、接地境界層の高度はおよそ 50 m である。

続いて式 (A.48) を, $\bar{u} = 0$ となる高度 $z = z_0$ から境界層上端 $z = \delta$ の間で積分することにより, 摩擦速度を求めることができる.

$$\begin{aligned} u_* \int_{z_0}^{\delta} d(\ln z) &= k \int_0^{\overline{u(\delta)}} d\bar{u} \\ \Leftrightarrow u_* &= \frac{k}{\ln(\delta/z_0)} \overline{u(\delta)} \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

ここで z_0 は地面粗度といい, 地表面の凹凸の程度を表す.

式 (A.49) を求めたのと同様の方法で, 接地境界層における一定の鉛直熱輸送量 F_* を求めることができる. 摩擦速度 u_* , カルマン定数 k を用いて, F_* は次のように表現することができる.

$$\begin{aligned} F_* &= -\rho c_p l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} \\ &= -\rho c_p u_* k z \frac{\partial \theta}{\partial z} \\ &= -\rho c_p u_* k \frac{\partial \theta}{\partial \ln z} \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

式 (A.50) を $z = z_0$ から δ まで積分することにより, $\overline{u(\delta)}$ と $z = \delta, z_0$ における温度 θ_a, θ_s を用いて, F_* を求めることができる.

$$\begin{aligned} F_* \int_{z_0}^{\delta} d \ln z &= -\rho c_p u_* k z \int_{\theta_s}^{\theta_a} d\bar{\theta} \\ \Leftrightarrow F_* &= -\rho c_p u_* \frac{k}{\ln(\delta/z_0)} (\theta_a - \theta_s) \\ &= -\rho c_p \overline{u(\delta)} \frac{k^2}{[\ln(\delta/z_0)]^2} (\theta_a - \theta_s) \\ &= -\rho c_p \overline{u(\delta)} C_D (\theta_a - \theta_s) \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

ここで $C_D = k^2/[\ln(\delta/z_0)]^2$ は抵抗係数と呼ばれる定数である.

以上に述べたのは, 浮力の影響がない (大気が中立成層している) 場合の熱輸送である. しかし Zurec et al, 1992 によると, 火星の極冠上の大気は安定に成層している. したがって, 乱渦運動による運動量・熱輸送量の大きさは式 (A.49), (A.51) より小さくなると考えられる.

大気が安定成層してる場合の混合距離 l_s , 摩擦速度 u_{*s} は, モニン・オブコフの相似則によって次のように表現できる.

$$\begin{aligned} l_s &= \frac{kz}{\phi_s(z/L)} \\ u_{*s} &= \frac{kz}{\phi_s(z/L)} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

$$= \frac{k}{\phi_s(z/L)} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \ln z} \quad (\text{A.53})$$

ϕ_s は普遍関数と呼ばれ、実験的に与えられる関数である。 L はモニン・オブコフ長さと呼ばれる長さの次元を持つ量で、

$$L = \frac{\bar{\theta} u_*^2}{kg\theta_*} \quad (\text{A.54})$$

と定義される。式 (A.54) において g は重力加速度であり、 θ_* は

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (\text{A.55})$$

を満たす一定値で、摩擦温位と呼ばれる。

式 (A.49), (A.51) を求めたのと同様に、式 (A.52), (A.53) から運動量と熱の輸送量を求めることができる。まず式 (A.53) を $z = z_0$ から $z = \delta$ で積分する。

$$u_{*s} \int_{z_0}^{\delta} d \ln z \phi_s \left(\frac{z}{L} \right) = k \overline{u(\delta)} \quad (\text{A.56})$$

式 (A.56) の左辺積分部分は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} \int_{z_0}^{\delta} d \ln z \phi_s \left(\frac{z}{L} \right) &= \int_{z_0}^{\delta} \left[d \ln z - d \ln \left(\frac{z}{L} \right) \left\{ 1 - \phi_s \left(\frac{z}{L} \right) \right\} \right] \\ &= \ln \left(\frac{\delta}{z_0} \right) - \int_{z_0}^{\delta} d \ln \left(\frac{z}{L} \right) \left\{ 1 - \phi_s \left(\frac{z}{L} \right) \right\} \\ &= \ln \left(\frac{\delta}{z_0} \right) - \left\{ \psi_s \left(\frac{\delta}{L} \right) - \psi_s \left(\frac{z_0}{L} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

ここで ψ_s は

$$\psi_s(\xi) = \int^{\xi} d \ln \xi \{ 1 - \phi_s(\xi) \} \quad (\text{A.58})$$

によって定義され、実験的に与えられる量である。Businger et al., 1971 によると、 ψ_s は定数 γ を用いて

$$\psi_s(\xi) = -\gamma \xi \quad (\text{A.59})$$

と与えられる。式 (A.59) を用いると、

$$\int_{z_0}^{\delta} d \ln z \phi_s \left(\frac{z}{L} \right) = \ln \left(\frac{\delta}{z_0} \right) + \frac{\gamma}{L} (\delta - z_0) \quad (\text{A.60})$$

となる。式 (A.60) から、安定成層している場合の摩擦速度 u_{*s} は

$$u_{*s} = \frac{k}{\ln(\delta/z_0) + (\gamma/L)(\delta - z_0)} \quad (\text{A.61})$$

となる。

大気が中立成層をしている場合と同様に、この場合の熱輸送量 F_{*s} を求めることができる。

$$\begin{aligned} F_{*s} &= -\rho c_p l_s^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \\ &= -\rho c_p u_{*s} \frac{k}{\phi_s(z/L)} \frac{\partial \theta}{\partial \ln z} \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

となるため、式 (A.62) を $z = z_0$ から $z = \delta$ まで積分し、式 (A.60)、(A.61) を用いることにより熱輸送量 F_{*s} を求めることができる。

$$\begin{aligned} F_{*s} \int_{z_0}^{\delta} \phi_s d \ln z &= -\rho c_p u_{*s} k \int_{\theta_s}^{\theta_a} d\bar{\theta} \\ \Leftrightarrow F_{*s} &= -\rho c_p u_{*s} \frac{k}{\ln(\delta/z_0) + (\gamma/L)(\delta - z_0)} (\theta_a - \theta_s) \\ &= -\rho c_p \overline{u(\delta)} \left[\frac{k}{\ln(\delta/z_0) + (\gamma/L)(\delta - z_0)} \right]^2 (\theta_a - \theta_s) \\ &= -\rho c_p \overline{u(\delta)} C_{Ds} (\theta_a - \theta_s) \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

ただし C_{Ds} は安定成層している場合の抵抗係数である。

接地境界層における大気の密度 ρ は、大気圧 p 、気体定数 R を用いて表すことができる。本研究では簡単のため、密度 ρ を、大気圧 p と惑星の平均温位 θ_0 を用いて

$$\rho = \frac{p}{R\theta_a} \simeq \frac{p}{R\theta_0} \quad (\text{A.64})$$

と表現した。これは Gierasch and Toon, 1973 においてもなされた仮定である。式 (A.64) を用いると、熱輸送量は次のように表すことができる。

$$F_{*s} = -\frac{p}{R\theta_0} \overline{u(\delta)} C_{Ds} (\theta_a - \theta_s) \quad (\text{A.65})$$

A.3 放射対流平衡における鉛直熱輸送

本節では、地表面の吸収、射出する赤外放射 F_{AS}, F_{ES} 、大気の吸収、射出する赤外放射 F_{AS}, F_{ES} を、地表面における光学的厚さ τ_s 、地表面温度 T_s 、地表面大気温度 T_a の関数として表現する。

ただし大気を灰色大気で近似でき、放射対流平衡が成立すると仮定する。

A.3.1 放射平衡

惑星に入射した太陽放射エネルギーは、様々な熱輸送過程によって再び惑星間空間へ運び出される。惑星大気中における鉛直方向への熱輸送過程としては、A.2 節で扱った接境界層における熱伝導の他に、放射、対流過程がある。これらの鉛直熱輸送過程の中で最も重要であると考えられるのは放射過程である。というのは、惑星大気中のどの高度でも放射過程によってエネルギーが鉛直方向へ運び出されているからである。そこでまず、惑星が吸収した太陽放射エネルギーを放射過程だけによって惑星間空間に運び出した場合の大気構造について説明する。ただし、惑星大気中の各高度においてエネルギーバランスが成立していると考え、このような大気の平衡状態を放射平衡という。

大気による散乱が無視できるとき、光学的厚さが τ となる面を越えて上向きに運ばれる放射束密度を $F_{\uparrow}(\tau)$ (以下、上向き放射)、下向きに運ばれる放射束密度を $F_{\downarrow}(\tau)$ (以下、下向き放射) とすると、放射伝達を表すシュバルツシルトの式は次のように表すことができる。

$$\frac{2}{3} \frac{dF_{\uparrow}(\tau)}{d\tau} = F_{\uparrow}(\tau) - \pi B(\tau) \quad (\text{A.66})$$

$$\frac{2}{3} \frac{dF_{\downarrow}(\tau)}{d\tau} = -F_{\downarrow}(\tau) + \pi B(\tau) \quad (\text{A.67})$$

ここで、光学的厚さ τ は、次の式によって定義される。

$$\tau(z) = \int_z^{\infty} dz' k(z') \rho(z') \quad (\text{A.68})$$

k は吸収係数で、一般に吸収する赤外放射の波長、吸収物質の分圧、温度の関数である。しかしながら、本研究では簡単のために $k = \text{一定}$ とする。このような仮定を大気の灰色近似という。また、 B はすべての波長にわたってプランク関数を積分したもので、

$$\pi B = \sigma T^4 \quad (\text{A.69})$$

の関係がある。 σ はシュテファン・ボルツマン関数である。

放射平衡が成立している場合, 全ての高度 τ において

$$\phi = F_{\uparrow} - F_{\downarrow} = \text{const.} \quad (\text{A.70})$$

が成立する. このとき

$$\psi = F_{\uparrow} + F_{\downarrow} \quad (\text{A.71})$$

とおくと, 式 (A.66), (A.67) から

$$\frac{2}{3} \frac{d\phi}{d\tau} = \psi - 2\pi B \quad (\text{A.72})$$

$$\frac{2}{3} \frac{d\psi}{d\tau} = \phi \quad (\text{A.73})$$

となる. 式 (A.72) で ϕ が一定より,

$$\psi = 2\pi B \quad (\text{A.74})$$

が成立する. したがって

$$F_{\uparrow} = \pi B(\tau) + \frac{1}{2}\phi \quad (\text{A.75})$$

$$F_{\downarrow} = \pi B(\tau) - \frac{1}{2}\phi \quad (\text{A.76})$$

となる. 式 (A.74) を式 (A.73) に代入することにより, ϕ は次のように求めることができる.

$$\phi = \frac{2}{3} \frac{d}{d\tau} (2\pi B) \quad (\text{A.77})$$

$\tau = 0$ で $\psi = \phi$ という境界条件を用いて式 (A.77) を積分すると, τ における大気温度 $T(\tau)$ が求まる.

$$\pi B(\tau) = \sigma T(\tau)^4 = \frac{1}{2}\phi \left(\frac{3}{2}\tau + 1 \right) \quad (\text{A.78})$$

特に地表面直上の大気温度 T_a は,

$$\pi B(\tau_s) = \sigma T_a^4 = \frac{1}{2}\phi \left(\frac{3}{2}\tau_s + 1 \right) \quad (\text{A.79})$$

と表される. また, 地表面における境界条件 $\tau = \tau_s$ で $F_{\uparrow} = \pi B$ (πB_s は地表面からの放射) を用いると,

$$\pi B_s = \sigma T_s^4 = \frac{1}{2}\phi \left(\frac{3}{2}\tau_s + 2 \right) \quad (\text{A.80})$$

となる. ここで T_s は地表面の温度である. 式 (A.79), (A.80) より, 放射平衡においては地表面温度 T_s と地表面直上の大気温度 T_a の間にギャップが生じることがわかる (図 A.5 参照).

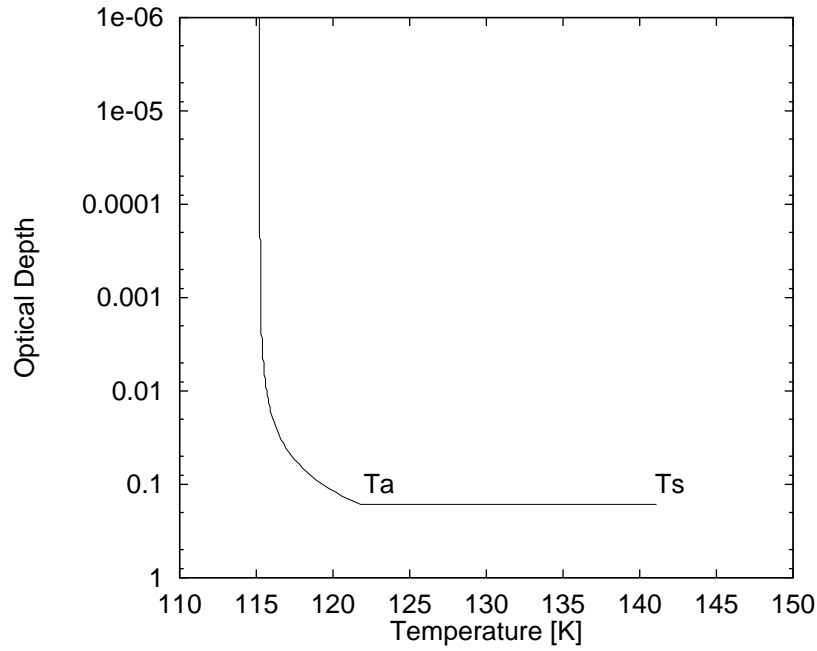


図 A.5: 地表面における光学的厚さが 0.1 程度の放射平衡温度分布. 横軸に温度, 縦軸に光学的厚さを示す. 地表面温度 ($T_s \sim 141$ K) と, 地表面直上の大気温度 ($T_a \sim 122$ K) には差がある.

A.3.2 対流層の形成

式 (A.79), (A.80) のように地表面と地表面直上大気の間には温度のギャップが生じると, A.2 節で説明した乱渦運動による熱伝導が起こる. 熱伝導が起こると, 地表面直上の大気は温められ, 大気の鉛直温度勾配が放射平衡温度勾配からずれる. このずれによって, 地表面付近の大気はさらに加熱される. これは, 大気各層に入ってくる正味上向き放射束密度の大きさが, 出て行く正味上向き放射束密度を上回るようになるためである. この加熱によって, 大気温度勾配がさらに小さくなる.

大気成分の凝結が無視できる場合, 大気温度勾配が

$$\frac{dT}{dz} \leq -\frac{g}{c_p} \quad (\text{A.81})$$

の条件を満たすようになると, 対流が起こる. 式 (A.81) の右辺は断熱温度勾配を表す. 対流が生じている領域を, 対流層という.

対流が十分に発達すると, 平均的な温度勾配は断熱温度勾配に一致すると考えられている. このとき対流層の温度勾配は,

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} \quad (\text{A.82})$$

となる.

灰色大気を考えた場合, 式 (A.82) は光学的厚さ τ を用いて簡単に表すことができる. 式 (A.68), (A.82) と静水圧平衡の式から

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{T R}{\tau c_p} \quad (\text{A.83})$$

となる. 対流層の温度分布は, 式 (A.83) を積分することにより地表面直上の大気温度 T_a , 地表面における光学的厚さ τ_s を用いて次のように与えられる.

$$T(\tau) = T_a \left(\frac{\tau}{\tau_s} \right)^{R/c_p} \quad (\text{A.84})$$

A.3.3 放射対流平衡

次に対流層が存在する場合の大気構造について考える. 再び大気中の各高度においてエネルギーバランスが成立していると考え.

まず, 大気各層においてどのようなエネルギーバランスが成立しているかを調べるために, $F_{\uparrow}, F_{\downarrow}$ の鉛直分布を調べる. $F_{\uparrow}, F_{\downarrow}$ を求めるには, 各高度における温度分布を知る必要がある. いま, 温度分布が式 (A.83) である対流層が, 大気上端にまで広がっていると仮定する.

(A.66) の両辺に $\exp(-3\tau/2)$ をかけ, τ から地表面 τ_s まで積分することにより $F_{\uparrow}(\tau)$ を次のように求めることができる.

$$\begin{aligned} \int_{\tau}^{\tau_s} d \left\{ \exp \left(-\frac{3}{2}\tau \right) F_{\uparrow} \right\} &= - \int_{\tau}^{\tau_s} d\tau' \frac{3}{2} \pi B(\tau') \exp \left(-\frac{3}{2}\tau' \right) \\ \Leftrightarrow F_{\uparrow}(\tau) &= \pi B_s \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau_s - \tau) \right\} \\ &\quad + \int_{\tau}^{\tau_s} d\tau' \frac{3}{2} \pi B(\tau') \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau' - \tau) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.85})$$

$$\begin{aligned} &= -\pi B(\tau) + \{ \pi B_s - \pi B(\tau_s) \} \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau_s - \tau) \right\} \\ &\quad + \int_{\tau}^{\tau_s} d\tau' \frac{d \pi B(\tau')}{d\tau'} \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau' - \tau) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.86})$$

ここで式 (A.86) は式 (A.85) を部分積分したものである.

同様にして, (A.67) の両辺に $\exp(3\tau/2)$ をかけ, 大気上端 $\tau = 0$ から τ まで積分することにより $F_{\downarrow}(\tau)$ を求めることができる.

$$\int_0^{\tau} d \left\{ \exp \left(\frac{3}{2}\tau \right) F_{\downarrow} \right\} = \int_0^{\tau} d\tau' \frac{3}{2} \pi B(\tau') \exp \left(\frac{3}{2}\tau' \right)$$

$$\Leftrightarrow F_{\downarrow}(\tau) = \int_0^{\tau} d\tau' \frac{3}{2}\pi B(\tau') \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau - \tau')\right\} \quad (\text{A.87})$$

$$= \pi B(\tau) - \pi B(0) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) - \int_0^{\tau} d\tau' \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau - \tau')\right\} \quad (\text{A.88})$$

ここで式 (A.88) は式 (A.87) を部分積分したものである。

式 (A.86), (A.88) から, 高度 τ における正味上向き放射 $F_{\text{net}} = F_{\uparrow} - F_{\downarrow}$ は

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= \pi B_s \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau_s - \tau)\right\} \\ &+ \int_{\tau}^{\tau_s} d\tau' \frac{3}{2}\pi B(\tau') \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau' - \tau)\right\} \\ &- \int_0^{\tau} d\tau' \frac{3}{2}\pi B(\tau') \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau - \tau')\right\} \end{aligned} \quad (\text{A.89})$$

$$\begin{aligned} &= \{\pi B_s - \pi B(\tau_s)\} \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau_s - \tau)\right\} + \pi B(0) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) \\ &+ \int_{\tau}^{\tau_s} d\tau' \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau' - \tau)\right\} \\ &+ \int_0^{\tau} d\tau' \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} \exp\left\{-\frac{3}{2}(\tau - \tau')\right\} \end{aligned} \quad (\text{A.90})$$

となる。

式 (A.90) に温度分布 (A.83) を代入することで, F_{net} の鉛直分布を求めることができる (図 A.6 参照)。

図 A.6 において F_{net} に極大値があるのは, 断熱温度勾配に沿っているとき大気上層の温度は非常に低くなり, 下層大気からの放射を吸収はしても, それに見合うだけの射出ができなくなっているためである。 F_{net} の極大点より下側を A 領域, 上側を B 領域とする。

A 領域の各層においては, 各層から上に出て行く F_{net} より, 各層に下から入ってくる F_{net} が少ない。つまり, 放射によって各層が冷却されることになる。しかし, この領域では対流によって熱が上方へ運ばれている。したがって A 領域では, 対流による熱輸送によって F_{net} で足りない分が補われていると考えられる。

一方 B 層では, 各層に下から入ってくる F_{net} より, 各層から上に出て行く F_{net} が少ない。つまり, 放射によって各層が加熱されることになる。このことによって温度分布が断熱温度勾配より大きくなり, 対流は弱まる。したがってこの領域の各層は放射だけで平衡状態を保つことになり, 温度分布は式 (A.78) へと移行する。

以上の議論から, 対流層はある高度までしか存在せず, それより上層では放射平衡が成立するということが分かる。対流層が対流圏, 放射平衡の成立している層が成層圏に相当

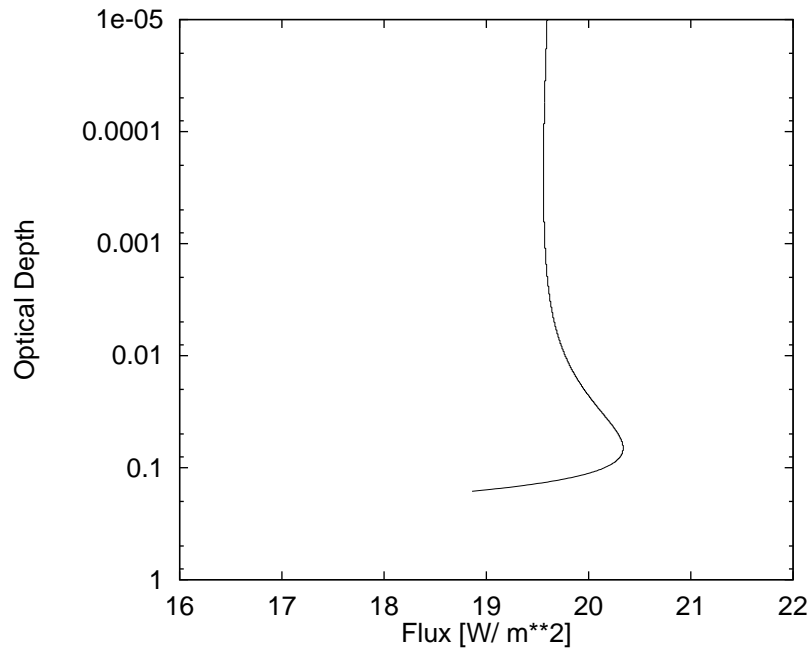


図 A.6: 大気的全層が対流圏であった場合の鉛直正味放射. 横軸にフラックス (W m^{-2}), 縦軸に光学的厚さをとる. 地表面における光学的厚さは図 A.5 と同じである.

する. 大気のこのような平衡状態を放射対流平衡という.

A.3.4 放射対流平衡における鉛直熱輸送

本研究では惑星大気の鉛直構造として放射対流平衡を考える. このとき, 地表面温度 T_s , 地表面直上の大気温度 T_a , 地表面における光学的厚さ τ_s の関数として, 地表面, 大気上端における正味上向き放射 F_{bt}, F_{tp} はがどのように与えられか, ということについて説明する.

式 (A.90) を用いて, 大気の温度分布をもとに正味上向き放射 F_{net} を求めることができる. 一方対流圏の温度分布は, τ_s, T_a が与えられれば式 (A.84) によって決まる. また成層圏の温度分布は, ある一点での τ, T が与えられれば式 (A.78) によって決まる. したがって大気全体の温度分布を得るには, 式 (A.78), (A.84) を同時に満たす τ, T を求める必要がある. この光学的厚さを τ_{tr} とし, この位置を対流圏界面とよぶ.

対流圏界面は, 対流圏と成層圏で, 次の二つの条件

1. 温度が連続となる

2. 正味上向き放射が連続となる

を満たす光学的厚さ τ_{tr} によって与えられる. 上記 1 の条件を満たす光学的厚さ, 正味上向き放射をそれぞれ τ_{tr1}, F_{tp1} とする. また同様に 2 の条件を満たすものをそれぞれ τ_{tr2}, F_{tp2} とする.

式 (A.78), (A.84) より, τ_{tr1}, F_{tp1} は

$$\sigma T_a^4 \left(\frac{\tau_{tr1}}{\tau_s} \right)^{4R/c_p} = \frac{1}{2} F_{tp1} \left(\frac{3}{2} \tau_{tr1} + 1 \right) \quad (\text{A.91})$$

の関係式を満たす.

また, τ_{tr2}, F_{tp2} は

$$F_{tp2} = F_{net}(\tau_{tr2}) \quad (\text{A.92})$$

を満たす. 左辺は成層圏における正味上向き放射であり, 右辺は対流圏の温度構造から計算される正味上向き放射である. 式 (A.92) を変形すると, 次のようになる.

$$\begin{aligned} F_{tp2} &= \{ \pi B_s - \pi B(\tau_s) \} \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau_s - \tau_{tr2}) \right\} \\ &\quad + \int_{\tau_{tr}}^{\tau_s} d\tau' \frac{d}{d\tau'} \left\{ \sigma T_a^4 \left(\frac{\tau'}{\tau_s} \right)^{4R/c_p} \right\} \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau' - \tau_{tr2}) \right\} + \frac{1}{2} F_{tp} \\ \Leftrightarrow F_{tp} &= 2\sigma(T_s^4 - T_a^4) \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau_s - \tau_{tr2}) \right\} \\ &\quad + 2 \int_{\tau_{tr2}}^{\tau_s} d\tau' \frac{d}{d\tau'} \left\{ \sigma T_a^4 \left(\frac{\tau'}{\tau_s} \right)^{4R/c_p} \right\} \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau' - \tau_{tr2}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.93})$$

対流圏界面における光学的厚さ τ_{tr} , 正味上向き放射 F_{tp} は

$$\tau_{tr1} = \tau_{tr2} = \tau_{tr} \quad (\text{A.94})$$

$$F_{tp1} = F_{tp2} = F_{tp} \quad (\text{A.95})$$

を満たす. 式 (A.91), (A.93) を数値的に解き, 交点を求めることで τ_{tr}, F_{tp} を求めることができる. τ_s が非常に大きい場合 ($\sim 10^3$) の F_{tp1}, F_{tp2} を, 図 A.7 に示す.

対流圏界面 τ_{tr} が求まると, F_{bt} は次のように求めることができる.

$$\begin{aligned} F_{bt} &= F_{net}(\tau_s) \\ &= \sigma(T_s^4 - T_a^4) + \frac{1}{2} F_{tp} \exp \left(-\frac{3}{2} \tau_s \right) \end{aligned}$$

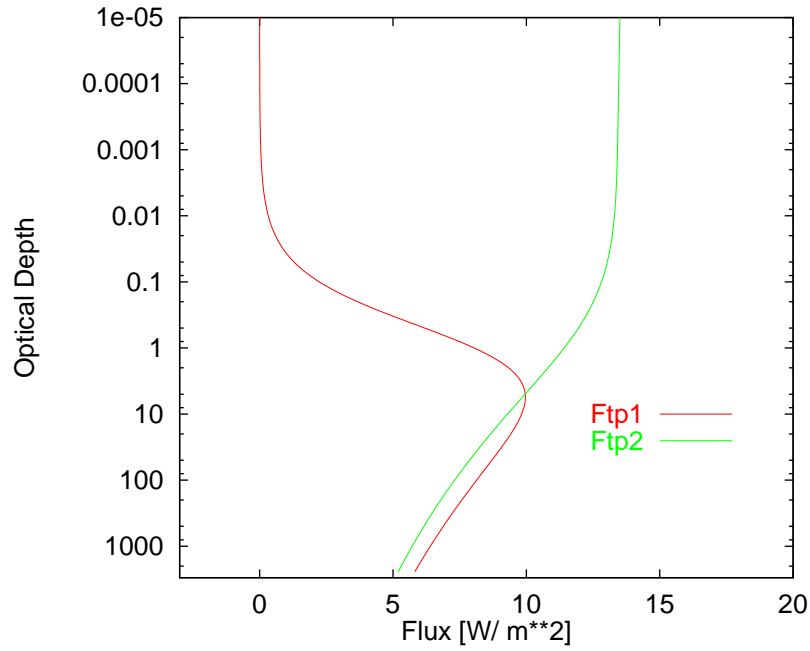


図 A.7: 対流圏界面において、温度が連続となるような上向き正味放射プロファイル (F_{tp1} , 赤) と、上向き正味放射が連続となるプロファイル (F_{tp2} , 緑). 横軸にエネルギーフラックス (W m^{-2}), 縦軸には光学的厚さをとる. F_{tp1} , F_{tp2} の交点が大気圏界面である.

$$+ \int_{\tau_{tr}}^{\tau_s} d\tau' \frac{d}{d\tau'} \left\{ \sigma T_a^4 \left(\frac{\tau'}{\tau_s} \right)^{4R/c_p} \right\} \exp \left\{ -\frac{3}{2}(\tau_s - \tau') \right\} \quad (\text{A.96})$$

地表面, 大気上端における正味上向き赤外放射が求まると, 地表面が吸収する赤外放射 F_{AS} , 射出する赤外放射 F_{ES} , 大気が吸収する赤外放射 F_{AA} , 射出する赤外放射 F_{EA} を次のように求めることができる.

$$F_{AS} = -(F_{bt} - \sigma T_s^4) \quad (\text{A.97})$$

$$F_{ES} = \sigma T_s^4 \quad (\text{A.98})$$

$$F_{AA} = \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{3}{2}\tau_s \right) \right\} \sigma T_s^4 \quad (\text{A.99})$$

$$F_{EA} = F_{tp} - \sigma T_s^4 \quad (\text{A.100})$$

A.4 大気の水平移流による水平熱輸送

本節では、大気の水平移流による熱輸送過程を定式化する。ここで大気の水平移流は、大気の水平温度傾度があることにより生じる傾圧不安定による移流を考える。

本節での議論は、Stone, 1972 によるものである。

A.4.1 温度風

まず、水平温度傾度をもつ大気の基本場の速度はどのように与えられるか、ということ进行讨论する。

自転する惑星大気においては、コリオリ力と水平気圧傾度力がつりあっていることが知られている。

$$u_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{A.101})$$

ここで u_g は基本場の速度の東西成分、 f はコリオリパラメータ、 y は南北方向を表す座標である。式 (A.101) を鉛直座標 z で微分し、静水圧平衡の式を用いると

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_g}{\partial z} &= -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \\ &= -\frac{g}{fT} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p \end{aligned} \quad (\text{A.102})$$

$$= -\frac{g}{f\theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_p \quad (\text{A.103})$$

となる。ここで g は重力加速度である。式 (A.103) を、温度風の関係式という。

A.4.2 方程式系

本研究では、地表面における大気圧が一定であり、南北方向に温度傾度を持つ大気を考える。この場合、大気の等密度面と等圧面が平行にならない。このような大気を傾圧大気という。傾圧大気に生じる不安定を議論するために、ここではまず運動方程式系について考える。

本研究では、簡単のために次のようなビジネス流体を考える。

- ・大気は断熱的に、摩擦を受けることなく運動する。

- ・流速が音速に比べて十分小さい.
- ・流れの存在する範囲が, スケールハイト (H) に比べて十分小さい高度に限られる.
- ・コリオリパラメータは一定とする.

ブジネスク流体に成り立つ方程式系は以下の通りである.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.104})$$

$$\frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (\text{A.105})$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (\text{A.106})$$

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = \alpha \rho g \theta' \quad (\text{A.107})$$

$$\frac{d\theta'}{dt} = 0 \quad (\text{A.108})$$

ここで, p', θ' は流れのない状態からのずれの成分である. また α は体積膨張率である.

次に式 (A.104) から (A.108) を, 考える系に特徴的な量を用いて無次元化する (右下に * の付いたものが無次元量である).

$$x = \frac{U}{f} x_*, \quad y = \frac{U}{f} y_*, \quad z = H z_*, \quad t = \frac{1}{f} t_*, \quad (\text{A.109})$$

$$u = U u_*, \quad v = U v_*, \quad w = f H w_*, \quad (\text{A.110})$$

$$\theta' = H \frac{\partial \theta}{\partial z} \theta_*, \quad p' = \alpha \rho g H^2 \frac{\partial \theta}{\partial z} p_* \quad (\text{A.111})$$

ただし U は, 温度風の関係式 (A.103) から得られる次のような量である. 水平温度傾度を持つ大気の平均的な速度を表すと考えられる.

$$U = -\frac{gH}{fT_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (\text{A.112})$$

式 (A.112) で H は平均的なスケールハイトを表す. また T_0 は惑星に特徴的な温度であり, $\frac{\partial \theta}{\partial y}$ は水平温位傾度の鉛直平均である.

式 (A.111) を用いて無次元化を行うと, 次のような方程式系が得られる.

$$\frac{\partial u_*}{\partial x_*} + \frac{\partial v_*}{\partial y_*} + \frac{\partial w_*}{\partial z_*} = 0 \quad (\text{A.113})$$

$$\frac{du_*}{dt_*} - v_* = -R_i \frac{\partial p_*}{\partial x_*} \quad (\text{A.114})$$

$$\frac{dv_*}{dt_*} + u_* = -R_i \frac{\partial p_*}{\partial y_*} \quad (\text{A.115})$$

$$\frac{\partial p_*}{\partial z_*} = \theta_* \quad (\text{A.116})$$

$$\frac{d\theta_*}{dt_*} = 0 \quad (\text{A.117})$$

$$z_* = 0, 1 \quad \text{で} \quad w_* = 0 \quad (\text{A.118})$$

ここで R_i はリチャードソン数といい、鉛直方向の圧力傾度力とコリオリ力の比を表す。 R_i は次式のように表される。

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{1}{\rho} \frac{\alpha \rho g H^2 (\overline{\partial \theta / \partial z})}{U/f} \frac{1}{fU} \\ &= \frac{\alpha g H^2 \overline{\partial \theta}}{U^2 \partial z} \\ &= \frac{f^2 (\overline{\partial \theta / \partial z})}{\alpha g (\overline{\partial \theta / \partial y})^2} \end{aligned} \quad (\text{A.119})$$

ここで $\epsilon \ll 1$ なる ϵ を用いて、方程式系 (A.113) から (A.117) の物理量を次のように展開できると考える。

$$A_* = A_{*0} + \epsilon A_{*1} + \epsilon^2 A_{*2} + \dots \quad (\text{A.120})$$

A_{*0} は、方程式系 (A.113) から (A.117) の第 0 近似解となる。

ここでは、東西流の第 0 近似解 u_0 が式 (A.103) で表される温度風の関係を満たすと仮定する。すなわち

$$\begin{aligned} u_0 &= -\frac{g}{fT_0} \frac{\overline{\partial \theta}}{\partial y} z \\ &= U \frac{z}{H} \end{aligned} \quad (\text{A.121})$$

である。また、南北流と鉛直流の第 0 近似解 v_0, w_0 は 0 と仮定する。

$$v_0 = 0, \quad w_0 = 0 \quad (\text{A.122})$$

さらに、温位の水平傾度、鉛直傾度がそれぞれの鉛直平均値に一致すると仮定する。

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial y} = \frac{\overline{\partial \theta}}{\partial y} \quad (\text{A.123})$$

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial z} = \frac{\overline{\partial \theta}}{\partial z} \quad (\text{A.124})$$

(A.121) から (A.119) の仮定によって、第 0 近似解を無次元化すると次のようになる。

$$u_{*0} = z_* \quad (\text{A.125})$$

$$v_{*0} = w_{*0} = 0 \quad (\text{A.126})$$

$$\theta_{*0} = z_* - \frac{y_*}{R_i} \quad (\text{A.127})$$

$$p_{*0} = \frac{1}{2}z_*^2 - \frac{y_*z_*}{R_i} \quad (\text{A.128})$$

$$(\text{A.129})$$

続いて第 1 近似解 A_{1*} について考える. ここでは, $u_{*1}, v_{*1}, p_{*1}, \theta_{*1}$ が $\exp\{i(\sigma t_* + kx_* + ly_*)\}$ という波動解に比例すると仮定する.

$$A_{1*} = A' \exp\{i(\sigma t_* + kx_* + ly_*)\} \quad (\text{A.130})$$

A' は波動解の振幅に相当する. すると A_{*1} の満たす方程式系は次のようになる.

$$iku_{*1} + ilv_{*1} + \frac{dw_{*1}}{dz} = 0 \quad (\text{A.131})$$

$$i(\sigma + kz_*)u_{*1} + w_{*1} = v_{*1} - ikR_i p_{*1} \quad (\text{A.132})$$

$$i(\sigma + kz_*)v_{*1} = -u_{*1} - ilR_i p_{*1} \quad (\text{A.133})$$

$$\frac{dp_{*1}}{dz} = \theta_{*1} \quad (\text{A.134})$$

$$i(\sigma + kz_*)\theta_{*1} - \frac{v_{*1}}{R_i} + w_{*1} = 0 \quad (\text{A.135})$$

$$z_* = 0, 1 \quad \text{で} \quad w_{*1} = 0 \quad (\text{A.136})$$

方程式系 (A.131)~(A.136) を用いて簡単な代数計算を行うと, w_{*1} だけに関する 2 階常微分方程式が次のように求まる.

$$\{1 - (\sigma + kz_*)^2\} \frac{d^2 w_{*1}}{dz_*^2} - 2 \left\{ \frac{k}{\sigma + kz_*} - il \right\} \frac{dw_{*1}}{dz_*} - \left\{ (k^2 + l^2)R_i + \frac{2ikl}{\sigma + kz_*} \right\} w_{*1} = 0 \quad (\text{A.137})$$

同様にして, $u_{*1}, v_{*1}, p_{*1}, \theta_{*1}$ を w_{*1} の関数として表すことができる.

$$u_{*1} = -i \frac{il^2 w_{*1} + \{(\sigma + kz_*)k - il\} (dw_{*1}/dz_*)}{(k^2 + l^2)(\sigma + kz_*)R_i} \quad (\text{A.138})$$

$$v_{*1} = -i \frac{klw_{*1} - \{(\sigma + kz_*)l + ik\} (dw_{*1}/dz_*)}{(k^2 + l^2)(\sigma + kz_*)R_i} \quad (\text{A.139})$$

$$p_{*1} = i \frac{[(\sigma + kz_*)w_{*1} - \{1 - (\sigma + kz_*)^2\} (dw_{*1}/dz_*)]}{(k^2 + l^2)(\sigma + kz_*)R_i} \quad (\text{A.140})$$

$$\theta_{*1} = i \frac{\{1 - (\sigma + kz_*)^2\} (d^2 w_{*1}/dz_*^2) + (il - k)(dw_{*1}/dz_*) - iklw_{*1}}{(k^2 + l^2)(\sigma + kz_*)R_i} \quad (\text{A.141})$$

式 (A.137) を境界条件 (A.136) のもとで解くことができれば, 式 (A.138) から (A.141) を用いて

$u_{*1}, v_{*1}, w_{*1}, p_{*1}, \theta_{*1}$ を求めることができる.

A.4.3 傾圧不安定

続いて w_{*1} が不安定になる条件, すなわち w_{*1} の波動解の振幅部分が時間とともに増加するような条件を求める. そこで, w_{*1} の波動解を次のように表現する.

$$w_{*1} = Ae^{-il(c+z_*)}\psi \quad (\text{A.142})$$

ここで A は振幅を表す定数で, ψ は z_* の関数である. 式 (A.142) を (A.137) に代入すると次のようになる.

$$L\psi = 0 \quad (\text{A.143})$$

ただし

$$L = \{1 - k^2(c + z_*)^2\} \frac{d^2}{dz_*^2} + 2 \left\{ ilk^2(c + z_*)^2 - \frac{1}{c + z_*} \right\} \frac{d}{dz_*} + l^2(1 - R_i) - R_i k^2 + l^2 k^2 (c + z_*)^2 \quad (\text{A.144})$$

である. 境界条件は

$$z_* = 0, 1 \quad \text{で} \quad \psi = 0 \quad (\text{A.145})$$

である.

ここで, ψ, c, L を波数 k, l で次のように二重べき級数展開する.

$$\psi = \psi_{00} + l^2 \psi_{02} + \dots + k^2(\psi_{10} + l\psi_{11} + l^2 \psi_{12} + \dots) \quad (\text{A.146})$$

$$c = c_{00} + l^2 c_{02} + \dots + k^2(c_{10} + lc_{11} + l^2 c_{12} + \dots) \quad (\text{A.147})$$

式 (A.146), (A.147) を (A.143) に代入すると

$$L_{00}\psi_{00} = 0 \quad (\text{A.148})$$

$$L_{00}\psi_{02} + L_{02}\psi_{00} = 0 \quad (\text{A.149})$$

$$L_{00}\psi_{10} + L_{10}\psi_{00} = 0 \quad (\text{A.150})$$

となる. ただし

$$L_{00} = \frac{d^2}{dz_*^2} - \frac{2}{c_{00} + z_*} \frac{d}{dz_*} \quad (\text{A.151})$$

$$L_{02} = \frac{2c_{02}}{(c_{00} + z_*)^2} \frac{d}{dz_*} + 1 - R_i \quad (\text{A.152})$$

$$L_{10} = -(c_{00} + z_*)^2 \frac{d^2}{dz_*^2} + \frac{2c_{10}}{(c_{00} + z_*)^2} \frac{d}{dz_*} - R_i \quad (\text{A.153})$$

境界条件 (A.145) と (A.148)～(A.150) より, 方程式 (A.143) の解 $\psi_{00}, \psi_{02}, \psi_{10}$ と固有値 c_{00}, c_{02} を求めることができる.

$$\psi_{00} = (c_{00} + z_*)^3 - c_{00}^2 \quad (\text{A.154})$$

$$\psi_{02} = \frac{-1 + R_i}{10} \{(c_{00} + z_*)^5 - c_{00}^3(c_{00} + z_*)\} \quad (\text{A.155})$$

$$\psi_{10} = \frac{6 + R_i}{10} \{(c_{00} + z_*)^5 - c_{00}^3(c_{00} + z_*)\} \quad (\text{A.156})$$

$$c_{00} = -\frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (\text{A.157})$$

$$c_{10} = \mp i \frac{\sqrt{3}}{45} (R_i + 1) \quad (\text{A.158})$$

特に $l = 0$ であるときを考えると,

$$\begin{aligned} \sigma &= kc \\ &= k(c_{00} + k^2 c_{10}) \\ &= -\frac{k}{2} \pm \frac{i}{2\sqrt{3}} \left\{ k - \frac{2}{15} k^3 (1 + R_i) \right\} + O(k^5) \end{aligned} \quad (\text{A.159})$$

という分散関係が得られる. 振幅が時間と共に増加するのは, σ の虚部 σ_i が負の場合で

$$k - \frac{2}{15} k^3 (1 + R_i) < 0 \quad (\text{A.160})$$

である. また

$$\frac{d\sigma_i}{dk} = \pm \frac{1}{2\sqrt{3}} \left\{ 1 - \frac{2}{5} k^2 (1 + R_i) \right\} \quad (\text{A.161})$$

より, 振幅の成長率が最大となる波数は

$$|k| = \left(\frac{5/2}{1 + R_i} \right)^{1/2}, \quad l = 0 \quad (\text{A.162})$$

となる. このときの w_{*1} は,

$$\begin{aligned} w_{*1} &= A(\psi_{00} + k^2 \psi_{02}) \\ &= A\{(c + z)^3 - c^3\} \left\{ 1 + (6 + R_i) k^2 \frac{(c + z)^2}{10} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.163})$$

となる. 大気が地衡風運動をしているときには $R_i \ll 1$ であることから, $k \rightarrow 0$ なる長波近似を行うことができると考えられる. この近似によると,

$$w_{*1} \approx A\{(c + z)^3 - c^3\} \quad (\text{A.164})$$

式 (A.164), (A.138) から (A.141) までを用いて, $u_{*1}, v_{*1}, \theta_{*1}$ を次のように表すことができる.

$$u_{*1} = A \left[3i \left\{ \frac{6}{5}(1 + R_i) \right\}^{1/2} (c + z_*)^2 \right] \quad (\text{A.165})$$

$$v_{*1} = -A \frac{6}{5}(1 + R_i)(c + z_*) \quad (\text{A.166})$$

$$\theta_{*1} = -A \frac{6i}{5} \left(\frac{2}{5} \right)^{1/2} \frac{(1 + R_i)^{3/2}}{R_i} \quad (\text{A.167})$$

現実の大気においては, 不安定のもっとも成長しやすい波長の波が卓越していると考えられる. したがって波数 (A.162) の波動が存在すると仮定する. そして傾圧不安定波動においては, 時間と共に成長する振幅は最終的に非線形効果によって制限される. したがって, 振動する南北流の鉛直平均は, 東西流の鉛直平均に一致すると仮定する. 式 (A.165), (A.166) を次元化すると,

$$u = U \frac{z}{H} \quad (\text{A.168})$$

$$v = -\frac{6}{5}UA(1 + R_i) \left(\frac{z}{H} - \frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}} \right) \quad (\text{A.169})$$

となるので, u, v の鉛直平均をとると次のようになる.

$$\int_0^H dz \sqrt{uu^*} = \int_0^H dz \sqrt{vv^*} \quad (\text{A.170})$$

式 (A.168), (A.169), (A.170) より, 摂動部 A_{*1} の振幅の 2 乗を表す量 $\epsilon^4 AA_*$ は,

$$\epsilon^4 AA^* = \frac{25}{36} \frac{1}{(1 + R_i)^2} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{12} \log \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \right) \right] = \frac{1.09}{(1 + R_i)^2} \quad (\text{A.171})$$

となる.

A.4.4 傾圧不安定による水平熱輸送

$y = \text{一定}$ の位置における y 方向への温位移流項は $v\theta$ で与えられる. その平均値 $\overline{v\theta}$ は

$$\begin{aligned} \overline{v\theta} &= \overline{v_1\theta_0} + \overline{v_1\theta_1} + \overline{v_2\theta_0} + O(\epsilon^3) + \dots \\ &= \overline{v_1\theta_1} \end{aligned} \quad (\text{A.172})$$

v_1, θ_1 は v_{*1}, θ_{*1} を次元化することにより得られる. (A.166), (A.167) より,

$$\overline{v\theta} = \epsilon^4 \overline{AA^*} U H \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \frac{18}{25\sqrt{30}} \frac{(1 + R_i)^{1/2}}{R_i} \quad (\text{A.173})$$

となる。さらにリチャードソン数 (A.119), 振幅の 2 乗 (A.171) を式 (A.173) に代入することにより, $\overline{v\theta}$ を求めることができる。

$$\begin{aligned}\overline{v\theta} &= 1.09 \times \frac{18}{25\sqrt{30}} \frac{gH^2}{T_s f^2} \left(\frac{\partial\theta_0}{\partial y} \right)^2 \left\{ \frac{g}{T_0} \frac{\partial\theta_0}{\partial z} \right\}^{1/2} \\ &= 0.143 \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial\theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial\theta_0}{\partial y} \right)^2\end{aligned}\quad (\text{A.174})$$

続いて式 (A.174) を用いて, 現実の惑星大気における緯度方向の水平熱輸送を考える。 $y = 0$ を赤道, $y = L$ を極とする。 Stone, 1969 によると, 緯度依存性を考慮した正確な v, θ の相関は, (A.174) に $(6y/L)(1 - y/L)$ をかけたものとなる。したがって赤道からの距離 y における平均温位移流は

$$\overline{v\theta} = 0.858 \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial\theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{y}{L} \left(1 - \frac{y}{L} \right) \left(\frac{\partial\theta_0}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{A.175})$$

となる。

式 (A.175) より, y における単位時間あたりの水平熱輸送量 Q_{HA} (単位は J s^{-1}) は以下のように与えられる。

$$Q_{\text{HA}} = 2\pi a \cos(y/a) \int_0^\infty dz \rho c_p \overline{v\theta} \quad (\text{A.176})$$

$\overline{v\theta}$ が高度によらないとすると, 静水圧平衡の式を用いて

$$\begin{aligned}Q_{\text{HA}} &\simeq 2\pi a \cos(y/a) c_p \frac{p}{g} \overline{v\theta} \\ &= 2\pi a \cos(y/a) c_p \frac{p}{g} \times 0.858 \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial\theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{y}{L} \left(1 - \frac{y}{L} \right) \left(\frac{\partial\theta_0}{\partial y} \right)^2\end{aligned}\quad (\text{A.177})$$

となる。ここで a は惑星半径, p は地表面における大気圧である。

付録B 大気の水水平移流による H₂O 輸送過程

本節では大気の水移流による H₂O 輸送を定式化する。A.4 節と同様に、大気の水移流は傾圧不安定によって起こると考える。以下に示すように、傾圧不安定による H₂O 輸送の渦拡散係数は熱輸送の渦拡散係数と同じであると考えられる。

傾圧不安定により生じる平均温位移流 (A.175) を、仮想的な混合距離 l_d を用いることにより次のように表現する。

$$\begin{aligned}\overline{v\theta} &= \overline{v_1\theta_1} \\ &= v_1 l_d \frac{\partial \theta_0}{\partial y}\end{aligned}\tag{B.1}$$

ただし

$$v_1 l_d = 0.858 \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{y}{L} \left(1 - \frac{y}{L} \right)\tag{B.2}$$

である。 $v_1 l_d$ は、傾圧不安定による熱輸送の渦拡散係数と考えることができる。

本研究では、傾圧不安定による H₂O 輸送の渦拡散係数が、式 (B.2) に一致すると仮定する。つまり、大気の水移流による混合比 q の移流が

$$\overline{vq} = v_1 l_d \frac{\partial q_0}{\partial y}\tag{B.3}$$

となると仮定する。ここで $\partial q_0 / \partial y$ は、 y における $\partial q / \partial y$ の鉛直平均である。

式 (B.3) より、 y における単位時間あたりの H₂O 輸送量 Q_w (kg s⁻¹) は、

$$Q_w = 2\pi a \cos(y/a) \int_0^\infty dz \rho v_1 l_d \frac{\partial q_0}{\partial y}\tag{B.4}$$

となる。式 (A.176) を求めたのと同じように、

$$\begin{aligned}Q_w &\simeq 2\pi a \cos(y/a) \frac{p}{g} v_1 l_d \frac{\partial q_0}{\partial y} \\ &= 2\pi a \cos(y/a) \frac{p}{g} \times 0.858 \frac{R^2}{f^2} \left(\frac{T_0}{g} \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{y}{L} \left(1 - \frac{y}{L} \right) \frac{\partial \theta_0}{\partial y} \frac{\partial q_0}{\partial y}\end{aligned}\tag{B.5}$$

である。

謝辞

本研究を進めるにあたり、惑星大気研究室の倉本圭助手には本当にお世話になりました。倉本さんの的確で丁寧な御指導があったからこそ、今日ここまでやって来れたものと思っています。渡部重十教授は、セミナーでは非常に貴重な意見を下さり、常にやる気を与えてくれました。またいつも議論につき合って頂き、考えをまとめる手助けをしてくれた小高正嗣さんにも、心からお礼を言いたいと思います。林祥介教授の鋭いコメントは、非常に有益でした。

太陽系物理学グループの橋元明彦教授、小笹隆司教授にも、研究面のみならず、いろいろな面で非常にお世話になりました。昨年度セミナーでびしびしと鍛えてくれた山本哲生教授、太陽系物理グループの院生だった人々にも、本当に感謝します。

そして、渡部研究室、林研究室の院生、学部生の皆様にはいつも心温まる励ましを頂きました。特に丸山奈緒美さん、奥山尚範さんには、お忙しいにもかかわらず立派な図 (p15, p48) をつくって頂きました。また高山歌織さんには、使える図 (p18) を頂きました。

この場を借りて、皆様にお礼を述べさせていただきます。

参考文献

- Baker, V. R., R. G. Strom, V. C. Gulick, J. S. Kargel, G. Komatsu, and V. S. Kale, 1991, *Nature*, **352**, 589-594.
- Carr, M. H., 1996, *Water on Mars* Oxford Univ. Press, New York.
- Gierasch, P. J., and O. B. Toon, 1973, Atmospheric Pressure Variation and the climate of Mars, *J. Atmos. Sci.* **30**, 1502-1508.
- Haberle, R. M., D. Tyler, C. P. McKay, and W. L. Davis, 1994, A model for the evolution of CO₂ on Mars, *ICARUS*, **109**, 102-120.
- Hoffman, P. F., A. J. Kaufmann, G. P. Halverson, and D. P. Schrag, 1998, A Neoproterozoic snowball earth, *Science*, **281**, 1342-1346.
- Kasting, J. F., 1991, CO₂ condensation and the climate of early Mars, *ICARUS*, **91**, 1-13.
- Kieffer, H. H., T. Z. Martin, A. R. Peterfreund, B. M. Jakosky, E. D. Miner, and F. D. Palluconi, 1977, Thermal and albedo mapping of Mars during the Viking Primary mission, *J. Geophys. Res.* **82**, 4249-4291.
- 久保亮五 編, 1961年, 大学演習 熱学・統計力学, 裳華房, pp 423-458.
- McKay, C. P., O. B. Toon, and J. F. Kasting, 1991, Making Mars habitable, *Nature*, **352**, 489-496.
- Nakajima, S., Y. Hayashi, Y. Abe, 1992, A study on the “Runaway Greenhouse Effect” with a one-dimensional radiative-convective Equilibrium model, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 2256-2266.
- Plaut, J. J., R. Kahn, E. A. Guinness, and R. E. Arvidson, 1988, Accumulation of sedimentary debris in the south polar region of Mars and implications for climate history,

ICARUS, **75**, 357-377.

Pollack J. B., J. F. Kasting, S. M. Richardson, and K. Polliakoff, 1987, The case for a wet, warm climate on early Mars, ICARUS, **71**, 203-224.

Stone, P. H., 1966, On non-geostrophic baroclinic stability, *J. Atmos. Sci.* **23**, 390-400.

Stone, P. H., 1966, A simplified radiative-dynamical model for the static stability for rotating atmospheres, *J. Atmos. Sci.* **29**, 405-418.

Stone, P. H., 1972, On non-geostrophic baroclinic stability : Part III. The Momentum and Heat Transports, *J. Atmos. Sci.* **29**, 419-426.

Thomas, P., S. W. Squyres, K. Herkenhoff, A. Howard, B. Murray, in Mars, H. H. Kieffer, B. M. Jakosky, C. W. Snyder, M. S. Matthews, Eds., Univ. of Ariz. Pres, Tucson, pp 767-798, 835-933, 1135-1180.

Zuber, M. T., D. E. Smith, S. C. Solomon, J. B. Abshire, R. A. Afzal, O. Aharonson, K. Fishbaugh, P. G. Ford, H. V. Frey, J. B. Garvin, J. W. Head, A. B. Iwanov, C. L. Johnson, D. O. Muhleman, G. A. Neumann, G. H. Pettengill, R. J. Phillips, X. Sun, H. J. Zwally, W. B. Banerdt, T. C. Duxbury, 1998, Observation of the north polar region of Mars from Mars Orbiter Laser Altimeter, *Science*, **282**, 2053-2060.