

ペブル集積による巨大惑星形成
Giant Planet Formation by Pebble Accretion

佐薙伽奈
Kana Sanagi

学籍番号：02162071

* * * * *

惑星宇宙グループ 倉本・鎌田研究室

指導教員：倉本圭 教授 鎌田俊一 准教授

* * * * *

2020年2月28日

目次

第 I 部	はじめに	5
第 II 部	ペブル集積を用いた巨大惑星形成の概要	6
1	現在の太陽系	6
2	惑星形成の標準モデル	6
3	標準モデルに基づく巨大ガス惑星の形成	8
3.1	コア集積シナリオ	8
3.2	コア集積シナリオの問題点	8
4	ペブル集積	10
4.1	動径移動によるペブルの供給	10
4.2	ペブルの形成	12
4.3	ペブルの集積	15
4.4	微惑星集積とペブル集積のコア集積速度比較	20
4.5	遷移質量までの成長における微惑星集積	21
4.6	惑星の動径移動	23
第 III 部	詳説ノート	28
1	固体とガスの運動速度	28
1.1	ガスの軌道速度の導出	28
1.2	サブケプラー速度	29
2	ストークス数	29
3	ペブルのサイズ決定	30
3.1	破碎障壁	30
3.2	跳ね返り障壁	31
3.3	動径移動障壁	32
4	円盤面のアスペクト比	33
4.1	スケールハイト	33

4.2	アスペクト比の導出	33
5	ストリーミング不安定	34
6	原始惑星の重力圏	35
6.1	Bondi 圏	35
6.2	Hill 圏	35
7	微惑星集積とペブル集積によるコア集積の比較	36
7.1	微惑星集積の表式	36
7.2	ペブル集積の表式	40
8	原始惑星の持つ離心率と傾斜角の影響	42
第 IV 部 まとめ		46
第 V 部 Johansen & Lambrechts (2017) 全訳		47
1	イントロダクション	47
1.1	原始惑星系円盤のパラメータ覚書	48
2	ペブルの成長と微惑星成長	50
2.1	相互付着によるペブル成長	50
2.2	ペブルサイズ	50
2.3	微惑星形成	52
3	微惑星集積	53
3.1	コア集積速度	53
3.2	微惑星の力学	53
4	ペブル集積	55
4.1	Bondi (流れ込み) 集積	56
4.2	Hill (シア) 集積	56
4.3	幾何学レジーム	59
4.4	解析的ペブル集積速度	59
4.5	Bondi から Hill 集積への変遷	61
4.6	離心率と傾斜角の影響	63
4.7	ペブル集積の停止	64

5	惑星成長の軌跡	64
5.1	惑星移動	65
5.2	ペブル, 微惑星, そしてガスの集積	65
5.3	巨大ガス惑星と巨大氷惑星の成長軌跡	66
5.4	遷移質量までの成長	68
5.5	広い軌道の系外惑星の成長軌跡	68
5.6	スーパーアースの成長軌跡	71
6	展望	72
	謝辞	75
	参考文献	76

要旨

巨大惑星の形成を効果的に促進するメカニズムとして、最近、ペブル集積が注目されている。巨大惑星形成はこれまで、微惑星集積によるコア集積シナリオによって理解されてきたが、惑星形成に時間がかかりすぎるという問題を抱えていた。そこで、コア集積速度を上げる有望なメカニズムとして提唱されたのがペブル集積—小石の集積—である。本論文では、ペブル集積について総論的に解説した Johansen & Lambrechts (2017) のレビューを行い、ペブル集積による巨大惑星形成の概要を理解することを目的とする。

Johansen & Lambrechts (2017) においては、微惑星集積とペブル集積の比較、ペブル集積の枠組みにおけるダスト成長から完全な惑星に至るまでの惑星形成の一連の流れ、そしてペブル集積を用いた惑星形成のシミュレーション結果が示されている。ペブル集積が効率的な集積を引き起こす要因は、「ペブルの運動がガスの影響を受けやすいこと」に集約される。微惑星の数 km サイズに対してペブルのサイズはおおよそ数 cm である。このような小さなペブルは、ダストの付着障壁により粒子の成長が止まることで効率的に生成される。ペブル集積においては、まずガス抵抗によりペブルの円盤内の動径移動が引き起こされ、原始惑星周囲に絶え間なく材料供給がなされる。そして原始惑星にペブルが接近するとガスがペブルの軌道変化を助けるように働き、微惑星集積の時に比べてより大きな衝突パラメータで入射してくるペブルも原始惑星に集積することができる。このようにペブル集積は、コア集積における物理を大きく変え、これまでの巨大惑星形成論において問題とされてきた「集積速度の遅さ」を著しく改善させるメカニズムである。実際に、ペブル集積に加えて惑星の動径移動を考慮した数値シミュレーションでは、太陽系の巨大惑星形成を上手く説明できそうな結果が得られた。

しかし、この一見素晴らしいペブル集積というメカニズムにも、まだ残された課題がある。まず、ペブル集積は半径約 1000 km 以上の原始惑星に対しては効率的だが、それより小さな原始惑星の成長においては微惑星集積の方が効率的となる。ペブル集積において高い集積速度を追い求めるならば、初期段階で微惑星が集積することは重要となる。すると、原始惑星系円盤においてはダストの付着障壁を乗り越えた微惑星をある程度の量生成しなければならない。このような成長は局所的なガス-ダスト間の流体学的不安定を引き金として起こると考えられるが、その詳細についてはこれから理解していくことが求められる。また太陽系外の惑星系においては、ペブル集積の速い成長速度を以てしても形成が間に合わないと思われるものや、逆に成長が速く進みすぎてスーパーアースがガス惑星化してしまうかもしれないものなどが見られる。このことから分かるように、ペブル集積は万能ではない。我々は惑星形成を支える他のメカニズムについて理解することも、併せて推し進めていく必要がある。

第 I 部

はじめに

本論文では、巨大惑星形成におけるメカニズムとして最近注目されているペブル集積について、Johansen & Lambrechts (2017) のレビューを行う。

今回注目するのは、太陽系の木星、土星、天王星、海王星のような巨大惑星の形成に係るメカニズムである。巨大惑星は、原始惑星系円盤で地球質量の数倍から数十倍にも及ぶ固体を集積してコアが作られ、このコアが星雲ガスを集積することで形成されたと考えられている。ガス集積に先立つコア集積はこれまで、ダストの重力不安定による収縮で生み出された数 km サイズの微惑星が、互いに衝突・合体を繰り返して成長していくというコア集積シナリオで理解されてきた。しかしこのシナリオでは、途中でコアの採餌領域が枯渇してしまうために集積速度が遅いということが課題だった。そこで、集積速度を速めるメカニズムの 1 つとして注目されたのが、ペブル集積である。ペブル集積を駆動する数 cm サイズの小さなペブル（小石）は、微惑星に比べてガスの影響を受けやすい。ペブルはガス抵抗により公転角運動量を失うため、円盤中心へ向けて動径移動する。この動径移動のために採餌領域には常にペブルが供給され、集積速度が下がることを防ぐ。またペブルはコアに集積される際にも、ガス抵抗の力を借りてペブル軌道を変化させ、コアに効率的に集積される。主に上記 2 つの理由により、ペブル集積は微惑星集積よりもコア集積速度を上げると考えられている。本論文では解析的に求められたそれぞれのコア集積速度を比較することで、ペブル集積をコア集積シナリオに用いることのメリットを明確に示した。また太陽系での大きな原始惑星によるペブル集積を想定する数値シミュレーションでは、太陽系の巨大惑星形成を上手く説明できるような結果を得ることを確認した。

一方、その他のシミュレーション結果では、コア集積の最初期においてはペブル集積は微惑星集積よりも非効率的であることや、太陽系外の惑星系においてはペブル集積だけでは形成が難しい惑星があることも示された。これらを見るに、ペブル集積は惑星形成を完全に理解できるたった 1 つの方法であるとは言えず、他のメカニズムに関しての理解を深めていくことも、これからのペブル集積の更なる研究に加えて必要となると考えた。

以上のようなペブル集積に関わる総論的な内容について、Johansen & Lambrechts (2017) を読んで再構成し、第 II 部に記した。続く第 III 部では、第 II 部で用いた解析結果の導出過程や、ペブル集積の理解に使える知識をまとめた。第 IV 部では Johansen & Lambrechts (2017) を読んで理解した内容と、今後の課題に触れている。その後、第 V 部には Johansen & Lambrechts (2017) の全訳を掲載した。

第II部

ペブル集積を用いた巨大惑星形成の概要

1 現在の太陽系

我々の住む太陽系には8つの惑星が存在しており、それぞれについて観測より表1のような特徴が分かっている。この特徴によって、惑星は大きく3つのグループに分けられる。最も内側の4つ—水星、金星、地球、火星—はサイズが小さく主に固体から成る岩石惑星、その外側の2つ—木星、土星—は最もサイズが大きく大量のガスを纏った巨大ガス惑星、そして最も外側の2つ—天王星、海王星—は巨大ガス惑星に次いで大きく少量のガスを纏った巨大氷惑星である*1（組成に関しては密度から予想される）。

本論文ではこのうち外側の4つ、巨大ガス惑星と巨大氷惑星のような巨大惑星の形成に注目する。これらの巨大惑星はどのようにして大量の物質を集積し、形成されたのだろうか。

表1 太陽系惑星の半径、質量、密度比較（理科年表 平成27年）

惑星	水星	金星	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星
半径 (km)	2,439	6,051	6,378	3,396	71,492	60,268	25,559	24,764
質量 (M_{\oplus})	0.06	0.82	1.00	0.11	317.83	95.16	14.54	17.15
密度 (10^3 kg m^{-3})	5.43	5.24	5.51	3.93	1.33	0.69	1.27	1.64

2 惑星形成の標準モデル

ここではまず、これまでに理解されてきた惑星形成の標準的なシナリオを紹介する。惑星系円盤の進化モデルとしては、原始太陽系星雲質量を約 $1M_{\odot}$ とする Cameron モデル (Cameron 1978) と、 $\frac{1}{100}M_{\odot}$ とする Safronov モデル (Safronov 1969), 京都モデル (Hayashi et al. 1985) がある*2。

Cameron モデルでは、重い原始太陽系星雲が重力分裂することにより直接惑星を形成するため、巨大な木星型惑星を容易に形成することができる。しかし、比較的low質量の地球型惑星や衛星の形成が明らかにできないことや、現在の太陽系を超過する分の質量をどのように失わせるかといった問題がある。これに対し Safronov モデルと京都モデルは、現在太陽系に存在する固体質量に進化の過程で散逸したと考えられるガス質量を加えただけの、最小質量円盤を考えている。現在太陽系の進化モデルとして広く受け入れられているのは後者の最小質量円盤であり、本論文でもこちらの考え方を採用する。

また Safronov モデルと京都モデルの違いは、微惑星が集積する環境においてガスの影響を考慮しているかという点である。Safronov モデルはガスのない環境における微惑星集積、

*1 岩石惑星は地球型惑星、巨大ガス惑星は木星型惑星、巨大氷惑星は天王星型惑星とも呼ばれる。

*2 ここでの星雲質量には、中心星（太陽）の質量を含んでいない。

京都モデルはガスが存在する環境における微惑星集積を想定しており、現在の木星型惑星が固体コアの周りに大量のガスを纏っていることを考えると、京都モデルの方が妥当であり、現在標準モデルとして受け入れられている。

標準モデルに基づく惑星形成シナリオを図1に示す。その流れを箇条書きにすると、次のようにまとめられる。

1. 分子雲（宇宙空間の水素密度が高い部分）がゆっくりと回転しながら収縮していく。
2. 動径方向には遠心力が働くためある大きさで収縮が止まるが、回転軸方向の収縮はそのまま進行し、ガスとダストからなる円盤ができる。
3. ダストに中心星からの引力と回転運動の遠心力が働き、その合力によってダストが円盤の中央面に沈殿する。
4. 円盤中央面のダスト密度が閾値を超えると重力不安定を起こし、ダストが数 km～数十 km の塊を形成する。この塊を微惑星と呼ぶ。
5. 微惑星同士が衝突・合体することで岩石惑星とガス惑星の固体コアが形成される。このようにして惑星が形成されたという説を微惑星仮説という。
6. ガス惑星の固体コアが周囲の星雲ガスを大量に集積し、ガス外層を獲得する。

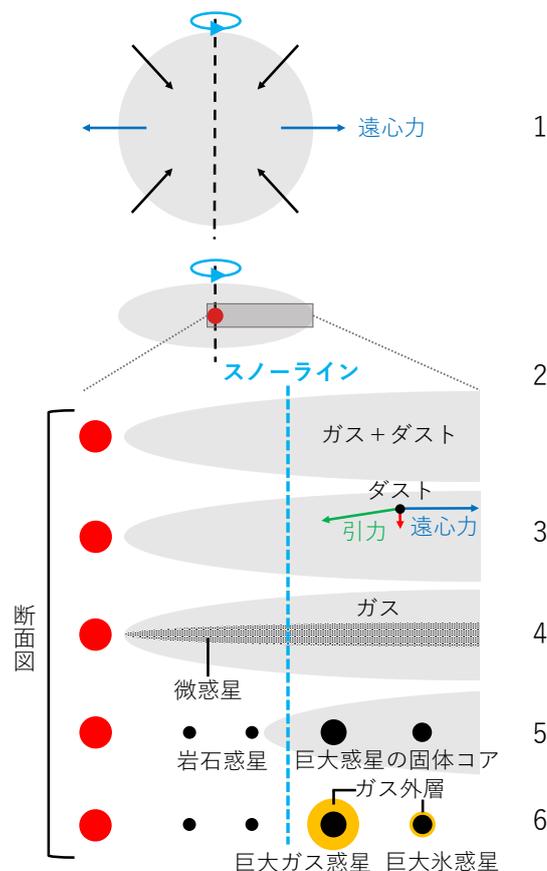


図1 原始太陽系星雲から惑星形成までの円盤進化の模式図（Fukui 2004 を元に作図）。

3 標準モデルに基づく巨大ガス惑星の形成

3.1 コア集積シナリオ

標準モデルにおける巨大ガス惑星の形成過程は、コア集積シナリオ (Mizuno 1980) に基づく。コア集積シナリオは以下のように、大きく 3 段階のステップで進行する (図 3)。

1. 原始惑星が採餌領域 (図 2 参照) の微惑星を取り込んで急激に成長し、微惑星をほとんど食い尽くす。
2. 採餌領域の微惑星が枯渇すると、原始惑星は微惑星をゆっくりと集積するようになる。そのため集積熱に由来する熱放射が減少し、周囲のガスが少しずつ集積するようになる。
3. やがてガス外層質量が固体コア質量を越える ($M_{XY} > M_Z$) と外層の自己重力が強まり、暴走ガス集積を起こす。

コア集積シナリオは、惑星の観測事実のいくつかを上手く説明することができる。まず、巨大ガス惑星はその 10% 程の質量の固体成分を有し、その質量は惑星中心に集中しているということが分かっている (Wahl et al. 2017)。これに対して惑星系円盤の材料となる星雲はガス成分と固体成分が混じり合っており、そのうち固体が占める割合は約 1% だったと考えられている。ここから Cameron モデルのように星雲が重力収縮して惑星が形成されたとするならば、惑星全体に対する固体比は星雲と同じ 1% を保持しており、惑星内でガスと固体は混じり合ったままだったと思われる (ただし、惑星形成後の進化で固体が中心へ沈殿する可能性はある)。一方コア集積シナリオでは先に固体成分を集めたコアを形成し、その周りにガスを集積するため、観測結果と整合的な惑星を得ることができる。

また、1 節に示したような岩石惑星、巨大ガス惑星、巨大氷惑星のサイズの違いについても上手く説明がつく。円盤のスノーラインよりも外側では氷も固体コアの材料とすることができること、軌道半径が大きければそれだけ採餌領域 (図 2 参照) も大きくなることから、軌道が外側になるほど原始惑星は大きく成長する。このためスノーライン内側で形成した小さな原始惑星はそのまま岩石惑星となり、外側の大きな原始惑星は自己重力で周囲の星雲ガスを取り込んで巨大ガス惑星となる。ただし惑星の成長は円盤外側に行くほど遅くなるため、最も外側軌道の原始惑星がガスを集積できる質量に達した頃には、ガスは散逸もしくは内側の巨大ガス惑星による集積でほとんど残されておらず、ガス外層が希薄な巨大氷惑星となる。

3.2 コア集積シナリオの問題点

コア集積シナリオは 3.1 節に示した各段階のうち 2 段階目に長い時間を費やすため、惑星形成に時間がかかりすぎるといった問題点を抱えている。Nakagawa et al. (1982) の数値シミュレーションによれば、木星コアは 1000 万年、海王星コアは 46 億年かけてようやく

10^{24} kg ($\frac{1}{6}M_{\oplus}$) まで成長する。海王星は太陽系年齢（46 億年）のうちに形成することが明らかに不可能であるし、太陽系の星雲ガスは 1000 万年ほどで散逸してしまう（Hayashi et al. 1985）ため、この時点で 10^{24} kg の木星コアはガス外層を獲得することができない。このように、ここまで述べてきたコア集積シナリオのみで太陽系の惑星形成を説明することは難しい。この問題を解決しコア集積シナリオを改善するためには、惑星成長を早めるようなメカニズムが必要とされる。

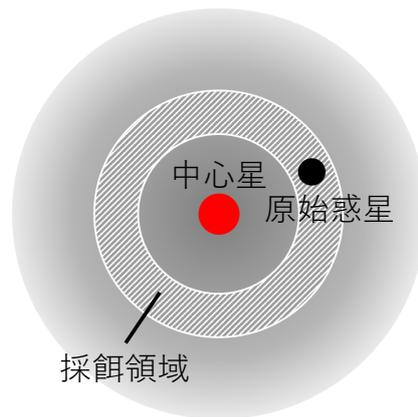


図2 原始惑星系円盤を回転軸方向から見た図。微惑星集積における採餌領域を白い斜線の網掛けで示した。

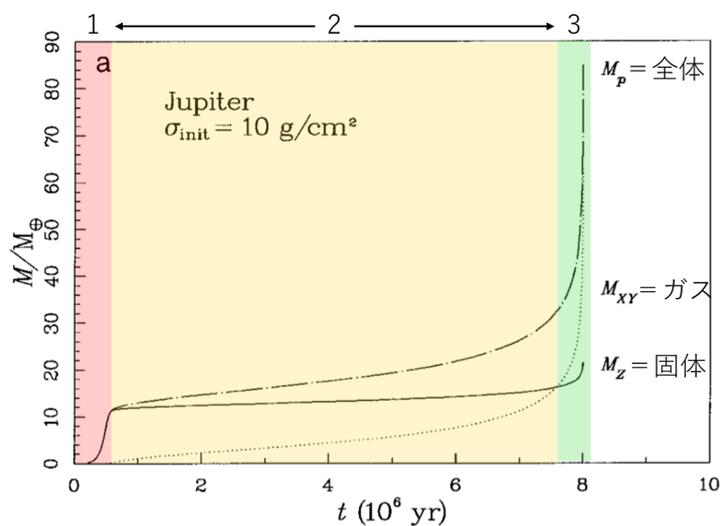


図3 コア集積シナリオに基づく惑星形成シミュレーション (Pollack et al. 1996)。グラフは時間経過に伴う惑星質量の変化を表しており、実線 M_Z は固体コア質量、点線 M_{XY} はガス外層質量、破線 M_P は固体とガスを合わせた全体質量を示す。このシミュレーションは原始惑星系円盤の初期表面密度を $\sigma_{\text{init}} = 10 \text{ g/cm}^2$ と見積もっており、この値は京都モデルの最小質量原始惑星系円盤から算出される値の約 4 倍である。なお、グラフ中の色付き領域 1~3 はそれぞれ 3.1 節で示したコア集積シナリオの段階 1~3 に対応している。コア集積シナリオ全体にかかる時間は、律速段階となっている 2 段階目によって決まる。

4 ペブル集積

巨大惑星コアの固体集積速度を高めるメカニズムの1つとして最近注目されているのが、ペブル集積である。微惑星集積は数 km から数十 km サイズの微惑星の衝突を想定するのに対し、ペブル集積は数 mm から数 cm サイズのペブル（小石）が集積することを想定する。

ペブル集積を理解するためには、以下の3つの項目を把握する必要がある。

- ペブルの採餌領域への供給
- 円盤におけるペブルの形成
- 原始惑星へのペブルの集積

この節では Johansen & Lambrechts (2017) のレビューを行い、これらの項目について整理する。また、微惑星集積との比較も行う。

4.1 動径移動によるペブルの供給

ペブルは通常の採餌領域からだけではなく、原始惑星軌道よりも外側の円盤から円盤中心に向かって移動してくることによってももたらされる（図 4）ため、集積速度は微惑星集積の場合よりも速くなり得る。このようなペブルの動径移動はどのように引き起こされるのだろうか。円盤の動径方向、特に外側から中心へ向かう方向にペブルが移動するメカニズムを見ていこう。円盤内では、ペブルは遠心力 $m\frac{v_K^2}{r}$ と太陽引力 $m\frac{GM_\odot}{r^2}$ が釣り合った、ケプラー速度 v_K にほぼ従って*3運動している。ここで、 m はペブルの質量、 r はペブルの軌道半径、 G は重力定数である。それに対してガスは、中心星に近いほどガス密度が高いため外向きの圧力傾度力を受けており、これと遠心力、太陽引力の釣り合いによってケプラー速度よりも遅い速度で運動している。ケプラー速度とガス速度の差をサブケプラー速度 Δv とすると、ダストは星雲ガスから Δv の向かい風を受ける。そのガス抵抗により公転角運動量を徐々に失う。このため、ペブルは円盤中心に向かって落ち込むように軌道を変化させる。こうしてペブルは円盤の外側から中心へ向かうように動径移動し、原始惑星を成長させることができる。なお、サブケプラー速度などに関する詳しい計算は、第 III 部 1 節を参照して欲しい。

動径移動速度は、粒子サイズによって変化する。図 5 は 1 AU における粒子の軌道が円盤内側へ落ち込んでいく特徴的時間 τ を粒子サイズごとに表したものである。円盤のガス密度は 10^{-10} g/cm³ 程度と考えられているのでそのグラフ（青色でマークしてある）に注目すると、粒子の動径移動速度は数 m ほどのサイズで最大となる。それよりも大きな粒子では軌道変化は小さくなっていく。これは慣性が質量つまり半径の 3 乗に比例して大きくなるのに対し、ガス抵抗力は半径の 2 乗に比例するため、半径が大きいと慣性運動が卓越するようになるためである。一方小さな粒子ほどガスに追従して運動するようになってしまいうた

*3 実際にはガス抵抗などを受けるため、ケプラー速度よりも若干遅い。

め、ガスの軌道から外れて内側へ落ち込むことが難しく、こちらも動径移動速度は遅くなる。ここでペブルの特征的サイズ（数 mm～数 cm，赤で網掛け）と微惑星の特征的サイズ（数 km～数十 km，緑で網掛け）における動径移動速度に注目すると、ペブルは動径移動しやすく、微惑星はしにくいことが分かる。これが、微惑星集積では重視していなかった動径移動による惑星材料の供給をペブル集積で考慮する理由である。

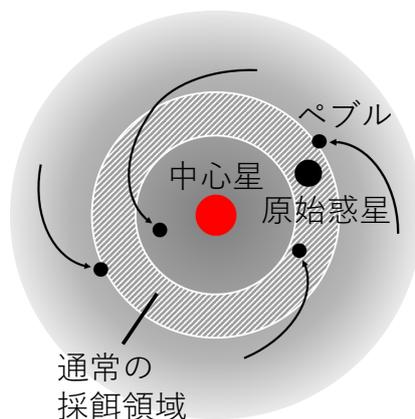


図4 原始惑星系円盤を回転軸方向から見た図。通常の原始惑星周辺に広がる採餌領域以外に、外側円盤からもペブルが供給される様子を模式的に表した。

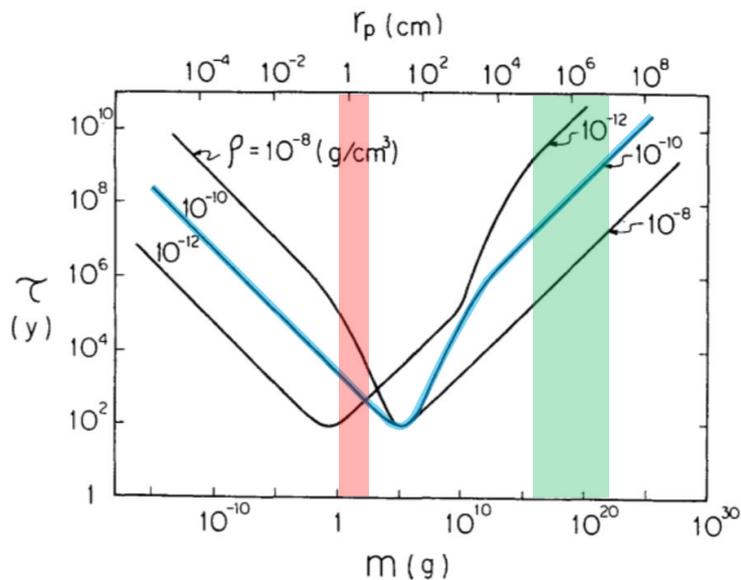


図5 1 AU における粒子軌道の減衰時間 τ (Adachi et al. 1976)。横軸には粒子半径 r_p または粒子質量 m をとる。3本の曲線はそれぞれ異なるガス密度における減衰時間を示し、円盤の典型的なガス密度と考えられている 10^{-10} g/cm³ に青色でマークしてある。また赤の網掛けはペブルの特征的サイズである数 mm～数 cm，緑の網掛けは微惑星の特征的サイズである数 km～数十 km サイズを示す。

4.2 ペブルの形成

このような動径移動に適したサイズの小さなペブルは、円盤内でどのように生成されるのだろうか。ペブルは円盤中のダストが相互付着を繰り返すことで成長していく。ダストの付着が何らかの要因により妨げられるとペブルの成長が止まり、それによってペブルのサイズが決まる。現在、ダストの成長障壁として認識されているのは以下の3つである。

1. 破碎障壁：粒子同士が高速度でぶつかり、衝撃で壊れてしまうようになる。
2. 跳ね返り障壁：粒子同士が高速度でぶつかり、跳ね返ってしまうようになる。
3. 動径移動障壁：ペブルの動径移動タイムスケールがペブルの成長タイムスケールよりも短くなり、成長する前にペブルが中心星へと落ちてしまう。

ペブルは付着成長して粒子半径 R が大きくなるにつれて衝突速度 ($v_c = \sqrt{3}\sqrt{\alpha}\sqrt{\text{St}c_s} \propto \sqrt{R}$ ：第 III 部 3.1 節参照) は高くなり、動径移動タイムスケール ($\frac{r}{\dot{r}} \approx \frac{r}{2\text{St}\eta v_K} \propto R^{-1}$ ：第 III 部 3.3 節参照) は短くなる (なお St ：ストークス数は後述するように R に比例する)。このため、ペブルは付着成長していくといずれかの付着障壁に直面して成長が止まる。よって、ペブルが最初に達した障壁によってペブルサイズが決定される。

そこで、各付着障壁に達するときの粒子サイズを、円盤内の場所ごとに比較してみよう。すなわち、惑星形成が始まる前の原始惑星系円盤においては、どこでどのくらいのサイズのペブルが形成するかを考える。場所依存性については、円盤構造が方位角方向には一様であると考えて、軌道半径依存性と読み替える。サイズ指標としてストークス数 St (第 III 部 2 節参照) を用いると、各障壁に対応するストークス数は以下のように表せる (Johansen & Lambrechts 2017 及び第 III 部 3 節参照)。

$$\text{St} = 0.015 \left(\frac{\alpha}{10^{-3}} \right)^{-1} \left(\frac{u_f}{10 \text{ m s}^{-1}} \right)^2 \left(\frac{H/r}{0.05} \right)^{-2} \left(\frac{r}{\text{AU}} \right) \quad (\text{破碎障壁}) \quad (\text{II-1})$$

$$\begin{aligned} \text{St} = & 3.7 \times 10^{-6} f_g^{-3/4} \left(\frac{a_0}{\mu\text{m}} \right)^{1/4} \left(\frac{F_{\text{roll}}}{8.5 \times 10^{-10} \text{ N}} \right)^{1/4} \\ & \times \left(\frac{\rho}{3500 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{1/2} \left(\frac{\alpha}{10^{-3}} \right)^{-1/4} \left(\frac{H/r}{0.05} \right)^{-1/2} \left(\frac{r}{\text{AU}} \right) \quad (\text{跳ね返り障壁}) \quad (\text{II-2}) \end{aligned}$$

$$\text{St} = 0.53 \left(\frac{\Delta v}{50 \text{ m s}^{-1}} \right)^{-1} \frac{\Sigma_p/\Sigma_g}{0.01} \left(\frac{r}{\text{AU}} \right)^{-1/2} \quad (\text{動径移動障壁}) \quad (\text{II-3})$$

これらの式の各変数に、以下に示す典型的な値を代入する。

- 乱流粘性を表す無次元量 $\alpha = 10^{-3}$
- ペブルの臨界破碎速度 $u_f = 10 \text{ m s}^{-1}$ ：実際は空隙率とインパクトター・ターゲット間の相対サイズの複雑な関数である (Wurm et al. 2005) が、ここでは単純に不変の値とする (Johansen & Lambrechts 2017)。
- 円盤面のアスペクト比 $H/r = 0.05$ ：第 III 部 4 節参照。ここでは完全な放射伝達モデ

ルにおける，円盤進化の最初の数百万年の間の内側円盤を想定した値 (Bitsch et al. 2015) を採用する。

- 標準分布に対応するガス柱密度のパラメータ表示 $f_g = 1$: 若い原始惑星系円盤を想定した値 (Bitsch et al. 2015) を採用する。
- 衝突してくる粒子のサイズ $a_0 = 1\mu\text{m}$: ここではダストを想定する。
- 粒子を他の粒子表面で転がすのに必要な力 $F_{\text{roll}} = 8.5 \times 10^{-10} \text{ N}$
- 粒子の内部密度 $\rho_p = 3500 \text{ kg s}^{-3}$: ここでは岩石を想定する。
- サブケプラー速度 $\Delta v = 30 \text{ m s}^{-1}$: 円盤内の広い領域においてほぼ一定の値をとる (Bitsch et al. 2015) ことを想定する。
- ペブルとガスの柱密度比 $\Sigma_p/\Sigma_g = 0.01$

すると，各障壁に対応するストークス数は，それぞれの式の末尾の軌道半径 r のみに依存するように整理できる。このストークス数の軌道半径依存性を図 6 に示した。図 6 を見ると跳ね返り障壁のストークス数が最も小さく，全域において跳ね返り障壁によってペブルサイズが決定するかのように見える。ただし，スノーラインの外側で固体成分として存在する氷粒子は，ケイ酸塩よりも高い表面エネルギーを持つため衝突による圧密がほとんど起きず，破碎障壁と跳ね返り障壁は実際には効かなくなると見られている。これは，ふわふわした綿のようなものにボールがぶつかってきたとしても，それによって綿が碎けてしまったりボールが跳ね返されたりしないというイメージで理解できるだろう。このため，円盤の多くを占めるスノーラインの外側では動径移動によってのみ成長が制限されることとなる。こうして得られたペブルサイズ決定時のストークス数を粒子半径に直すと数 cm 程度となり，原始惑星系円盤の光学的観測に基づくペブルサイズ (Testi et al. 2003) と一致する。

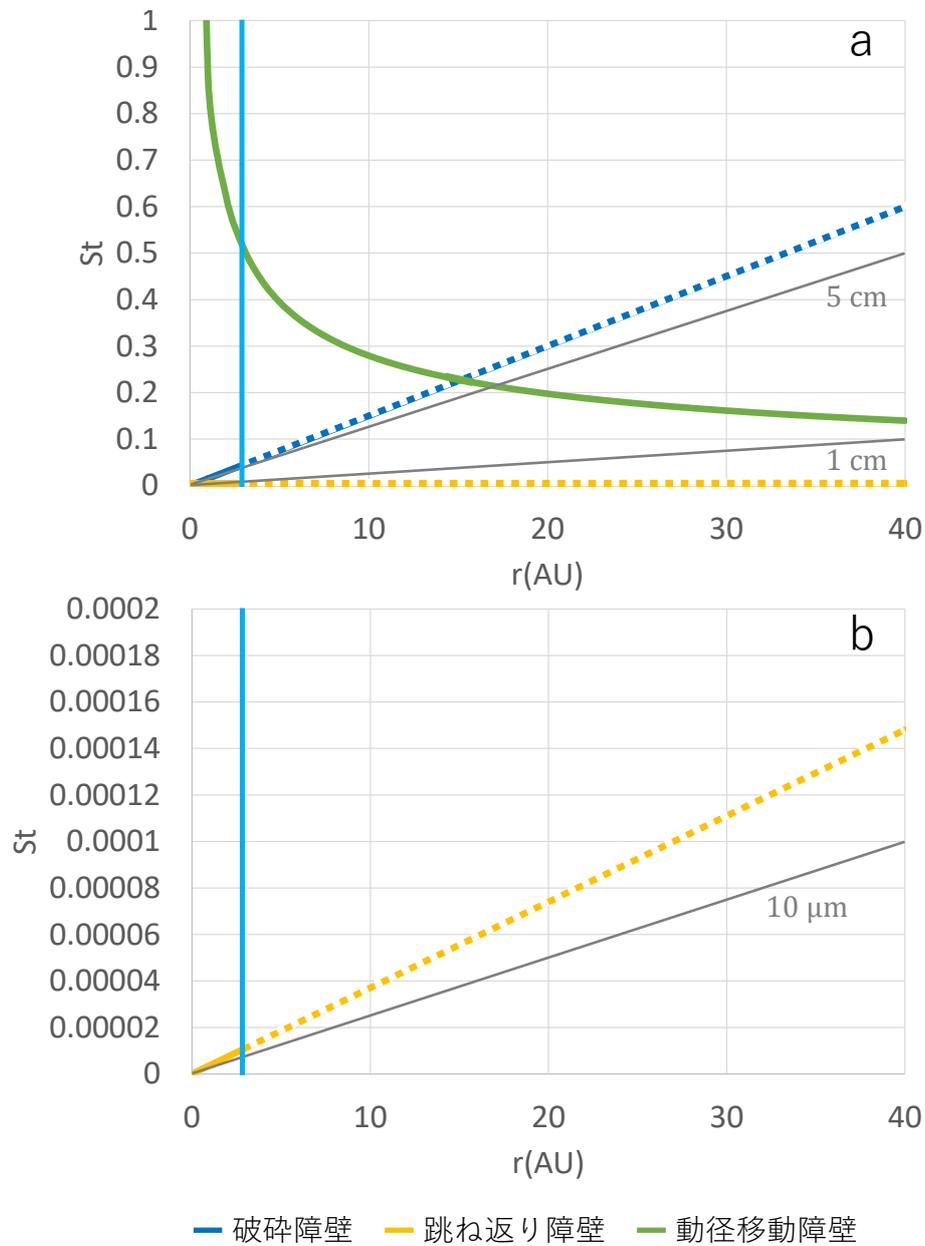


図6 各付着障壁に達した時点のストークス数の軌道半径依存性。パネルbはaの $St \leq 0.0002$ について拡大したものである。ストークス数は Johansen & Lambrechts (2017) 及び第 III 部 2 節での計算結果を用いている。ストークス数は粒子のサイズ指標となっており、例として $10 \mu\text{m}$, 1 cm , 5 cm の粒子半径に対応するストークス数を図中に示した。約 3 AU の水色の直線はスノーラインを表し、この外側では破碎障壁と跳ね返り障壁は効かないため、これらのグラフは破線で示してある。このため、スノーライン外側では動径移動障壁によってペブルサイズが決まる。一方、スノーラインの内側においては跳ね返り障壁によってペブルサイズは十数 μm に決まることになり、このサイズはペブルと呼ぶにはあまりにも小さい。しかしペブルは動径移動で外側円盤からもたらされる上、そもそも巨大惑星の成長速度を上げるメカニズムを考えているので、巨大惑星形成にあまり関係しないスノーライン内側において数 cm サイズのペブルが上手く形成しないことについては、ここでは深く触れないこととする。

4.3 ペブルの集積

このペブルは動径移動によって原始惑星の周りに到達した後、どのように集積されて惑星を成長させていくのだろうか。4.2 節で説明したペブル形成とは別に、ダストの一部はストリーミング不安定（第 III 部 5 節参照）とそれに続く自己重力崩壊で付着障壁を乗り越え、数 km サイズの微惑星を形成する。この微惑星にペブルが集積し始め、集積が進むにつれて集積速度を決める主な物理が変化していく。この節ではペブル集積の変遷を、順を追って見ていこう。

4.3.1 幾何学レジーム

最初期の集積を司る幾何学レジームは、ペブル軌道の変化におけるガスの影響を無視できるときの集積レジームである。ペブルは集積天体重力圏を通過する間にガス抵抗を受けると、ブレーキがかかりながら天体に向かって引っ張られることになるため、天体に向かって落ち込むように軌道が変化する。しかし質量が小さい微惑星では重力圏も小さくなり、それを通過する間に受けるガス抵抗による力積も微々たるものとなる。この場合、ガスの影響によるペブルの軌道変化は無視でき、ペブル集積の初期ではガスの影響は考えずに、微惑星の断面積に入射してきたペブルが集積するものと考えられる。このような集積レジームを幾何学レジームと呼ぶ。このとき図 7 のように、微惑星にはほぼ正面から入射してくるペブルが衝突するのは当然だが、少し軌道がずれて赤い範囲を通るペブルでも重力フォーカシング（重力による軌道の捻じ曲げ）を受けることで微惑星に衝突することができる。とは言え、微惑星の物理半径とその周囲少しを通過するペブルしか集積できない幾何学レジームは、かなり非効率的なレジームである。微惑星が成長して重力圏が広がってくると、ガス抵抗の影響が顕著な集積レジームへ変化していく。

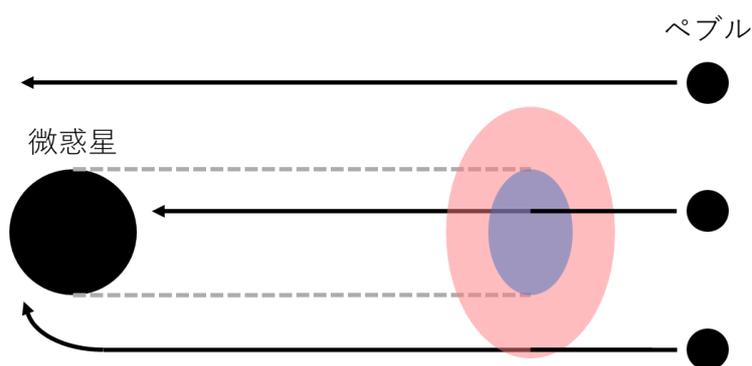


図 7 幾何学レジームによるペブル集積の模式図。

4.3.2 Bondi レジーム

幾何学レジームである程度大きく成長した固体天体は、数 km サイズの微惑星とは区別できるほどの大きさ（Bondi レジーム遷移の時点で約 40 km）になっているので、ここからは原始惑星と呼ぶことにする。原始惑星では重力圏が大きくなっているために、その中で十分なガス抵抗を受けたペブルも集積するようになる。このとき、原始惑星に入射してくるペブルの相対速度がどのように決まるかで、ガスの影響を考慮する集積レジームは更に 2 つに分けることができる。

まず、原始惑星とペブルの相対速度がケプラー速度とガス速度の差、すなわちサブケプラー速度で決まるときの集積レジームを Bondi レジーム（第 III 部 6.1 節を参照）という。原始惑星はガスの影響を受けにくいいためほぼケプラー速度で運動するのに対し、ペブルはガスの影響を受け運動がガスの運動に近づく。これらの差が相対速度となるが、これはサブケプラー速度で近似できる（図 8）。

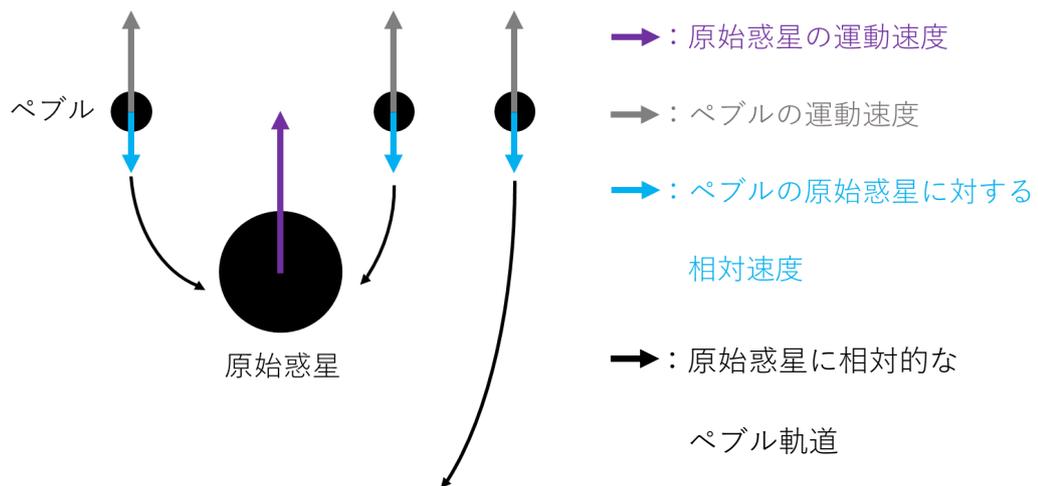


図 8 Bondi レジームによるペブル集積の模式図。

4.3.3 Hill レジーム

原始惑星の重力が更に強まるとペブルの集積は円盤内の広い範囲から起きようになり、相対速度の決まり方が変わって新たな集積レジームに従うようになる。原始惑星はケプラー速度、ペブルはガス速度で運動するというのは Bondi レジームと同じだが、相対速度に公転速度の軌道半径依存性を考慮する点異なる。原始惑星の軌道半径を r_{planet} 、ペブルの軌道半径を r_{pebble} とすると、原始惑星の軌道速度は $v_K(r_{\text{planet}}) = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r_{\text{planet}}}}$ 、ペブルの軌道速度

は $v_g(r_{\text{pebble}}) = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r_{\text{pebble}}}} - \Delta v$ と書けて、これらの差は以下のように書ける。

$$\delta v = \left(\sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r_{\text{planet}}}} - \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r_{\text{pebble}}}} \right) + \Delta v \quad (\text{II-4})$$

このうち、 $\sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r_{\text{planet}}}} - \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r_{\text{pebble}}}}$ は軌道半径の差による速度差を表し、これをケプラーシアと呼ぶ。Bondi レジームの場合には軌道半径の差が小さく、 $r_{\text{planet}} \approx r_{\text{pebble}}$ すなわちケプラーシアが 0 として計算できたため相対速度 δv は単にサブケプラー速度 Δv と考えることができた。しかし原始惑星の重力圏の広がりが大きくなるとケプラーシアの影響が無視できなくなり、ケプラーシアがサブケプラー速度の大きさを越えると相対速度はケプラーシアによって決定されるようになる。このときの集積レジームを Hill レジーム（第 III 部 6.2 節を参照）と呼ぶ（図 9）。

ここで、Bondi レジームと Hill レジームによって集積する粒子の軌跡を比べてみよう。図 10 は、左図が Bondi レジームによる集積、右図が Hill レジームによる集積における粒子軌道を表している。どちらも図の中心が原始惑星の位置で、原始惑星の進行方向は上、円盤中心は左方向である。Bondi レジームの場合、ペブルは原始惑星よりも内側軌道か外側軌道かに関わらず図の上方からサブケプラー速度 Δv で入射してくるため、ペブルの軌跡は左右対称になっている。Hill レジームの場合、内側軌道では下方から、外側軌道では上方からケプラーシアで入射しており、ケプラーシアは原始惑星から離れるほど大きな値をとる。こちらではペブルの軌跡は原始惑星を中心として点対称になっている。また線の色はガスの影響の違いを示しており、特に赤（中程度）とオレンジ（強い）の線を比較すると、ガスの影響による軌跡の差が良く分かる。このことから、Bondi レジームと Hill レジームがガスの影響を考慮した集積レジームであるということが確認できる。

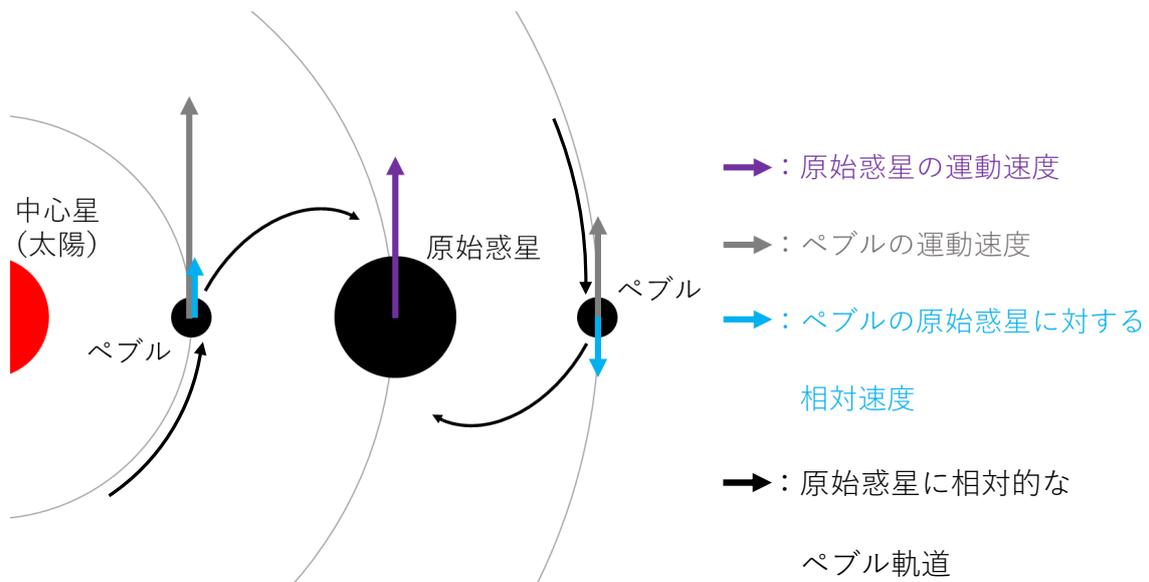


図 9 Hill レジームによるペブル集積の模式図。

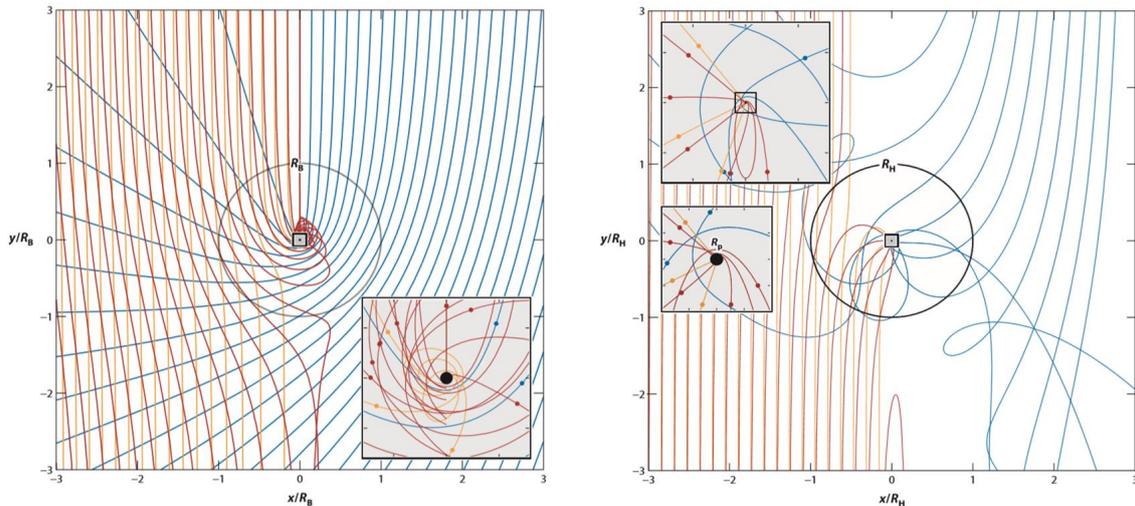


図10 (左) Bondi レジームにより集積されるペブルの軌跡 (右) Hill レジームにより集積されるペブルの軌跡 をそれぞれ表す (Johansen & Lambrechts 2017)。原始惑星の進行方向は上、円盤中心方向は左である。図の中心の原始惑星を固定し、Bondi レジームでは全てのペブルが上方からサブケプラー速度で、Hill レジームでは内側軌道は下方から、外側軌道は上方から原始惑星との軌道半径差に応じたケプラーシアで入射してくる。また線の色は、赤が原始惑星に最適に集積される程度にガスの影響を受けるペブル、オレンジがガスの影響が大きくガスに追従する性質が強いペブル、青がガスの影響を受けにくいペブルである。またどちらの図も、左半分はガスの影響が強いペブル、右半分はガスの影響が弱いペブルの軌道を表しており、実際のペブル軌道は原始惑星よりも内側と外側の場合で対称 (Bondi: 線対称 Hill: 点対称) となっている。なお、図はそれぞれ Bondi 半径と Hill 半径で規格化されており、Hill 半径の方が大きいいため2つの図は異なるスケールで表されていることに注意して欲しい。

4.3.4 ペブル集積の停止

ここまで原始惑星はペブルを集積して成長を続けてきたが、この成長は外側円盤からのペブルの供給の停止によって終わりを迎える。4.1 節で説明したように、ペブルの動径移動は、ペブルがケプラー速度よりも低速で運動するガスから抵抗を受けるために生じる。このようにガスの運動速度が遅くなるのは、円盤内のガス密度分布が円盤中心から離れるに従って単調減少しており、ガスに外向きの圧力がかかっているためである。ところが、原始惑星の成長が進んで周囲のガスを大量に集積するような巨大コアが形成すると、このガスを集積した巨大惑星周辺のガス密度が低くなり、図11のようにガス密度の単調減少の曲線の中にギャップを生む。このギャップのエッジ部分は圧力こぶになっており、圧力勾配が0になるためガスは外向きの圧力傾度力を受けなくなる。するとこの部分においてガスはペブルと同じケプラー速度で運動するようになるため、ペブルはガス抵抗を受けず動径移動もしなくなる。こうして圧力こぶより内側円盤へはペブルが供給されなくなり、ペブル集積によるコア集積が停止する。

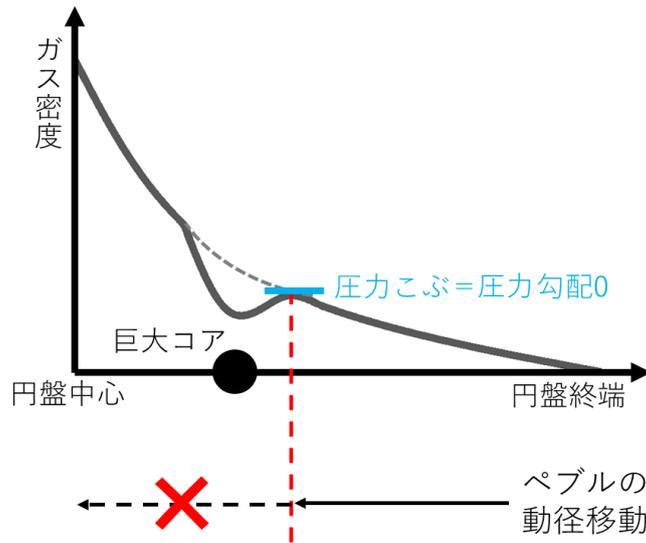


図 11 ペブル集積が停止する状況の模式図。グラフはガス密度の円盤動径方向の変化を示したもので、巨大コアの近くにおいてはもとのガス密度（破線）よりも低くなってギャップができています。ギャップのエッジ部分ではガス密度の傾きが0になる点が存在し、ペブルはこれを越えて動径移動することができない。

4.3.5 集積の変遷

ここまで説明してきた各段階におけるペブル集積を、原始惑星質量と対応させて整理してみよう。まず、ストリーミング不安定とそれに続く自己重力崩壊で微惑星が形成する。微惑星はまだ重力が小さいため幾何学レジームによってペブルを集積するが、その後微惑星が成長して重力が大きくなる（具体的には Bondi レジームの重力半径が微惑星の物理半径を越える）と Bondi レジームに移行し始める。この時の原始惑星質量は約 $10^{-7}M_{\oplus}$ 、半径は 40 km である。また、原始惑星は更に成長して集積領域を広げていき、最初サブケプラー速度で決まっていた原始惑星とペブルの相対速度がケプラーシアによって決まるようになる。ここで集積レジームは Hill レジームに切り替わり、この Bondi-Hill レジーム間の遷移質量 M_t は約 $2 \times 10^{-3}M_{\oplus}$ 、対応する半径は 1,160 km である。そして最終的に、円盤のガス密度にギャップを形成するほどの巨大コアに成長すると、ペブル集積は停止する。なお、各レジーム間の遷移質量については第 III 部 7.2 節で計算しているので、そちらを参照して欲しい。

図 12 に、原始惑星に集積するペブル軌道に質量密度を割り当てこれらを合計することで得られたペブル集積速度 (Measured) と、各レジームによるペブル集積速度を共に示している。この数値シミュレーションによると、 $10^{-4}M_{\oplus}$ までの集積は Bondi レジームよりも重力フォーカシングによって支配される。この時点の原始惑星はガスの影響を受ける間にペブル軌道を変化させられるような重力圏を持っているもののその強さはまだ十分でなく、Bondi レジームによる集積は非効率的であるためだ。図 12 には、これを踏まえて原始惑星の質量増加に伴う集積レジームの変化を改めてまとめた。 $10^{-4}M_{\oplus}$ を超え、遷移質量 M_t ま

では Bondi レジームに、その後は Hill レジームに良く従っている。このため、ここまでで考えてきたペブルの集積レジームの理論は、実際に数値シミュレートされたペブル集積による成長を良く説明するものだと言える。

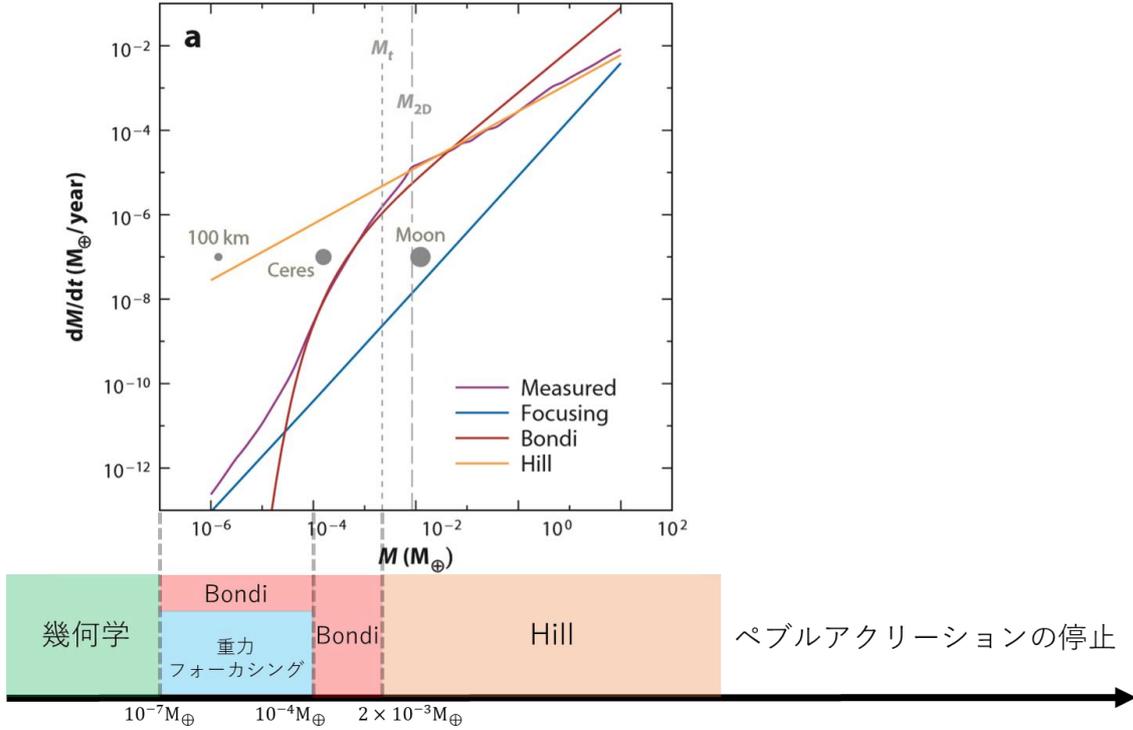


図 12 グラフは原始惑星質量の関数としてのペブル集積速度 (Johansen & Lambrechts 2017) で、その下部にペブルの集積レジームの変遷を書き加えた。なお、ペブルサイズは 10 cm としている。グラフの線はそれぞれ数値シミュレーションによって得たもの (紫) と、重力フォーカシングレジーム (青)、Bondi レジーム (赤) そして Hill レジーム (オレンジ) を表す。

4.4 微惑星集積とペブル集積のコア集積速度比較

コア集積速度を上げるためのメカニズムとしてペブル集積を取り上げてきたが、ここで微惑星集積とペブル集積ではどのくらい集積速度に差が出るのかを確かめてみよう。それぞれのコア集積速度は、以下のように表せる。

$$\frac{dM}{dt} \approx 3.8 M_{\oplus} \text{ Myr}^{-1} f_{\text{pla}} \left(\frac{M}{M_{\oplus}} \right)^{2/3} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{-1.5} f(\zeta) \quad (\text{微惑星集積}) \quad (\text{II-5})$$

$$\frac{dM}{dt} = 210 M_{\oplus} \text{ Myr}^{-1} f_{\text{p}} \left(\frac{M}{M_{\oplus}} \right)^{2/3} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{-0.5} \quad (\text{ペブル集積}) \quad (\text{II-6})$$

ただし、微惑星集積の場合の表式はガスの影響を受けにくい微惑星の重力フォーカシングを含む幾何学レジームでの集積速度 (式 (V-19)) を、ペブル集積の場合の表式は遷移質

量以降の多くの質量集積を司る Hill レジームによる集積速度（式 (V-34)）を Johansen & Lambrechts (2017) より引用している（詳しい計算は第 III 部 7 節を参照）。ここで M は原始惑星質量， f_{pla} , f_{p} はそれぞれペブルと微惑星の標準的な分布に対する柱密度のパラメータ表示， r は原始惑星の軌道長半径， $f(\zeta)$ は微惑星の集積レジーム（Bondi か Hill）を反映する項である。巨大惑星モデルにおいて $f_{\text{pla}} = 0.2$, $f_{\text{p}} = 0.4$ とし，5 AU（おおよそ木星軌道）における $1M_{\oplus}$ の原始惑星の集積速度を計算した場合，微惑星集積では約 $0.76M_{\oplus}\text{Myr}^{-1}$ ，ペブル集積では約 $84M_{\oplus}\text{Myr}^{-1}$ となり，その差は約 110 倍である。また軌道半径に対する変化を比較すると，微惑星集積による集積速度は $r^{-1.5}$ で急激に減少するのに対し，ペブル集積による集積速度は太陽から離れるにつれて $r^{-0.5}$ で少しずつしか減少しない。すなわちペブル集積でなら，外側の軌道で形成される巨大ガス惑星の固体コアについても比較的速い速度で成長することが可能となる。

4.5 遷移質量までの成長における微惑星集積

このように集積速度を比較すると，微惑星集積は惑星形成においてあまり役に立たないように見える。しかし，実はペブル集積による惑星形成においても，一部の段階では微惑星集積を取り入れた方が成長速度を速められると考えられる。その段階とは，ストリーミング不安定で誕生した微惑星から遷移質量 M_{t} までの成長過程である。この間の成長は幾何学レジームと Bondi レジームによるが，これらは 4.3 節でも述べたように，質量の小さな微惑星を集積天体とするときには非常に非効率的である。

そこで，ペブル集積以外の集積過程も含めた数値シミュレーション例を見ながら，微惑星の効率的な成長を検討する。図 13 では，Bondi レジームが良く効きペブル集積が効率的となるペブルモデル（赤）と，微惑星集積が良く効く微惑星モデル（青）による成長軌跡を比較した。大ドットは 100 万年，小ドットは 20 万年ごとに打ってあるため，ドットの数でおおよその経過時間が分かる。円盤の内側の方ではモデルによって大きな差は見られないが，外側に行くにつれてペブルモデルでの成長の方が明らかに長い時間を要している。このように，ペブル集積による巨大惑星形成を考える上でも，特にその初期の遷移質量までの成長を促進するためには微惑星集積が重要となる。

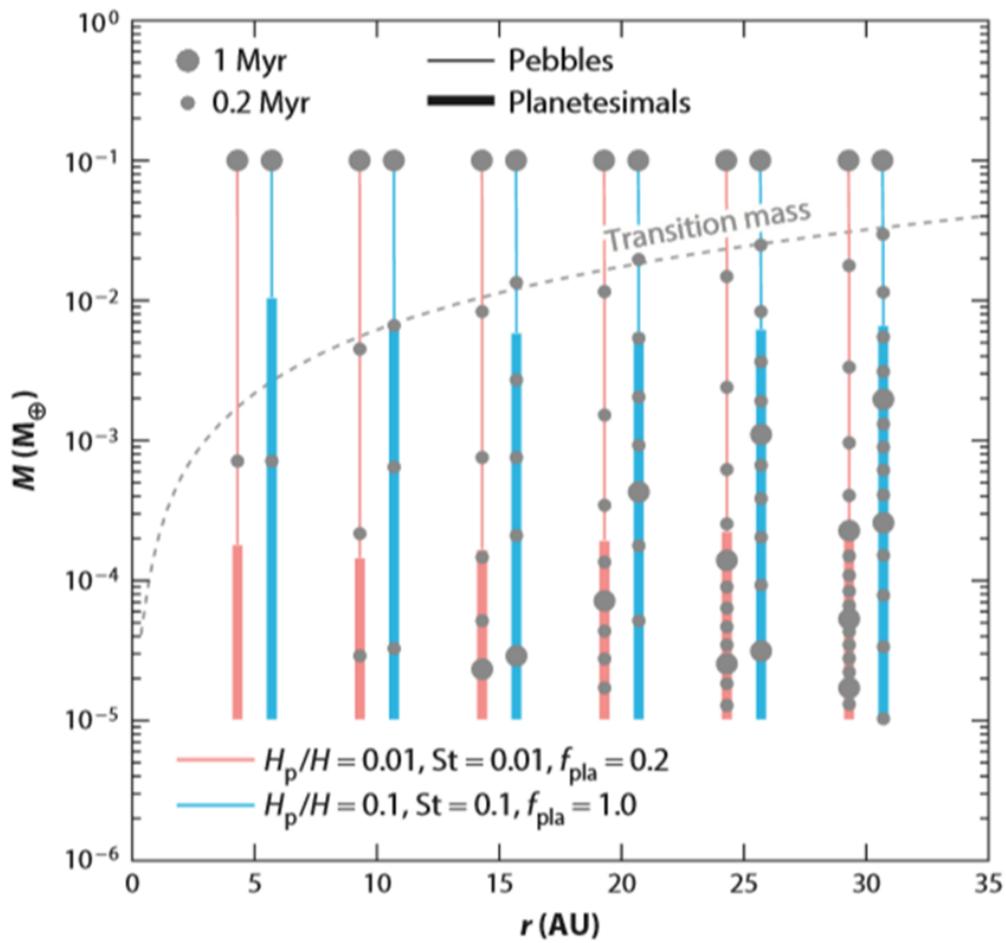


図 13 ストリーミング不安定で誕生した微惑星（特徴的質量： $10^{-5}M_{\oplus}$ ）から遷移質量（灰色破線）までの成長軌跡（Johansen & Lambrechts 2017）。赤は Bondi レジームが良く効くように小さなペブルを与えたペブル駆動のモデル，青は微惑星集積が良く効くように微惑星を比較的多く与えた微惑星駆動のモデルである。また細線はペブル集積，太線は微惑星集積が起こっている過程を表す。ドットは大きなものが 100 万年単位，小さなものが 20 万年単位を表す。

4.6 惑星の動径移動

惑星は成長する間に、主に円盤内側へ向かって動径移動することで軌道も進化していく。しかし 4.1 節でも触れたが、惑星のように大きな物体ではガス抵抗を受けることによる動径移動は非常に起こりにくい。そのため、惑星の動径移動はペブルの動径移動とは異なるプロセスで進行する。

Hill レジームに関する説明したように、円盤内ではケプラーシアが発生している。このため、惑星より内側の物質は惑星を追い越し、外側の物質は惑星に追い越されていく。こうして物質の流れが惑星を掠めていくことで、図 14 に示すように内側では惑星前方、外側では惑星後方に密度波の腕が生じる。腕の部分は高密度になっており、その重力によって惑星を引っ張るため、内側の腕は惑星を加速させ、外側の腕は惑星を減速させる。このとき内側よりも外側の方が物質の量が多いため、外側の腕の効果の方が強く働いて惑星は減速する。ここからはペブルの動径移動と同じで、角運動量を失うことにより惑星は円盤内側へと移動していく (Tanaka et al. 2002)。

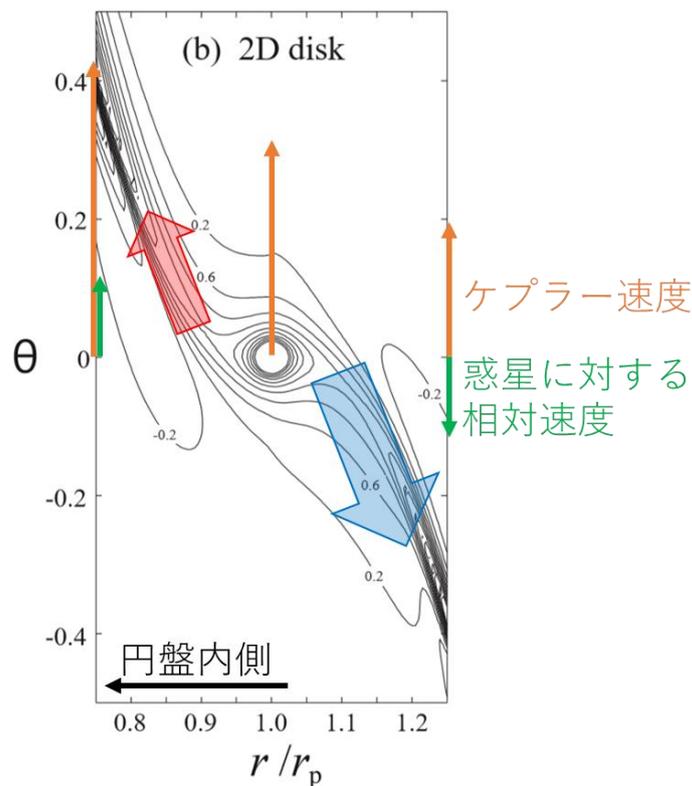


図 14 惑星により励起された密度波 (Tanaka et al. 2002 加筆)。円盤物質の流れは、ケプラーシアを相対速度として惑星を掠めていく。このときにできた密度波の腕は、内側のものは惑星を加速させる方向 (赤) に、外側のものは惑星を減速させる方向 (青) に働き、外側の腕の方が重いために足し引きで惑星は減速させられる。

4.6.1 太陽系の惑星の成長軌跡

軌道進化は惑星が成長している間続くが、このことが微惑星集積に頼るシナリオでは課題となっていた。微惑星集積では惑星成長にかかる時間が長く、その分軌道進化を経験する時間も長くなる。すると巨大惑星が完成する頃には動径移動が進行し過ぎてしまい、巨大惑星が実際よりも内側の軌道にできるようなシミュレーション結果となってしまう。これに対して、惑星成長を速めるペブル集積に頼るシナリオなら惑星移動との調和が取れるだろうか。

図 15 は、ペブル集積と惑星移動を考慮した、太陽系における巨大惑星の成長軌跡を数値シミュレートした例である。内側から 2 番目の惑星は 5 AU, $300M_{\oplus}$ でシミュレーションを終えており、これは木星^{*4}形成に対応する。また外側から 2 番目の惑星は 17 AU, $11M_{\oplus}$ でシミュレーションを終えており、これは形成後に他の惑星・微惑星との重力相互作用などによって外側軌道へ移動することを考えれば天王星や海王星^{*5}の形成に対応する。この図はシミュレーションの終点を恣意的に定めてそれを遡る形で描かれたものだが、数 cm サイズのペブルが存在すると思われる無理のない位置から成長をスタートしており、ペブル集積は惑星移動を考慮した上でも巨大惑星形成を上手く説明できそうである。またそれぞれの惑星の遷移質量までの成長が図 13 の各軌道半径における微惑星モデルによる成長で表されるとした場合、木星のような惑星は 200 万年ほど、天王星や海王星のような惑星は 280 万年ほどで形成することができる。これは太陽系年齢 46 億年、星雲ガスの持続時間 1000 万年と比べても十分短く、コア集積シナリオの惑星成長速度が遅いという問題を見事解決することができた。

*4 木星……5.2 AU, $318M_{\oplus}$

*5 天王星……19.2 AU, $15M_{\oplus}$

海王星……30.1 AU, $17M_{\oplus}$

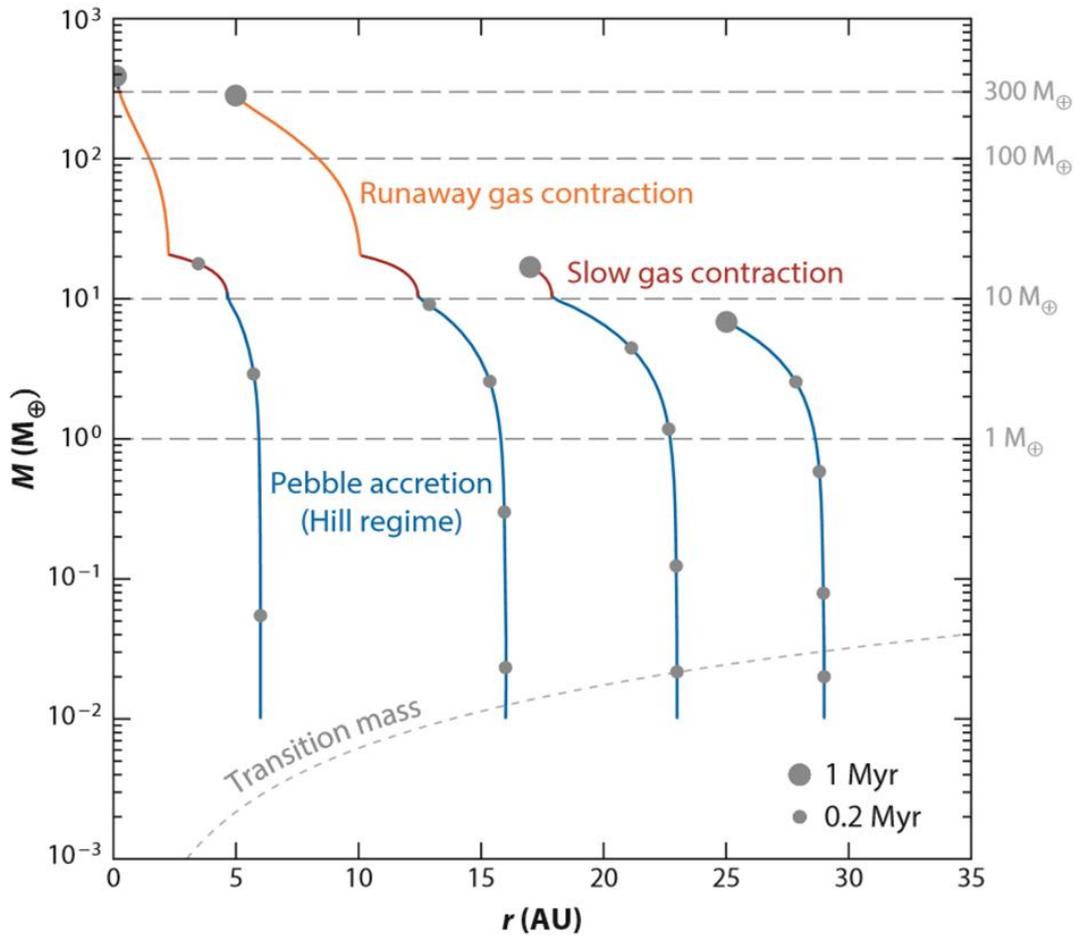


図 15 円盤内側から順に、熱い巨大ガス惑星、木星のような冷たい巨大ガス惑星、外層を持つ巨大氷惑星、外層のない巨大氷惑星の成長軌跡 (Johansen & Lambrechts 2017)。大ドットでシミュレーションが終了し、小ドットは 20 万年ごとの間隔を意味する。青の線では Hill レジームによるペブル集積で固体コアが成長し、赤の線ではゆっくりとしたガス集積、オレンジの線では外層の自己重力による暴走ガス集積が起きている。

4.6.2 ペブル集積の限界

このように、ペブル集積は太陽系における巨大惑星形成を可能にしてくれる。しかし、他の惑星系についてのシミュレーションでは、ペブル集積の限界も見えてくる。

まず系外惑星の中には、ペブル集積の速い成長速度を以てしても形成が難しいものがある。図 16 は、観測された HR 8799 という系外惑星系の構造を作り出すことを試みた成長軌跡である。問題となるのは最も外側の惑星で、この惑星は 68 AU という広い軌道にも関わらず、木星の 5 倍ほどの大質量の惑星である。これだけの大きさの惑星を形成する間の動径移動を考慮すれば、成長は 160 AU からスタートしなければならない、また $10^{-2}M_{\oplus} \sim 10^{-1}M_{\oplus}$ で成長スタックに陥らないためには微惑星の柱密度を標準分布の 15 倍与えなければならない。

一方、その成長の速さのあまりスーパーアースがガス惑星化してしまう危険もある。スーパーアースとは、地球の数倍質量をもちながらも主成分は固体である惑星のことを指す。これを形成する際にはペブル集積による効率的な固体の集積は魅力的だが、その後に巨大ガス惑星のような暴走ガス集積を起こさないようにしなければならない。そうすると、例えばスーパーアースが大きく成長した頃には既に円盤ガスが散逸してしまうように、惑星成長のスタートを遅くする必要が出てくる（図 17）。

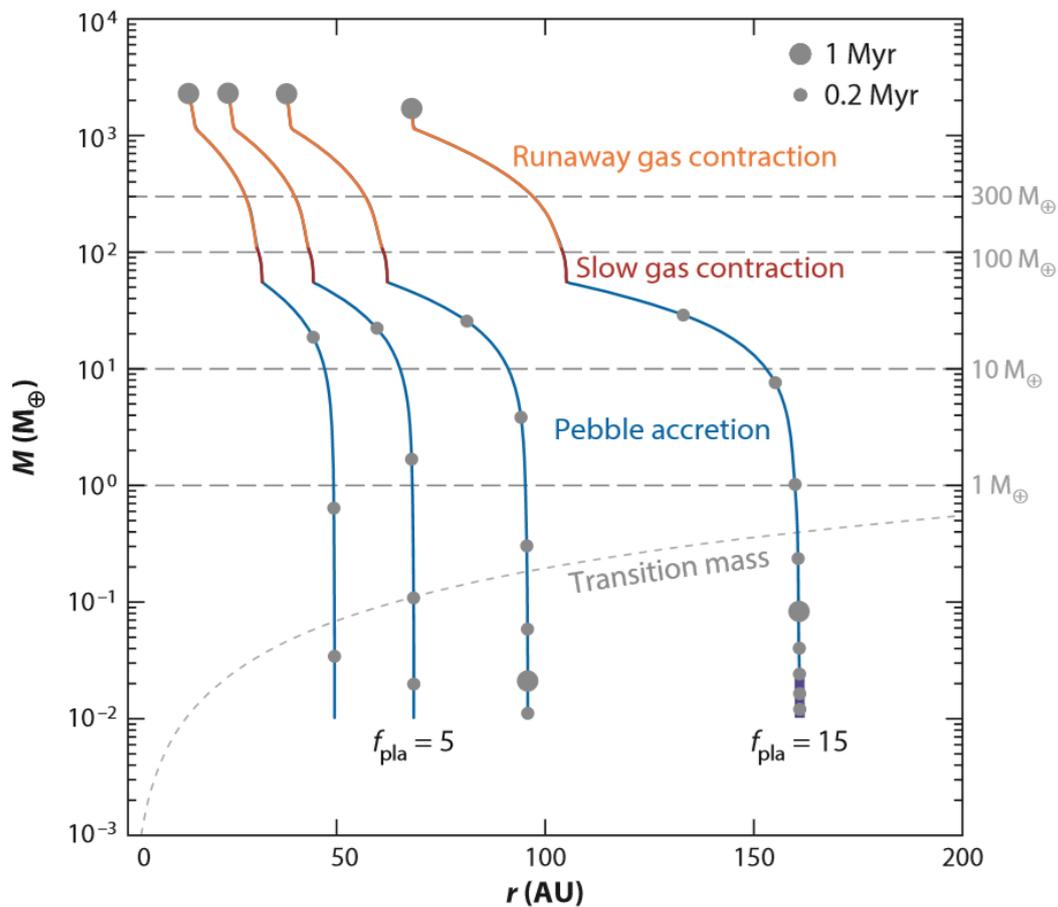


図 16 観測された系外惑星系 HR 8799 を作り出す成長軌跡 (Johansen & Lambrechts 2017)。

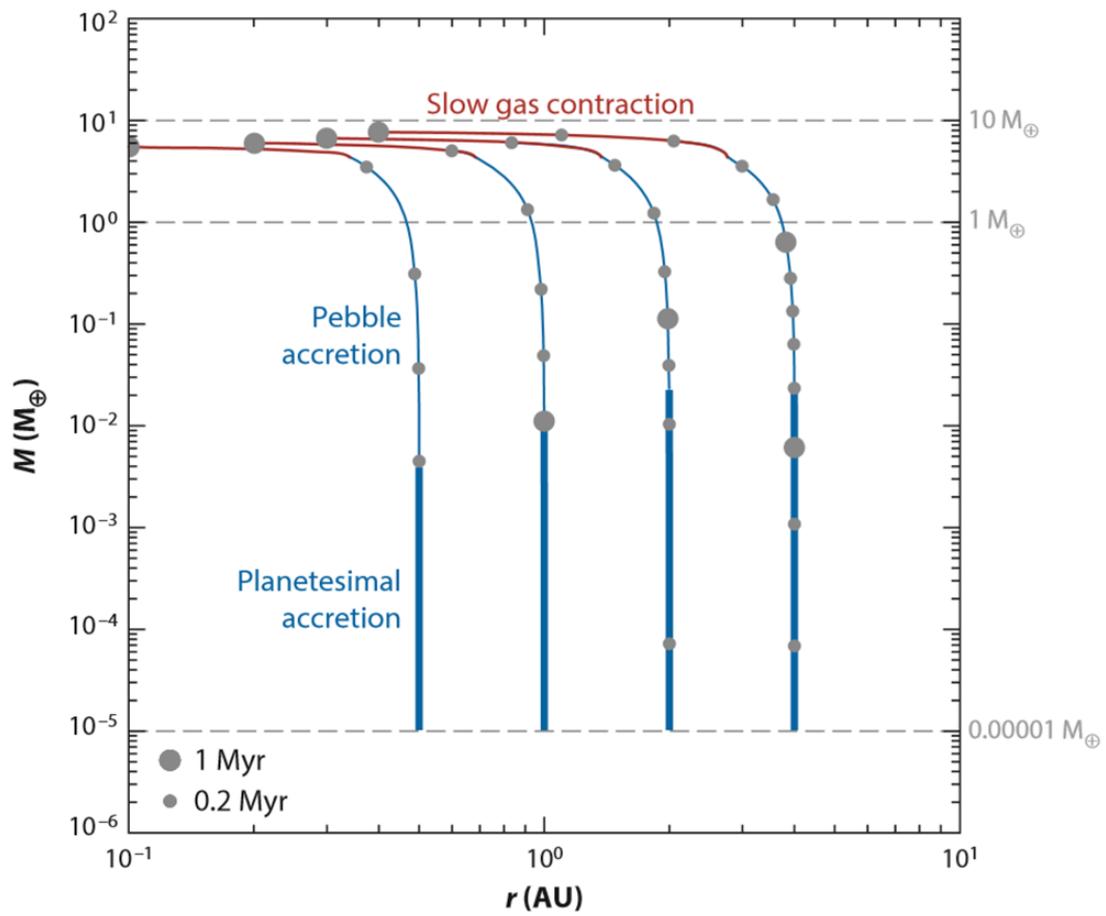


図 17 スーパーアースを作り出す成長軌跡 (Johansen & Lambrechts 2017)。

第 III 部

詳説ノート

1 固体とガスの運動速度

固体成分が円盤内で円運動する速度は、ケプラー運動による遠心力の加速度 $\frac{v_K^2}{r}$ と太陽引力による加速度 $\frac{GM_\odot}{r^2}$ の釣り合いをとって、

$$v_K = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} \quad (\text{III-1})$$

と表せる。これをケプラー速度と呼ぶ。

一方、ガス成分の軌道速度は通常、このケプラー速度よりも遅くなる。円盤内のガスは中心星に近いほど存在量が多くなるため、円盤中心ほどガスの圧力は高い。このため、ガス片は圧力差によって外向きに押され、ガス片に対しては太陽引力による加速度、遠心力による加速度、圧力差による加速度の3つが釣り合うこととなる。仮に圧力差による加速度を $a(>0)$ とおくと、ガスの移動速度 v_g は

$$\frac{v_g^2}{r} = \frac{GM_\odot}{r^2} - a \quad \rightarrow \quad v_g = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r} - ar} \left(< \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} = v_K \right) \quad (\text{III-2})$$

と表せて、ガスの軌道速度はケプラー速度未満となる。

1.1 ガスの軌道速度の導出

圧力差による加速度 a は、具体的に以下のように書ける。

$$\frac{dp}{dr} = -\rho a \quad \rightarrow \quad a = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (\text{III-3})$$

これを用いてガス片の力の釣り合いを表すと

$$\frac{v_g^2}{r} = \frac{GM_\odot}{r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (\text{III-4})$$

となり、これを v_g について解くと以下のようになる。

$$\begin{aligned} v_g &= \sqrt{\frac{GM_\odot}{r} + \frac{r}{\rho} \frac{dp}{dr}} = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} \left(1 + \frac{r}{GM_\odot} \frac{r}{\rho} \frac{dp}{dr} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{r}{GM_\odot} \frac{r}{\rho} \frac{dp}{dr} \right) = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} + \frac{r}{2\rho} \sqrt{\frac{r}{GM_\odot}} \frac{dp}{dr} \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

ただし $\frac{r}{GM_\odot} \frac{r}{\rho} \frac{dp}{dr} \ll 1$ のため、微小量 x に対する近似： $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$ を用いている。

1.2 サブケプラー速度

ガスの軌道速度 v_g とケプラー速度 v_K の差をとって、これをサブケプラー速度 Δv と定義する (Johansen & Lambrechts 2017)。サブケプラー速度は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
 \Delta v = v_K - v_g &\approx \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} - \left[\sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} + \frac{r}{2\rho} \sqrt{\frac{r}{GM_\odot}} \frac{dp}{dr} \right] \\
 &= -\frac{c_s^2 r}{2p} \sqrt{\frac{r}{GM_\odot}} \frac{dp}{dr} = -\frac{c_s^2}{2} \sqrt{\frac{r}{GM_\odot}} \frac{dp/p}{dr/r} = -\frac{c_s^2}{2} \sqrt{\frac{r}{GM_\odot}} \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln r} \right) \\
 &= -\frac{1}{2} c_s \left(\frac{H}{r} \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} \right) \sqrt{\frac{r}{GM_\odot}} \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln r} \right) \\
 &= -\frac{1}{2} \frac{H}{r} \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln r} \right) c_s \tag{III-6}
 \end{aligned}$$

なお途中式の変形で、 $p = nRT = \frac{\rho}{m} RT = c_s^2 \rho$ および $c_s = \frac{H}{r} v_K = \frac{H}{r} \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}$ を利用している。

2 ストークス数

ストークス数 St は、粒子の摩擦時間 τ_f (ガス抵抗を受けて粒子がガスとの相対速度を失うまでにかかる時間) に軌道の周波数 Ω を掛けたもので、粒子が受けるガスの影響の指標となる値である。例えば、粒子の周りのガスが希薄な場合には粒子がガスと共に運動するようになるまでに時間がかかり、この状態は長い摩擦時間、大きなストークス数に対応する。逆に、粒子がガスの影響を強く受ける場合はすぐに粒子-ガス間の相対速度が 0 になるため、短い摩擦時間、小さなストークス数と対応する状態となる。このストークス数は、以下の手順で求めることができる。

半径 R の球形である粒子にガスが音速 c_s で入射してくるとすると、単位時間当たりに入射するガスの体積は $\pi R^2 c_s$ となり、これによる粒子の運動量の変化は $\pi R^2 c_s \rho_g \Delta v$ と書ける。ただし ρ_g はガス密度である。一方、運動するガスを基準として粒子がもともと持っていた運動量は $\frac{4}{3} \pi R^3 \rho \Delta v$ (ρ : 粒子の内部密度) なので、この運動量がガス入射により全て失われるまでの時間、すなわち摩擦時間は以下のように書ける。

$$\tau_f = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho \Delta v}{\pi R^2 c_s \rho_g \Delta v} = \frac{4}{3} \frac{\rho R}{\rho_g c_s} \rightarrow \frac{\rho R}{\rho_g c_s} \tag{III-7}$$

ただし、後の計算結果が Johansen & Lambrechts (2017) の記述と合うように係数を調整した。ここで、 $H_g \equiv \sqrt{\frac{c_s^2 r^3}{GM}}$ のガススケールハイトを用いるとガス密度を $\rho = \rho_{g,0} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_g^2}\right)$

と表せて、これを積分して柱密度を求めると

$$\Sigma_g = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{g,0} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_g^2}\right) dz = \rho_{g,0} H_g \sqrt{2\pi} \quad \because \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (\text{III-8})$$

となる。よって $\rho_g = \Sigma_g / (\sqrt{2\pi} H_g)$ となるため、摩擦時間は以下のように変形できる。

$$\tau_f = \frac{\sqrt{2\pi} H_g \rho_g R}{\Sigma_g c_s} \quad (\text{III-9})$$

また軌道周波数について、 $\frac{H_g}{r} = \frac{c_s}{v_K} \rightarrow \frac{c_s}{H_g} = \frac{v_K}{r} = \Omega$ (4節参照) と書けるので、ストークス数は以下のように定義される。

$$\text{St} = \Omega \tau_f = \frac{c_s}{H_g} \frac{\sqrt{2\pi} H_g \rho_g R}{\Sigma_g c_s} = \frac{\sqrt{2\pi} R \rho_g}{\Sigma_g} \quad (\text{III-10})$$

さらに $\Sigma_g = 10^4 \text{ kg m}^{-2} f_g \left(\frac{r}{\text{AU}}\right)^{-1}$ を導入して整理すると、

$$\text{St} = 2.5 \times 10^{-4} f_g^{-1} \left(\frac{R}{10^{-3} \text{ m}}\right) \left(\frac{\rho_g}{10^3 \text{ kg m}^{-3}}\right) \left(\frac{r}{\text{AU}}\right) \quad (\text{III-11})$$

と書くことができる。これらの式から分かるようにストークス数 St は粒子半径 R に比例するため、ストークス数は粒子に対する円盤ガスの影響を考慮しつつ、粒子サイズを示す指標として用いることができる。

3 ペブルのサイズ決定

ペブルはダストの相互付着により成長し、ダストが破碎障壁、跳ね返り障壁、動径移動障壁のいずれかによって付着を妨げられると成長を止め、ペブルのサイズが決定する。また、このペブルサイズを測る指標としてストークス数 St (2節参照) を用いる。この節では、各破碎障壁に対応するストークス数を求める。付着障壁ごとのストークス数を比較すると、ある条件下においてペブルサイズがどの付着障壁で決まり、そのサイズはどのくらいになるかを見積もることができる (第II部 4.2節参照)。

3.1 破碎障壁

破碎障壁は、粒子同士が高速度でぶつかった衝撃で壊れてしまうことでそれ以上の大きさに成長できなくなる障壁である。この障壁は、ペブルに衝突してくる粒子の速度 v_c がペブルの臨界破碎速度 u_f (これ以上の速度で粒子に衝突されると破碎してしまう速度) と等しくなると直面する。衝突速度は乱流粘性を表す無次元量 α 、ガスの音速 c_s を利用して

$$v_c = \sqrt{3} \sqrt{\alpha} \sqrt{\text{St}} c_s \quad (\text{III-12})$$

と書ける (Ormel & Cuzzi 2007)。この式において、 α の値が大きいのは乱流が激しい状況に対応しており、このような状況下では固体粒子は互いにランダムな速度を持って運動する

ため衝突速度が大きくなる。またストークス数が大きいということはそれだけガスの影響を受けにくく、一様な運動速度にならされてしまうことを防ぐので、やはり衝突速度が大きくなる。この v_c と u_f を等しくして整理すると、

$$v_c = \sqrt{3}\sqrt{\alpha}\sqrt{\text{St}c_s} = u_f$$

$$\rightarrow \text{St} = \frac{u_f^2}{3\alpha c_s^2} = 0.015 \left(\frac{\alpha}{10^{-3}}\right)^{-1} \left(\frac{u_f}{10\text{ms}^{-1}}\right)^2 \left(\frac{H/r}{0.05}\right)^{-2} \left(\frac{r}{\text{AU}}\right) \quad (\text{III-13})$$

という破砕障壁に対応するストークス数の表式が求まる。ただし $c_s = \frac{H}{r}v_K = \frac{H}{r}\sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}$ として変形し、各変数に典型的な値を代入したときの定数項を式の最初に出して整理している。

3.2 跳ね返り障壁

跳ね返り障壁は、粒子同士がぶつかり跳ね返ってしまうことでそれ以上の大きさに成長できなくなる障壁である。この障壁は、粒子の衝突速度 v_c が以下の付着上限速度 v_s に等しくなると直面する。

$$v_s = \sqrt{\frac{5\pi a_0 F_{\text{roll}}}{m}} \quad (\text{III-14})$$

ここで a_0 は衝突してくる粒子のサイズ、 F_{roll} は粒子を他の粒子表面で転がすのに必要な力、 m は粒子同士の換算質量 ($m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$) である。この式を2乗して整理すると、 $m v_s^2 = 5\pi a_0 F_{\text{roll}}$ という運動量と力積の釣り合いの形に変形できる。この等式が成り立つような v_s までは、衝突してきた粒子の運動量 $m v_s^2$ は他の粒子表面を転がるときのエネルギー $5\pi a_0 F_{\text{roll}}$ として消費されてしまうので跳ね返っていかない。

この v_s を衝突速度 (式 (III-12)) と等しくして換算質量について整理すると、

$$v_c = \sqrt{3}\sqrt{\alpha}\sqrt{\text{St}c_s} = \sqrt{\frac{5\pi a_0 F_{\text{roll}}}{m}} = v_s \rightarrow m = \frac{5\pi a_0 F_{\text{roll}}}{3\alpha \text{St}c_s^2} \quad (\text{III-15})$$

となる。また衝突する粒子同士が共に球体、等質量だとすると換算質量は

$$m = \frac{m_1 m_1}{m_1 + m_1} = \frac{1}{2}m_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho. \quad (\text{III-16})$$

とも表せるので、これより以下の式が導ける。

$$\frac{2}{3}\pi R^3 \rho. = \frac{5\pi a_0 F_{\text{roll}}}{3\alpha \text{St}c_s^2} \rightarrow R = \left(\frac{5a_0 F_{\text{roll}}}{2\rho.\alpha \text{St}c_s^2}\right)^{1/3} \quad (\text{III-17})$$

この R を $St = \Omega\tau_f = \frac{\sqrt{2\pi}R\rho}{\Sigma_g}$ (第 III 部 2 節参照) に代入すると,

$$\begin{aligned} St &= \frac{\sqrt{2\pi}\rho}{\Sigma_g} \left(\frac{5a_0 F_{\text{roll}}}{2\rho\alpha St c_s^2} \right)^{1/3} \rightarrow St^4 = \frac{5(2\pi)^{3/2} a_0 F_{\text{roll}} \rho^2}{2\alpha c_s^2 \Sigma_g^3} \\ \rightarrow St &= \left[\frac{15(2\pi)^{3/2} a_0 F_{\text{roll}} \rho^2}{6\alpha c_s^2 \Sigma_g^3} \right]^{1/4} \end{aligned} \quad (\text{III-18})$$

となり, 更に $\Sigma_g = 10^4 \text{ kg m}^{-2} f_g \left(\frac{r}{\text{AU}} \right)^{-1}$, $c_s = \frac{H}{r} v_K = \frac{H}{r} \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}$ を用いて整理すると, 跳ね返り障壁に対応するストークス数は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} St &= \left[\frac{15(2\pi)^{3/2} a_0 F_{\text{roll}} \rho^2}{6\alpha c_s^2 \Sigma_g^3} \right]^{1/4} = 3.7 \times 10^{-6} f_g^{-3/4} \left(\frac{a_0}{\mu\text{m}} \right)^{1/4} \left(\frac{F_{\text{roll}}}{8.5 \times 10^{-10} \text{ N}} \right)^{1/4} \\ &\times \left(\frac{\rho}{3500 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{1/2} \left(\frac{\alpha}{10^{-3}} \right)^{-1/4} \left(\frac{H/r}{0.05} \right)^{-1/2} \left(\frac{r}{\text{AU}} \right) \end{aligned} \quad (\text{III-19})$$

3.3 動径移動障壁

動径移動障壁は, ペブルの成長タイムスケールと動径移動タイムスケールが等しいという条件によって, 円盤内の軌道半径ごとに存在できるペブルサイズの上限が決まるという障壁である。ペブルサイズ (数 cm 程度) の粒子に関しては, 大きくなるほど動径移動タイムスケールが短くなる (第 II 部 4.1 節図 5 を参照)。そのためペブルが成長を続けていくと, ある時動径移動タイムスケールが成長タイムスケールを下回る (動径移動速度が成長速度を上回る) ようになり, ペブルはそれ以上の成長を待たず動径移動によって現在の軌道から排除される。ここで, ペブルが軌道から排除される直前の条件 (成長タイムスケール = 動径移動タイムスケール) から計算によって動径移動障壁に対応するストークス数を求める (詳しくは Lambrechts & Johansen 2014 を参照)。

Garaud (2007) および Birnstiel et al. (2012) による粒子成長モデルでは, 粒子の成長速度は以下のように表せる。

$$\dot{R} = \frac{1}{4} \frac{\rho_g}{\rho} v_c = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\rho_g}{\rho} \sqrt{\frac{\alpha}{St}} c_s St = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\rho_g}{\rho} \frac{H_p}{H_g} c_s St = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\rho_g}{\rho} \frac{\Sigma_p}{\Sigma_g} c_s St \quad (\text{III-20})$$

ただし ρ_g はガス密度, ρ は粒子内部密度, H_p/H_g はペブルとガスのスケールハイト比, Σ_p/Σ_g は柱密度比である。また変形の際に式 (III-12) と $H_p/H_g \approx \sqrt{\alpha/St}$ (Youdin & Lithwick 2007) を用いている。ここで $St = \Omega\tau_f = \Omega \frac{\rho R}{\rho_g c_s}$ (第 III 部 2 節参照) より成長タイムスケールを求めると,

$$\frac{R}{\dot{R}} = \frac{4}{\sqrt{3}\epsilon_p (\Sigma_p/\Sigma_g) \Omega} \quad (\text{III-21})$$

となる。ただし ϵ_p はダストの付着成長効率のパラメータ, Ω はケプラー周波数である。また, Johansen & Lambrechts (2017) では $St \propto R$ であることを利用して, 成長タイムスケールを $\frac{St}{\dot{R}}$ と表記している。

続いて Weidenschilling (1977) 及び Nakagawa et al. (1986) によると、粒子の動径移動速度は以下のように表せる。

$$\dot{r} = -2 \frac{\text{St}}{\text{St}^2 + 1} \eta v_K \quad (\text{III-22})$$

ただし、 η は動径圧力のパラメータであり $\eta \equiv -(1/2)(H/r)^2(\partial \ln P / \partial \ln r)$ と与えられる。これより動径移動タイムスケールを求めると、

$$\frac{r}{\dot{r}} = \frac{r(\text{St}^2 + 1)}{2\text{St}\eta v_K} \approx \frac{r}{2\text{St}\eta v_K} \quad (\text{III-23})$$

となる。ただし、ペブルサイズに対応するストークス数は 1 より十分小さいため 2 乗の項を無視している。

ここで式 (III-21) と (III-23) が等しい時のストークス数を求めると、以下ようになる。

$$\text{St} = \frac{r}{2\eta v_K} \frac{\sqrt{3}\epsilon_p(\Sigma_p/\Sigma_g)\Omega}{4} = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{\epsilon_p}{\eta} \frac{\Sigma_p}{\Sigma_g} \quad (\text{III-24})$$

また Johansen & Lambrechts (2017) では、 $\Delta v = \eta c_s$, $v_K = \frac{H}{r} c_s = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}$ を用いて以下のように整理されている。

$$\text{St} = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{v_K}{\Delta v} \frac{\Sigma_p}{\Sigma_g} = 0.53 \left(\frac{\Delta v}{50 \text{ m s}^{-1}} \right)^{-1} \frac{\Sigma_p/\Sigma_g}{0.01} \left(\frac{r}{\text{AU}} \right)^{-1/2} \quad (\text{III-25})$$

4 円盤面のアスペクト比

4.1 スケールハイト

圧力 p が $p = p_0 \exp(-f(z))$ (z : 円盤の中央面からの高さ) に従って変化するならば、 $f(H) = 1$ のとき、すなわち $z = H$ のときに $p = \frac{1}{e} p_0$ となる。このように、円盤の中央面における圧力を p_0 としたときに圧力が $\frac{1}{e} p_0$ となる高さ H をスケールハイトという。

4.2 アスペクト比の導出

太陽系円盤の中央面から高さ z に位置するガス片を考える。ガス片から中央面に下ろした足の太陽からの距離を r とする。また、太陽からガス片を見上げる角度を θ とする (すなわち $z = r \tan \theta$)。このガス片には太陽からの引力と遠心力が働いており、これらの合力として中央面に向かう重力が働いている (図 18)。この重力加速度 g は、重力定数を G 、太陽質量を M_\odot 、また θ は微小量のため太陽からガス片までの距離を r として以下のように表せる。

$$g = \frac{GM_\odot}{r^2} \sin \theta \approx \frac{GM_\odot}{r^2} \tan \theta = \frac{GM_\odot}{r^2} \frac{z}{r} \quad (\text{III-26})$$

また $c_s = \sqrt{\frac{kT}{m}}$ を用いて、状態方程式を以下のように書ける。

$$p = nRT = \frac{\rho}{m} RT = c_s^2 \rho \quad (\text{III-27})$$

静水圧平衡の式に式 (III-26), (III-27) を代入して変形し, さらに変数分離して以下の形に改める。

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = -\frac{p}{c_s^2} \frac{GM_\odot}{r^2} \frac{z}{r} \rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{GM_\odot z}{c_s^2 r^3} \quad (\text{III-28})$$

この式を $p: p_0 \rightarrow p$ $z: 0 \rightarrow z$ で積分すると

$$\log p - \log p_0 = -\frac{GM_\odot z^2}{2c_s^2 r^3} \rightarrow p = p_0 \exp\left(-\frac{GM_\odot z^2}{2c_s^2 r^3}\right) \quad (\text{III-29})$$

となる。ここで $\frac{GM_\odot H^2}{c_s^2 r^3} = 1$ となるようにスケールハイト H を定めると, このスケールハイトは以下のように書ける。

$$H = \sqrt{\frac{c_s^2 r^3}{GM_\odot}} = c_s r \sqrt{\frac{r}{GM_\odot}} \quad (\text{III-30})$$

これにケプラー速度 $v_K = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}$ を導入すると,

$$H = \frac{c_s r}{v_K} \rightarrow \frac{H}{r} = \frac{c_s}{v_K} \quad (\text{III-31})$$

となる。

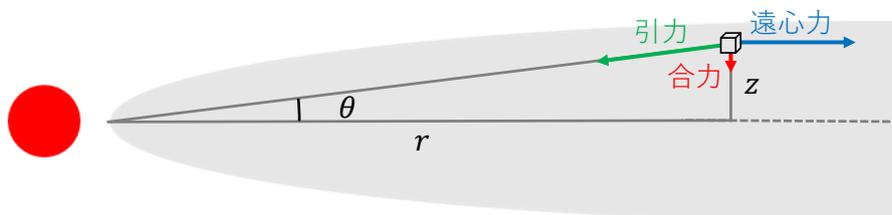


図 18 ガス片に働く力の模式図。

5 ストリーミング不安定

ストリーミング不安定 (Streaming Instability (SI)) は Youdin & Goodman (2005) によって発見されたダスト・ガスの二流体間における線形不安定のことです。微惑星形成において重要な役割を果たすと考えられています。初期のダストは小さく自己重力によって集積することはできないが, ストリーミング不安定によりダスト密度が上昇すると, それに続いて自己重力崩壊を起こすことができる。ストリーミング不安定のメカニズムは, 以下のように考えられています。

1. 円盤のある領域にダストが濃集する。

2. ダストが濃集すると、その領域のガスはダストに引きずられてダストと共に運動するようになる。
3. 通常ダストはガス抵抗によりエネルギーを失い円盤中心へ落下していくが、ここではガス抵抗を受けなくなるため動径移動が起こらなくなる。
4. 円盤外側からはダストが動径移動してくるため、さらにダストが濃集する。

十分ダストが濃集すると、その自己重力によりダストが凝集し微惑星が形成される。

6 原始惑星の重力圏

原始惑星への粒子（微惑星やペブル）の集積を考える際には、原始惑星の重力の影響が他の運動や力よりも卓越する範囲（ここでは重力圏と呼ぶ）を調べることが必要である。本論文では、Bondi 圏と Hill 圏の 2 つの重力圏を用いている。

6.1 Bondi 圏

Bondi 圏は、原始惑星に対してランダムな運動で飛び交う粒子が原始惑星の周りから逃げていかない範囲のことを言う。直感的には、ランダム運動する気体分子が惑星に捕らわれている範囲、大気圏のようなものとイメージできる（ただし本論文で考えている粒子は固体粒子である）。このときの粒子それぞれが持つ運動速度をランダム速度 v_{ran} と表すと、このランダム速度で原始惑星と粒子の相対速度が決まる。また、Bondi 圏のエッジを通過する質量 m の粒子に関しては、ちょうど運動エネルギーと原始惑星による重力エネルギーが釣り合っているため、以下のような関係が成り立つ。

$$m \frac{GM}{R_B} = \frac{1}{2} m v_{\text{ran}}^2 \quad (\text{III-32})$$

よって Bondi 半径 R_B は $R_B = \frac{2GM}{v_{\text{ran}}^2}$ と書ける。

なお、ペブル集積のようにガスの影響を受けやすい小さな粒子の運動を考えると原始惑星と粒子の相対速度はサブケプラー速度 Δv と表せるので（第 II 部 4.3.2 節参照）、このとき上式においては $v_{\text{ran}} = \Delta v$ とおいて Bondi 半径を求める。

6.2 Hill 圏

Hill 圏は、中心星（太陽）-原始惑星-粒子の 3 体運動を考えたときに、原始惑星-粒子間の相互重力が中心星の重力を上回る範囲のことを言う。なお、Hill 半径は $R_H = r \sqrt[3]{\frac{M}{3M_\odot}}$ と書ける。ここで、Hill 圏に入射してくる粒子の速度を考える。粒子が Hill 圏に捉えられる前の状況では、中心星の周りを原始惑星と粒子がそれぞれ速度 v_{planet} , v_{particle} で公転している。公転速度 v は軌道半径 r に応じて $v = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}$ で変化するため、原始惑星と軌道半径の異なる粒子は相対速度を持って接近してくる。特に、Hill 圏のエッジにおけるこの相対速度を Hill 速度と呼ぶ。惑星の軌道半径を r , Hill 半径を R_H とすると、惑星と Hill 圏エッジを

通過する粒子の速度はそれぞれ $v_{\text{planet}} = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r}}$, $v_{\text{particle}} = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r-R_{\text{H}}}}$ と書ける。この相対速度をとると、

$$\begin{aligned} v_{\text{H}} = v_{\text{particle}} - v_{\text{planet}} &= \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r-R_{\text{H}}}} - \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r}} = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r}} \left(1 - \frac{R_{\text{H}}}{r}\right)^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r}} \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R_{\text{H}}}{r} - 1\right) = \frac{1}{2} R_{\text{H}} \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r^3}} \\ &= \frac{1}{2} R_{\text{H}} \Omega \quad \rightarrow \quad R_{\text{H}} \Omega \end{aligned} \quad (\text{III-33})$$

ただし、Johansen & Lambrechts (2017) の記述と合うように係数を調整した。なお、これは原始惑星よりも内側の軌道をとる粒子について解いたものだが、外側の軌道をとる粒子について解いても v_{H} の符号が負になるだけであり、これは Hill 速度の向きを反映しているものの、速度の大きさを考える上では考慮しなくて良い。

7 微惑星集積とペブル集積によるコア集積の比較

微惑星集積とペブル集積のコア集積速度は大きく異なる（第 II 部 4.4 節参照）。ここでは Johansen & Lambrechts (2017) を参考にそれぞれの集積の表式を整理し、その中でも特徴的な集積レジームに関してはコア集積速度の導出を行う。

7.1 微惑星集積の表式

7.1.1 重力フォーカシング

原始惑星に対し、様々な衝突パラメータで平行に同一速度で入射してくる微惑星を考える。このとき、原始惑星に衝突を起こす最大の衝突パラメータを半径とする断面のことを衝突断面積と呼ぶ。原始惑星の半径より小さい衝突パラメータで入射してくる微惑星は当然コアに衝突するが、これよりも少し大きな衝突パラメータにおいても、重力により微惑星軌道が曲げられる重力フォーカシングを受けて微惑星は原始惑星に衝突することができる。すなわち衝突断面積は原始惑星の断面積に重力フォーカシングの影響を加えたものとなり、その値は以下のようにして求められる。

微惑星質量 m 、微惑星が原始惑星に最接近した時の速度 v_{approach} 、原始惑星質量 M 、原始惑星半径 R 、微惑星が無限遠方から接近してくる速度 v_{pla} 、微惑星が原始惑星の表面から脱出する速度 v_{e} 、微惑星の衝突パラメータ b を用いて、微惑星に関する力学的エネルギー保存則と角運動量保存則を考える（図 19 参照）。まず、微惑星は無限遠方においては v_{pla} で運動しており、原始惑星の重力の影響は受けていないと考えることができる。これに対して微惑星が原始惑星に衝突する（最接近する）瞬間には運動速度は v_{approach} で、原始惑星の重心から距離 R 離れているため位置エネルギーを持つ。この 2 つの状態間で力学的エネルギー

ギーが保存するため、以下の式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}mv_{\text{pla}}^2 = \frac{1}{2}mv_{\text{approach}}^2 + m\frac{GM}{R} \quad (\text{III-34})$$

なお、 $\frac{GM}{R} = \frac{1}{2}v_e^2$ のため、

$$v_{\text{pla}}^2 = v_{\text{approach}}^2 + v_e^2 \quad (\text{III-35})$$

と整理できる。また微惑星は、無限遠方において bv_{pla} の角運動量を持っており、原始惑星に衝突する瞬間は Rv_{approach} の角運動量を持っているため、これらの保存則として以下の式が成り立つ。

$$bv_{\text{pla}} = Rv_{\text{approach}} \quad \rightarrow \quad b = \frac{v_{\text{approach}}}{v_{\text{pla}}}R \quad (\text{III-36})$$

衝突断面積は衝突パラメータ b を半径とする円の面積なので、式 (III-35)、(III-36) を用いて計算すると

$$\pi b^2 = \pi R^2 \left(\frac{v_{\text{approach}}}{v_{\text{pla}}} \right)^2 = \pi R^2 \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_{\text{pla}}} \right)^2 \right] \quad (\text{III-37})$$

と表せる。この衝突断面積に微惑星の接近速度 v_{pla} （原始惑星から無限遠方においては一定とする）と微惑星群の密度 ρ_{pla} を掛けると、様々な方向から単位時間当たりに入射してくる微惑星の総質量が求まる。これはすなわち、微惑星集積を受ける原始惑星の質量変化を意味するから、微惑星の集積速度を以下のように表すことができる。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \rho_{\text{pla}} v_{\text{pla}} \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_{\text{pla}}} \right)^2 \right] \quad (\text{III-38})$$

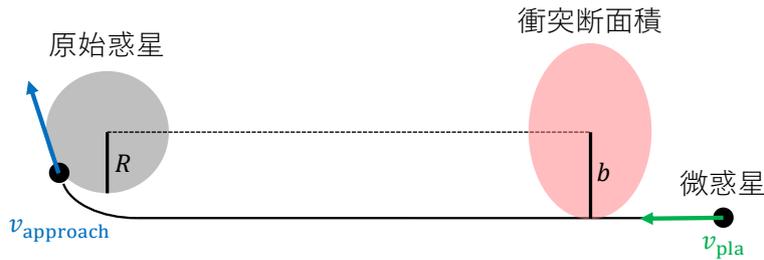


図 19 重力フォーカシングを受けて原始惑星に衝突する微惑星の模式図。 R は微惑星半径、 b は衝突パラメータ、 v_{approach} は微惑星が原始惑星に最接近したときの速度、 v_{pla} は微惑星の無限遠方における速度を表す。

7.1.2 コア集積の様相

微惑星集積における原始惑星の成長には、分散支配成長 (Safronov 1969) とシア支配成長 (Greenberg et al. 1991) の2つの様相がある。

速度分散を持つ（それぞれ異なる速度を持つ）微惑星の衝突が支配する成長を、分散支配成長と呼ぶ。このときの微惑星の接近速度は、微惑星それぞれが持つランダム速度 v_{ran} で決定されるため $v_{\text{pla}} = v_{\text{ran}}$ となる。また、微惑星群の密度 ρ_{pla} をスケールハイト H 、軌道半径 r 、そしてこの r に対応するケプラー速度 v_K とケプラー周波数 Ω を用いて微惑星群の柱密度 Σ_{pla} に変換すると $\Sigma_{\text{pla}} = \rho_{\text{pla}} H = \rho_{\text{pla}} \frac{r v_{\text{ran}}}{v_K} = \rho_{\text{pla}} \frac{v_{\text{ran}}}{\Omega}$ となる。これらを用いて、式 (III-38) から分散支配成長に対応する成長速度の式を導くと、

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_{\text{ran}}} \right)^2 \right] \quad (\text{III-39})$$

となる。

一方、円盤内の微惑星の軌道角速度のシアによる微惑星の集積が支配する成長を、シア支配成長と呼ぶ。円盤内の微惑星は内側のものほど軌道角速度が大きい。この角速度の違い（シア）により、原始惑星より内側軌道の微惑星は原始惑星に追いついていき、逆に外側軌道の微惑星には原始惑星自身が追いついていくため、原始惑星に微惑星が集積していく。このときの微惑星の接近速度は Hill 圏のエッジにおける微惑星の原始惑星に対する相対速度、すなわち Hill 速度（6.2 節参照）で決定されるため $v_{\text{pla}} = v_H$ となる。よって、分散支配成長の場合と同様に式 (III-38) からシア支配成長に対応する成長速度の式を導くと、

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \frac{v_H}{v_{\text{ran}}} \Omega \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_H} \right)^2 \right] \quad (\text{III-40})$$

となる。

これら 2 つの様相を 1 つの式に取り込んだのが、以下の式である。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \frac{v_{\text{pla}}}{v_{\text{ran}}} \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_{\text{pla}}} \right)^2 \right] \quad (\text{III-41})$$

なお接近速度は $v_{\text{pla}} = \max(v_{\text{ran}}, v_H)$ と決まるので、この式は $v_{\text{ran}} \gg v_H$ の極限で式 (III-39) を、 $v_{\text{ran}} \ll v_H$ の極限で式 (III-40) をとる。

7.1.3 強い重力フォーカシングの下での表式

Johansen & Lambrechts (2017) においては、強い重力フォーカシングの極限 ($v_e \gg v_{\text{pla}}$) では式 (III-39), (III-40) を結合した以下の表式が得られると述べられている。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \frac{6p^{-1}}{\max(\zeta, 1)\zeta} \quad (\text{III-42})$$

なお、 $\zeta \equiv v_{\text{ran}}/v_H$ は集積則を決めるパラメータであり、 $p \equiv R/R_H$ は Hill 半径に相対的な原始惑星のサイズを示している。この表式が強い重力フォーカシングの極限における分散支配成長とシア支配成長の両方に本当に対応しているかどうかを確認する。

まず分散支配成長の場合には $v_{\text{ran}} \gg v_{\text{H}} \rightarrow \zeta > 1$ のため、式 (III-39) と (III-42) の比較は以下ようになる。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \left(\frac{v_e}{v_{\text{ran}}} \right)^2 = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \frac{6p^{-1}}{\zeta^2} \quad (\text{III-43})$$

なお式 (III-39) に関して、 $v_e \gg v_{\text{pla}} = v_{\text{ran}}$ のため、 $\left(\frac{v_e}{v_{\text{ran}}} \right)^2$ に比べて 1 は十分小さいとして無視している。よって、 $\frac{6p^{-1}}{\zeta^2} = \left(\frac{v_e}{v_{\text{ran}}} \right)^2$ を示すことができれば良い。Hill 半径 $R_{\text{H}} = r \sqrt[3]{\frac{M}{3M_{\odot}}}$ (r : 軌道半径) を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{6p^{-1}}{\zeta^2} &= 6 \left(\frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{ran}}} \right)^2 \frac{R_{\text{H}}}{R} = 6 \frac{\Omega^2 R_{\text{H}}^3}{v_{\text{ran}}^2 R} = 6 \frac{\Omega^2 r^3 M}{v_{\text{ran}}^2 R 3M_{\odot}} = \left(\frac{v_e}{v_{\text{ran}}} \right)^2 \\ &\rightarrow \frac{2M}{R} \Omega^2 \frac{r^3}{M_{\odot}} = v_e^2 \end{aligned} \quad (\text{III-44})$$

左辺の分母・分子に重力定数を掛けると、 $\frac{2GM}{R} \Omega^2 \frac{r^3}{GM_{\odot}} = v_e^2$ となり、また円運動の力の釣り合いより $r\Omega^2 = \frac{GM_{\odot}}{r^2}$ なので、これを用いて $\frac{2GM}{R} = v_e^2$ となる。ここで、原始惑星の周りを円運動する質量 m の微惑星のエネルギーの釣り合いを考えると、 $m \frac{GM}{R} = \frac{1}{2} m v_e^2$ となるため、式 (III-42) は分散支配成長に対応していることが確認できた。

一方シア支配成長の場合には $v_{\text{ran}} \ll v_{\text{H}} \rightarrow \zeta < 1$ のため、式 (III-40) と (III-42) の比較は以下ようになる。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{ran}}} \Omega \left(\frac{v_e}{v_{\text{H}}} \right)^2 = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \frac{6p^{-1}}{\zeta} \quad (\text{III-45})$$

ここでも、式 (III-40) に関して $v_e \gg v_{\text{pla}} = v_{\text{H}}$ より $\left(\frac{v_e}{v_{\text{H}}} \right)^2 \gg 1$ として 1 を無視する。よって、 $\frac{6p^{-1}}{\zeta} = \frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{ran}}} \left(\frac{v_e}{v_{\text{H}}} \right)^2$ を示すことができれば良い。右辺が v_e^2 となるように、両辺に $v_{\text{ran}} v_{\text{H}}$ を掛けて整理すると、

$$\frac{6p^{-1}}{\zeta} v_{\text{ran}} v_{\text{H}} = 6 v_{\text{H}}^2 \frac{R_{\text{H}}}{R} = 6 \frac{\Omega^2 R_{\text{H}}^3}{R} = 6 \frac{\Omega^2 r^3 M}{R 3M_{\odot}} = \frac{2M}{R} \Omega^2 \frac{r^3}{M_{\odot}} = v_e^2 \quad (\text{III-46})$$

となる。なお、Hill 速度 $v_{\text{H}} = \Omega R_{\text{H}}$ を用いて変形している。この式は分散支配成長の場合と同様に正しいことが示せるので、式 (III-42) はシア支配成長にも対応していることが確認できた。

また、 p について $R_{\text{H}} = r \sqrt[3]{\frac{M}{3M_{\odot}}}$ を用いて変形すると、

$$p = \frac{R}{R_{\text{H}}} = \frac{R}{r} \left(\frac{3M_{\odot}}{M} \right)^{1/3} \approx 0.001 \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{-1} \left(\frac{\rho}{2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{-1/3} \quad (\text{III-47})$$

となる。これと $\Sigma_{\text{pla}} = 0.01 f_{\text{pla}} \Sigma_{\text{g}}$, $\Sigma_{\text{g}} = 10 \text{ kg m}^{-2} f_{\text{g}} \left(\frac{r}{\text{AU}} \right)^{-1}$, $R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3}$, $\Omega = \left(\frac{GM_{\odot}}{r^3} \right)^{1/2}$ を式 (III-42) に代入して整理すると、以下のようなコア集積速度の表式が得

られる。

$$\frac{dM}{dt} \approx 3.8M_{\oplus}\text{Myr}^{-1}f_{\text{pla}} \left(\frac{M}{M_{\oplus}}\right)^{2/3} \left(\frac{r}{5\text{AU}}\right)^{-1.5} [\max(\zeta, 1)\zeta]^{-1} \quad (\text{III-48})$$

7.2 ペブル集積の表式

ペブル集積における（幾何学レジームを除く）特徴的な集積レジームでは、ペブルはガスの影響を受けてその軌道を変えることでコアに集積される。このような集積が効率的に起こるためには、ペブルがコアの重力圏でその軌道を顕著に変えるのにかかるタイムスケール t_g の間、ガス抵抗を受けられることが必要である。ガス抵抗を受ける時間は摩擦時間 τ_f と表せるので、 $\tau_f = t_g$ をペブル集積による集積が起こる基準として考える。 t_g は、入射してきたペブルの速度をコアの重力による加速度で除算して表すことができる。ペブルの入射速度は Bondi レジームではサブケプラー速度 Δv 、Hill レジームでは Hill 速度 $v_H = \Omega R_{\text{acc}}$ (6.2 節参照) で決まるので、これらを 1 つの表式でまとめると集積基準は以下のように書ける。

$$\tau_f = \frac{\xi_B \Delta v + \xi_H \Omega R_{\text{acc}}}{GM/R_{\text{acc}}^2} \quad (\text{III-49})$$

なお R_{acc} は集積半径、パラメータ ξ_B と ξ_H は Bondi レジームと Hill レジームにおける集積を式に上手く対応させるためのもので、ここでは $\xi_B = \xi_H = 0.25$ を用いる。この集積基準に基づいて各レジームでの集積速度を導出する。また、ここではレジーム間の遷移質量についても確認する。各レジームについて、詳しくは第 II 部 4.3 節も参照して欲しい。

7.2.1 幾何学レジーム

幾何学レジームはペブルに対するガスの影響を無視しているので、ガス抵抗を受けにくい微惑星の集積 (7.1 節) と同様の表式で理解できる。ただし、ペブル集積における幾何学レジームでは集積天体の重力がかなり弱く、集積圏も狭いため、相対速度がランダム速度で決まる場合の表式に限られる。また Bondi 半径が微惑星の物理半径を越えると、レジームは Bondi レジームへと変化する。このときの遷移質量は Bondi 半径： $R_B = \frac{GM}{\Delta v^2}$ (6.1 節参照) と物理半径： $R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3}$ が等しくなる時の M であるから、これを M_{geo} とおくと遷移質量は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{GM}{\Delta v^2} &= \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3} \rightarrow \frac{G^3 M_{\text{geo}}^2}{\Delta v^6} = \frac{3}{4\pi\rho} \\ \rightarrow M_{\text{geo}} &= \frac{\Delta v^3}{[(4\pi/3)G^3\rho]^{1/2}} = 9.1 \times 10^{-8} M_{\oplus} \left(\frac{\Delta v}{30\text{m s}^{-1}}\right)^3 \left(\frac{\rho}{2 \times 10^3\text{kg m}^{-3}}\right)^{-1/2} \end{aligned} \quad (\text{III-50})$$

また、対応する遷移半径は以下の通り。

$$R_{\text{geo}} = 40 \text{ km} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right) \left(\frac{\rho}{2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{-1/2} \quad (\text{III-51})$$

7.2.2 Bondi レジーム

Bondi レジームでは相対速度がサブケプラー速度 Δv によって決まるため、 $\xi_B = 0.25$ 、 $\xi_H = 0$ として集積基準は以下のように書ける。

$$\tau_f = \frac{0.25 \Delta v R_{\text{acc}}^2}{GM} \quad (\text{III-52})$$

また、Bondi 半径 $R_B = \frac{GM}{\Delta v^2}$ と Bondi 半径を通過する特徴的タイムスケール $t_B = \frac{R_B}{\Delta v}$ より $\frac{GM}{\Delta v} = \frac{R_B^2}{t_B}$ と書けるのを利用して集積半径を求めると、

$$R_{\text{acc}} = \left(\frac{4\tau_f GM}{\Delta v} \right)^{1/2} = \left(\frac{4\tau_f}{t_B} \right)^{1/2} R_B \quad (\text{III-53})$$

のように R_B を用いて表せる。また Bondi 圏はペブルが集中する中央層の中に埋もれているので、3次元的にペブルを集積しており、その集積速度は最も一般的な形で以下のように書ける。

$$\dot{M}_{3D} = \pi R_{\text{acc}}^2 \rho_p \delta v \quad (\text{III-54})$$

Bondi レジームでの最も効率的な集積は $\tau_f = t_B$ のペブルで起こる。このときの集積速度は、式 (III-54) に集積半径 $R_{\text{acc}} = \left(\frac{4t_B}{t_B} \right)^{1/2} R_B = 2R_B$ 、 $\rho_p = \frac{\Sigma_p}{\sqrt{2\pi} H_p}$ 、 $\Sigma_p = 0.01 f_p \Sigma_g = 0.01 f_p 10^4 \text{ kg m}^{-2} f_g \left(\frac{r}{\text{AU}} \right)^{-1}$ を代入して整理することで、以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \dot{M}_{B,3D} &= 8.4 \times 10^{-3} M_{\oplus} \text{Myr}^{-1} f_p \\ &\times \left(\frac{M}{10^{-4} M_{\oplus}} \right)^2 \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right)^{-3} \left(\frac{H_p/H}{0.1} \right)^{-1} \left(\frac{H/r}{0.05} \right)^{-1} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{-2} \end{aligned} \quad (\text{III-55})$$

また、Hill 速度 $v_H = \Omega R_{\text{acc}}$ がサブケプラー速度 Δv を越えると、レジームは Hill レジームへと変化する（第 II 部 4.3.3 節参照）。このときの遷移質量は Δv と $\Omega R_H = \Omega r \sqrt{\frac{M_t}{3M_{\odot}}}$ が等しくなる時の M であるから、これを M_t とおくと遷移質量は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \Delta v^3 &= \Omega^3 r^3 \frac{M_t}{3M_{\odot}} \quad \rightarrow \quad M_t = 3 \frac{M_{\odot}}{\Omega^2 r^3} \frac{\Delta v^3}{\Omega} \\ \rightarrow \quad M_t &= \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{\Delta v^3}{G\Omega} = 2.2 \times 10^{-3} M_{\oplus} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{3/2} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right)^3 \end{aligned} \quad (\text{III-56})$$

ただし、 $\Omega = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r^3}}$ を使い、Johansen & Lambrechts (2017) の表記に合わせるよう係数を調整している。また、対応する遷移半径は以下の通り。

$$R_t = 1,160 \text{ km} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right) \left(\frac{\rho}{2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{-1/3} \quad (\text{III-57})$$

7.2.3 Hill レジーム

Hill レジームでは相対速度が Hill 速度 ΩR_{acc} によって決まるため、 $\xi_B = 0$, $\xi_H = 0.25$ とし集積基準は以下のように書ける。

$$\tau_f = \frac{0.25\Omega R_{\text{acc}}^3}{GM} \quad (\text{III-58})$$

また、 $v_H = \Omega R_H$ で円運動する粒子について $\Omega = \sqrt{\frac{GM}{R_H^3}}$ を利用して集積半径を求めると、

$$R_{\text{acc}} = \left(\frac{4\tau_f GM}{\Omega}\right)^{1/3} \rightarrow \left(\frac{\Omega\tau_f}{0.1}\right)^{1/3} R_H \quad (\text{III-59})$$

のように R_H を用いて表せる。ただし、Johansen & Lambrechts (2017) の表記に合うよう係数を調整した。また Hill 圏は非常に大きく、それに対してペブルの中央層は十分薄いと考えられるため、ペブルの集積は 2 次元的なものとして捉えられる。このときの集積速度は、最も一般的な形で以下のように書ける。

$$\dot{M}_{2D} = 2R_{\text{acc}}\Sigma_p\delta v \quad (\text{III-60})$$

一般的な $\Omega\tau_f = 0.1$ の値における集積速度を導く。集積速度は、式 (III-60) に集積半径 $R_{\text{acc}} = \left(\frac{0.1}{0.1}\right)^{1/3} R_H = R_H$, $R_H = \sqrt[3]{\frac{M}{3M_\odot}}$, $\Omega = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r^3}}$, Bondi レジームのときと同様の Σ_p を代入して整理することで、以下のように表せる。

$$\dot{M}_{H,2D} = 210M_\oplus\text{Myr}^{-1}f_p \left(\frac{M}{M_\oplus}\right)^{2/3} \left(\frac{r}{5\text{AU}}\right)^{-0.5} \quad (\text{III-61})$$

この集積速度はペブル集積における他のレジームに比べて圧倒的に速く、また Bondi レジームから切り替わったのち大きいものでは数百地球質量まで成長する巨大惑星コア集積の大部分を担うものであるから、ペブル集積の特徴的な集積速度と考えてよい。

8 原始惑星の持つ離心率と傾斜角の影響

ガスの影響を良く受け円盤と一体となって運動するペブルに対し、ガスの影響を受けにくい原始惑星は離心率や傾斜角を持つ軌道で運動していることがある。離心率がある場合、原始惑星はペブル軌道を横切るように移動するため集積速度が増す。一方傾斜角がある場合、原始惑星はペブルの集中している円盤中央層から外れた軌道を通るため、原始惑星の成長が抑制される。特に、大きな原始惑星が小さな原始惑星を中央層の外へ持ち上げることで小さな原始惑星の成長が抑制されると、少数の巨大惑星のみ形成が進む。このように、離心率と傾斜角は原始惑星の成長に影響を与える。これらの要素を含めた時の原始惑星とペブルの相対速度は時間 t の関数として、Johansen & Lambrechts (2017) で以下のように示される。

$$v_{\text{rel}} = \sqrt{[\Delta v \cos(\Omega t)]^2 + [-(1/2)v_e \sin(\Omega t) + \Delta v]^2 + [v_i \cos(\Omega t)]^2} \quad (\text{III-62})$$

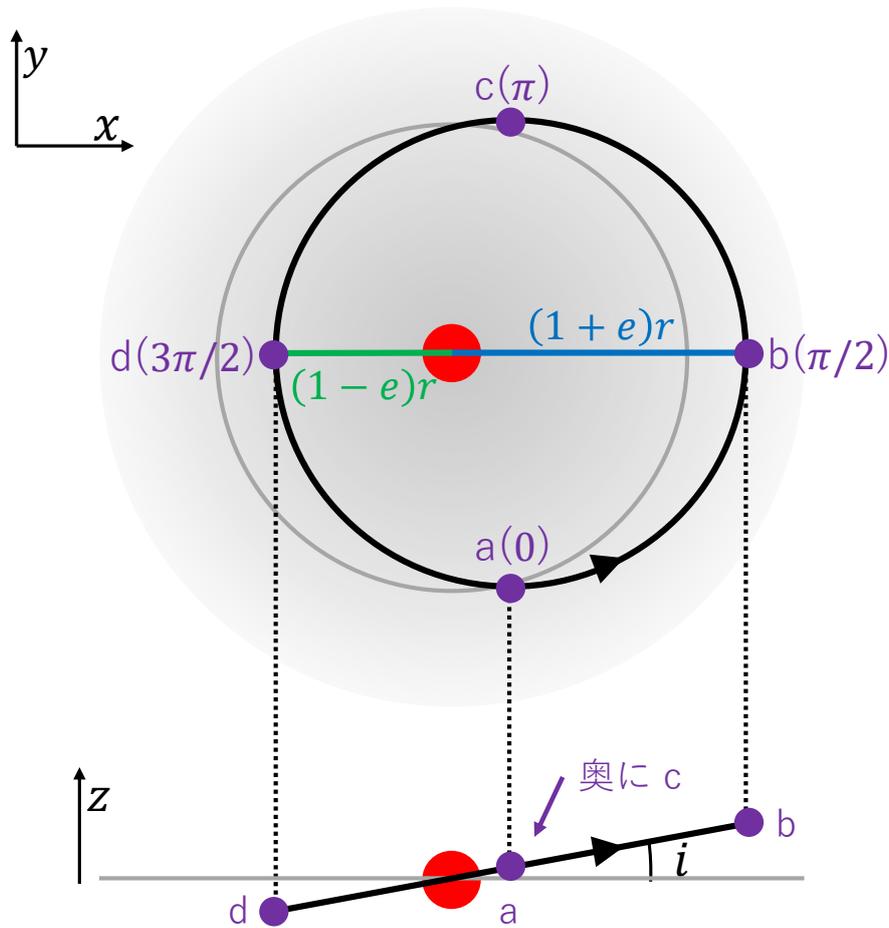


図 20 円盤中央層（ペブル）に対して離心率 e と傾斜角 i を持つ原始惑星軌道の模式図。なお、図では誇張されているが e と i はどちらも非常に小さいものとする。上の図は円盤を回転軸方向から見たものでそこに $x-y$ 軸をとり、下の図は円盤を回転軸と垂直な方向から見たもので回転軸方向に z 軸をとる。原始惑星は上の図において反時計回りしており、点 a を $\Omega t = 0$ として $\Omega t = \pi/2$ の点 b が遠日点、 $\Omega t = 3\pi/2$ の点 d が近日点である。また上の図の灰色の線は太陽を中心とする半径 r の円軌道、下の図の灰色の線は円盤中央面を表す。

ただし、 $v_e = ev_K(r)$ 、 $v_i = iv_K(r)$ はそれぞれ軌道の離心速度と傾斜角速度、 $v_K(r)$ は軌道半径 r でのケプラー速度である。また $\Omega t = \pi/2$ で遠日点、 $\Omega t = 3\pi/2$ で近日点となるように角度を設定している。この式について、各項の表す速度成分を整理してみよう。式の条件に合うような離心率と傾斜角を持つ原始惑星軌道は図 20 のように書ける。円盤を回転軸方向から見た上図において x 軸と y 軸、円盤を回転軸方向と垂直な方向から見た下図において z 軸をとる。原始惑星は反時計回りで運動しており、点 b が遠日点、点 d が近日点である。また上図の灰色の円は太陽を中心とした半径 r の円軌道を示す。

まず x 軸方向の相対速度成分について考える。点 b , d では原始惑星とペブルは互いに y 軸方向の速度しか持っていないため、 x 軸成分の相対速度は 0 である。点 a , c では、原始惑星軌道の離心率は非常に小さいと考えるため、原始惑星もペブルも x 軸方向の速度のみ

を持ち並行に運動していると考え。このときの原始惑星は太陽からの距離が r と見なせるので、原始惑星の速度はケプラー速度 $v_K(r)$ で表せる。一方、ペブルは軌道半径 r のガスと同じ速度で運動しているため、その速度は $v_K(r) - \Delta v$ と表せる。よって原始惑星のペブルに対する相対速度は $v_K(r) - (v_K(r) - \Delta v) = \Delta v$ となる。この計算は点 a, c で同様だが、点 a では右向き、点 c では左向きの相対速度となるため x 軸を右向き正とするとそれぞれ相対速度は Δv , $-\Delta v$ と表せる。これらを踏まえて相対速度の x 軸成分を時間 t の関数として表すと、以下ようになる。

$$v_x = \Delta v \cos(\Omega t) \quad (\text{III-63})$$

次に y 軸方向の相対速度成分についてだが、点 a, c では原始惑星もペブルも x 軸方向の速度しか持たないため 0 である。点 b, d ではどちらも y 軸方向の速度を持つため相対速度を考えていくが、 x 軸方向のときとは計算が異なる。まず、遠日点 b における原始惑星の太陽からの距離は離心率 e を用いて $(1+e)r$ と書ける。ここでの原始惑星の速度 v_{ap} は、面積速度一定の法則より以下のように書ける。

$$rv_K(r) = (1+e)rv_{ap} \quad \rightarrow \quad v_{ap} = (1+e)^{-1}v_K(r) \approx (1-e)v_K(r) = v_K(r) - v_e \quad (\text{III-64})$$

ただし、 e は微小量のため $(1+e)^\alpha \approx 1 + \alpha e$ と近似している。またペブルは、軌道半径 $(1+e)r$ のガスと同じ速度で運動しているため、速度は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} v_K((1+e)r) - \Delta v &= \sqrt{\frac{GM_\odot}{(1+e)r}} - \Delta v = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}(1+e)^{-1/2} - \Delta v \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} \left(1 - \frac{1}{2}e\right) - \Delta v = v_K(r) - \frac{1}{2}v_e - \Delta v \end{aligned} \quad (\text{III-65})$$

よってこれらの相対速度をとると、

$$(v_K(r) - v_e) - (v_K(r) - \frac{1}{2}v_e - \Delta v) = -\frac{1}{2}v_e + \Delta v \quad (\text{III-66})$$

となる。また近日点 d についても同様に計算すると、原始惑星の速度は $v_K(r) + v_e$ 、ペブルの速度は $v_K(r) + \frac{1}{2}v_e - \Delta v$ より、相対速度は以下ようになる。

$$(v_K(r) + v_e) - (v_K(r) + \frac{1}{2}v_e - \Delta v) = \frac{1}{2}v_e + \Delta v \quad (\text{III-67})$$

これらを踏まえて相対速度の y 軸成分を時間 t の関数として表すと、以下ようになる。

$$v_y = -(1/2)v_e \sin(\Omega t) + \Delta v \quad (\text{III-68})$$

最後に z 軸方向の相対速度成分を考える。ペブルは円盤中央面に沿って運動しているため、 z 軸方向の速度は常に 0 である。これにたいして原始惑星は、点 b, d を通過するときは円盤中央面に対して平行に運動するため z 軸方向の速度は 0 となる。一方点 a を通過するときには、その運動速度 $v_K(r)$ の z 軸成分の速度を持つため、このときの相対速度は

$v_K(r) \sin i \approx iv_K(r) = v_i$ のように書ける。点 c を通過するときについても同様に計算できるが相対速度の向きが下向きになるので、こちらは $-v_i$ となる。これらを踏まえて相対速度の z 軸成分を時間 t の関数として表すと、以下のようなになる。

$$v_z = v_i \cos(\Omega t) \quad (\text{III-69})$$

これらの v_x , v_y , v_z をベクトルの的に足し合わせると、原始惑星とペブルの相対速度が $v_{\text{rel}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ と書ける。これは式 (III-62) そのものである。

第 IV 部

まとめ

ペブル集積は、巨大惑星形成に際してコア集積速度を上げるメカニズムとして注目されている。小さなペブルは微惑星よりもガス抵抗を受けやすく、これによる2つの効果で効率的なコア集積を実現する。まず、ペブルはガス抵抗により公転角運動量を失うことで円盤内を動径移動し、採餌領域へペブルを供給し続ける。このため、採餌領域が枯渇することによる非効率的なコア集積段階を回避することができる。また、ガス抵抗を受ける間の重力作用によりペブル軌道が変化して、幾何学的な集積よりも効率的な集積レジームでの集積が起こる。このような、ペブル集積による速いコア集積速度を以てすれば、従来の巨大惑星形成シナリオの遅い集積速度の問題を解決することができた。

しかし、ペブル集積にはまだいくつか課題がある。まず、ペブル集積の初期段階においてはペブル集積のみならず微惑星集積も行った方が効率的である。実際に微惑星集積も起こると考えるならば、原始惑星系円盤ではダストの付着障壁を越えてある程度の量の微惑星を形成しなければならない。現在微惑星形成の鍵を握ると考えられるのはストリーミング不安定の発生だが、ストリーミング不安定の発生する場所、頻度などについては今後も理解を深めていくことが必要である。

また、本論文でペブル集積によって概ね矛盾なく理解できたのは「太陽系の巨大惑星形成」に限られるということに注意すべきだ。ペブル集積が太陽系で実際に起こっていたメカニズムだと言うためには、ペブル集積が起こるような状況下で、同時に衛星や岩石惑星のような小さな天体を形成することも可能であることを示す必要がある。さらに Johansen & Lambrechts (2017) では、他の惑星系においてはペブル集積で説明することが難しい部分があるということが示されていた。このように、確かにペブル集積はコア集積シナリオを改善する画期的なアイデアであるが、あくまでも多くのアイデアのうちの1つであるということは忘れてはならない。これからもペブル集積についての研究が続けられていくことはもちろんのこと、他のメカニズムについても理解に努めていく必要がある。

第 V 部

Johansen & Lambrechts (2017) 全訳

アブストラクト

原始惑星系円盤に大量のペブルが検出され、それに関する特徴づけがなされたことは、惑星成長を駆動するペブル集積の研究を動機づけてきた。この論文は、微惑星成長を越えたダスト成長から原始惑星、さらにガスに包まれた完全に成長した惑星に至るまでのペブル集積による惑星形成を全てカバーする。ペブルは非常に速く集積された—その速さのオーダーは微惑星の集積よりも速い—そしてその速さは、中心星からの距離に従ってゆっくりとしか減速しない。このことは惑星コアに対して、惑星の最終的な軌道よりもっと外側において成長を開始することを可能にする。太陽やその他の恒星を周回する巨大惑星—より大きな軌道の系外惑星も含む—系は、それゆえ惑星の移動と完全に調和的に形成されうる。我々は、比較的単純な一連の支配方程式を積分することによって、長半径に対する成長過程がどのように獲得されえたかを示す。

1 イントロダクション

惑星形成における固体粒子の役割は遅くとも、微惑星仮説の最初の定式化 (Chamberlin 1916) のときから認識されてきた。この仮説によれば惑星は、惑星帯において小惑星に似た小さい微惑星同士が衝突することで作られた。数学的・物理的な微惑星仮説の厳格な枠組みは、Viktor Safronov により 1950~1960 年代にかけて発達させられ、彼の著書「原始惑星雲の進化」(Safronov 1969) にまとめられている。この色褪せない功績において、惑星形成の全工程が網羅・調査されている—原始惑星系円盤の形成、ペブルを形成するダスト粒子の付着や堆積、ダスト層での重力不安定による微惑星の形成、そして微惑星集積による惑星の成長—。Safronov の本が出版されて約 50 年が経過し、今や固体の集積が惑星形成の中心的役割を果たしているという確証が存在することを示す。ミリメートルやセンチメートル単位の波長による原始惑星系円盤の観察は、ほぼ全ての若い星の周りでマイクロメートルサイズの塵の粒が小石サイズへ成長していることを示す (Testi et al. 2003, Wilner et al. 2005)。小惑星やカイパーベルト天体、そして他の恒星の周りのデブリ円盤 (Wyatt 2008) は、全て惑星帯の最初の種である微惑星の生き残りである (Johansen et al. 2014)。星のメタリシティと母星に接近した巨大惑星の出現率の相関は、「固体の集積は、その大部分が水素やヘリウムのガスで占められている巨大惑星の形成においてさえも重要である」ということの土台となる証拠を与える (Santos et al. 2004, Fischer & Valenti 2005, Buchhave et al. 2012)。

コア集積シナリオは、微惑星仮説の枠組みの中で巨大惑星形成を説明するために構築された (Mizuno 1980, Stevenson 1982, Lissauer 1987, Pollack et al. 1996)。コアは微惑星の集積により形成し、そのためには大きな成長速度を獲得するための動力学的な冷却を必要とする。ガス外層は、コアが微惑星集団に対して孤立質量に達したまま、コアの集積放射が減少した後に収縮する。ガス外層が成長してコアよりもっと大きな質量になった後に、コアは最終的に暴走ガス集積を経験する。コア集積シナリオは、推測された太陽系巨大惑星のコア質量の説明に成功した (Mizuno 1980, Stevenson 1982)。しかしコア集積は、2つの重大な問題を抱えている。まず、微惑星の採餌領域で観測通りの木星や土星のコア質量を作るには、とても高い微惑星柱密度が要求される (Pollack et al. 1996)。このことは、80-90% の巨大ガス惑星のコアを形作らない微惑星の形成とその行方という疑念を生む。微惑星の集積速度は太陽からの距離に従って急激に減少するため、天王星や海王星

にとって、原始惑星系円盤の寿命の中でそのようにして形成するのは非常に厳しい（と Safronov 1969 で指摘された）。次に、コアが他のコアとは孤立して成長する、また速度分散が無視できる微惑星が集積するという仮定は、複数のコア成長の動力学的なシミュレーションにより正当化できないことが示された (Levison et al. 2010)。時折起こる微惑星とコアの接近遭遇は微惑星軌道を励起したり、コアの（低い）成長速度を導くが、原始惑星系円盤にガスが残っている間でもコアが十分な大きさになるには成長速度があまりに低すぎる。これらの問題は、新たな視点での面白い考えを生んだ。それは、惑星形成がガスの重力的不安定により起きたというものである (Cameron 1978, Boss 2001, Mayer et al. 2002, Nayakshin 2010)。

この報告は、比較的新しく発見されたコア集積シナリオ中での集積速度を高めるメカニズム、すなわちペブル集積に注目する。ペブル集積は、惑星成長を駆動する根源としてミリメートルからセンチメートルサイズのペブルを中心とする。ペブルが原始惑星を通り過ぎるときガス抵抗によりエネルギーを失うことで、微惑星によるよりも遙かに容易く成長する原始惑星に集積される (Johansen & Lacerda 2010, Ormel & Klahr 2010)。原始惑星の重力の及ぶ範囲—微惑星に対するケプラー速度未満で運動するガスの Bondi 半径と原始惑星の Hill 半径—を通過する特徴的時間に近い時定数でガスと摩擦で結びついたペブルは、惑星の重力の及ぶ全範囲から集積する (Lambrechts & Johansen 2012)。

ペブル集積メカニズムが発達したのは、観測に基づく原始惑星系円盤内の大量のペブルの発見とちょうど同じ時期だ (Testi et al. 2003, Wilner et al. 2005)。これらの観測は、原始惑星系円盤におけるダスト同士の付着を妨げるいくつかの要因—特に強い弾性、破碎、流れによる障壁—の認識の発展と連携した段階に行われた (Brauer et al. 2007, Blum & Wurm 2008, Blauer et al. 2008, Zsom et al. 2010)。これらの障壁は原始惑星系円盤を、ミリメートルからセンチメートルサイズのペブルを作り出す能率的な工場にする。原始惑星系円盤内のペブルの存在は、ストリーミング不安定も含むような乱流ガス内でこのような粒子を集める多くのメカニズムが知られていることから、どのように微惑星が形成するかをも説明できる (Chiang & Youdin 2010, Johansen et al. 2014 のレビューを参照)。過密なペブルのフィラメントの重力崩壊は一般的に、大きな微惑星の形成 (Johansen et al. 2007, 2015; Simon et al. 2016) をもたらし、これは Bottke et al. (2005) と Morbidelli et al. (2009) により推論された 100 km スケールの小惑星の初期サイズと定性的には調和する。これは、今日の観測される小惑星のサイズ分布と調和させるのに必要である。最も大きな微惑星はその後、他の微惑星と、微惑星形成過程で残されたペブルを集積して成長し続けることができる。

ペブル集積の速度は、原始惑星系円盤内のペブルの支配的サイズにより決定される。特に微惑星から原始惑星への成長を駆動するためには、微惑星集積の貢献も重要である。それゆえこの論文は惑星形成の全ての段階に注目する：ペブル成長と微惑星形成 (第 2 節)、微惑星集積速度 (第 3 節)、そしてペブル集積の速度 (第 4 節)。第 5 節において、我々は主要な種別の惑星 (すなわち、地球型惑星の形成を養う原始惑星はもちろん、巨大ガス惑星、巨大氷惑星、大きな軌道をとる太陽系外惑星、そしてスーパーアース) の成長経路を生み出す全ての惑星成長の物理的側面を結びつける。第 6 節では惑星形成についての将来の研究のために重要な優先事項について概説する。

1.1 原始惑星系円盤のパラメータ覚書

ペブル集積による惑星形成の支配方程式は、原始惑星系円盤のガスの柱密度や温度といった物理状態に強く依存する。これらのパラメータの多くは、中心星からの距離と時間の両方によって大きく変化する。この論文では、軌道長半径に対してほんのわずかな変化しかないパラメータを用いて方程式をスケールすることにする。これらのパラメータは次の通りである。

1.1.1 円盤のアスペクト比 H/r

円盤のアスペクト比^{*1} は式 V-1 の関係を通して温度 T を定める。

$$\frac{H}{r} = \frac{c_s}{v_K} \propto T^{1/2} \quad (\text{V-1})$$

ここで、 c_s はガスの音速で、 v_K はケプラー速度である。Hayashi (1981) の光学的に薄いモデルではアスペクト比はわずかに広がりを持ち ($H/r = 0.033(r/\text{AU})^{1/4}$ 程度)、一方で Bitsch et al. (2015a) の完全な放射伝達モデルでは 5–10 AU に渡っては平たく、これより外側では星の放射が加熱を支配し、おおよそ $r^{2/7}$ の割合で増加するアスペクト比となっている (Chiang & Youdin 2010)。内側円盤におけるアスペクト比は、円盤進化の最初の数百万年の間 (なお、このとき粘性加熱が著しい) は約 0.05 だが、その後の円盤進化のステージにおいては約 0.02–0.03 まで下落する (Bitsch et al. 2015a)。この数値の下落は、低質量のガス外層を持つスーパーアースの形成に関して非常に重要な帰結を有する (5.6 節)。

1.1.2 サブケプラー速度 Δv

円盤中心から外へ向かう圧力の支えが、サブケプラー速度^{*2} $v_g = v_K - \eta v_K = v_K - \Delta v$ でガスが軌道をとる原因となる。動径圧力のパラメータ η は、動径圧力勾配を用いて $\eta \equiv -(1/2)(H/r)^2(\partial \ln P / \partial \ln r)$ のように与えられる。ここから、この定義は式 V-2 を与える。

$$\Delta v = -\frac{1}{2} \frac{H}{r} \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} c_s \quad (\text{V-2})$$

光学的に薄い状況での Hayashi (1981) のアプローチにおいては、サブケプラー速度は原始惑星系円盤全体で $\Delta v \approx 50 \text{ m s}^{-1}$ 程度の一定の値となっている。原始惑星系円盤の放射伝達モデルは光学的に薄いモデルより遥かに冷えていて、またこのモデルはより低い値の Δv に行き着く。Bitsch et al. (2015a) のシミュレーションは、原始惑星系円盤の広い領域で $\Delta v \approx 30 \text{ m s}^{-1}$ という値をとることを示す。

1.1.3 柱密度割合 (ガス f_g , ペブル f_p , 微惑星 f_{pla})

我々は、柱密度 (ガス Σ_g , ペブル Σ_p , 微惑星 Σ_{pla}) に一般的な分布を用いる。

$$\Sigma_g = 10^4 \text{ kg m}^{-2} f_g \left(\frac{r}{\text{AU}} \right)^{-1} \quad (\text{V-3})$$

$$\Sigma_p = 0.01 f_p \Sigma_g \quad (\text{V-4})$$

$$\Sigma_{\text{pla}} = 0.01 f_{\text{pla}} \Sigma_g \quad (\text{V-5})$$

ここで、 f_g , f_p そして f_{pla} は、標準的な分布に対応する原始惑星系円盤の柱密度のパラメータ表示である。我々は Bitsch et al. (2015a) のシミュレーションより、円盤パラメータ f_g , f_p そして f_{pla} の名目値を選択する。ここで、 $f_g = 1$ は集積率 $\dot{M} \sim 10^{-7} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ の若い原始惑星系円盤を表し、そして $f_g = 0.1$ は百～数百万年進化した原始惑星系円盤の代表的な値だ。円盤分布への実際の当てはめ (放射伝達シミュレーションによる結果) は、Bitsch et al. (2015a) の付録で見つけることができる。なお、我々はこのレビューでは natural units または SI units のいずれかを用いる。

^{*1} 円盤のアスペクト比

ガススケールハイト H を長半径 r で割った値。

^{*2} サブケプラー速度 (Δv)

ガス軌道速度 v_g とケプラー速度 v_K の差として定義される。

1.1.4 粒子の中央層の厚みの比 H_p/H

粒子の中央層のスケールハイト H_p は、 $\rho_p = \Sigma_p/(\sqrt{2\pi}H_p)$ によって表される中央部の粒子密度を決定する。この密度は、沈降と乱流拡散の間の均衡として定まる（詳しくは Johansen et al. 2014 のレビューを参照）。このガスのスケールハイトに対する比は、1（沈降していない）と 0.01（中央面の乱流のみによりかき混ぜられるとき）の間の値を取ることができる。我々は一般的な値 $H_p/H = 0.1$ をこのレビュー内で用いる。

2 ペブルの成長と微惑星成長

この節で我々は、ダスト同士の付着と微惑星形成について簡単に調べる。我々は、ペブル集積のシミュレーションに必要とされるペブルのサイズを計算するのに用いることのできる実用的レシピの説明に集中する。読者には、塵の成長と微惑星形成の詳細についての多くの最新のレビュー論文を参照して欲しい（Blum & Wurm 2008, Chiang & Youdin 2010, Testi et al. 2014, Johansen et al. 2014, Birnstiel et al. 2016）。

2.1 相互付着によるペブル成長

相互付着によるペブル成長^{*3} の中心となる舞台は、密度が高く、相対的に長命な原始惑星系円盤に生じる。これらの原始惑星系円盤は 100 から 1000 AU（Andrews et al. 2009）という典型的なサイズをとり、中心星に向けて質量が集積する。その集積速度は原始惑星系円盤の数百年の寿命に渡って、約 $10^{-7}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$ から $10^{-9}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$ まで減少する（Hartmann et al. 1998）。

2.2 ペブルサイズ

ペブルの円盤中心への降着効率は、ペブルの空気力学的な摩擦時間 τ_f に左右される。柱密度 Σ_g のガス中で動く、半径 R で内部密度 ρ の粒子のストークス数^{*4} は、以下のように定義される。

$$\text{St} = \Omega\tau_f = \frac{\sqrt{2\pi}R\rho}{\Sigma_g} = 2.5 \times 10^{-4} f_g^{-1} \left(\frac{R}{10^{-3}\text{m}} \right) \left(\frac{\rho}{10^3\text{kg m}^{-3}} \right) \left(\frac{r}{\text{AU}} \right) \quad (\text{V-6})$$

我々はここで、粒子は原始惑星系円盤の中央層にあり、また摩擦はエプスタイン則^{*5} に従うものとする（Johansen et al. 2014 の摩擦状態についての議論を参照）。ストークス数は、 $\text{St} < 1$ （Ormel & Cuzzi 2007）の粒子の乱流衝突速度をも決定し、これは以下のように表わされる。

$$v_c = \sqrt{3}\sqrt{\alpha}\sqrt{\text{St}c_s} \quad (\text{V-7})$$

ここで、 α は乱流粘性を表す無次元量で、 c_s はガスの音速である。

粒子サイズ分布の時間進化は、離散的な粒子ピンを用いた（粒子の）付着成長方程式を解くこと、または統計的な粒子法を使うことによりモデリングされる（Brauer et al. 2007, Ormel et al. 2007, Zsom &

*3 原文では **Coagulation**

*4 ストークス数

粒子の摩擦時間に軌道周波数 Ω を掛けたもの。

*5 エプスタイン則

ダスト粒子との衝突によって跳ね返るガス分子が、他のガス分子との衝突よりも前に粒子サイズよりも遥かに大きく動く場合の空気力学的抵抗則。

Dullemond 2008)。このようなシミュレーションの結果は一般的に、付着の障壁 3 つ：(a) 破碎障壁，(b) 跳ね返り障壁，そして (c) 動径移動障壁のうちの 1 つに達するまで粒子が成長するというように理解できる。

2.2.1 破碎障壁

破碎障壁のストークス数は、衝突速度 v_c を臨界破碎速度 u_f と等しく設定することにより得られる (Birnstiel et al. 2011)。これは以下のような表現をもたらす。

$$\text{St} = \frac{u_f^2}{3\alpha c_s^2} = 0.015 \left(\frac{\alpha}{10^{-3}}\right)^{-1} \left(\frac{u_f}{10 \text{ m s}^{-1}}\right)^2 \left(\frac{H/r}{0.05}\right)^{-2} \left(\frac{r}{\text{AU}}\right) \quad (\text{V-8})$$

破碎障壁は実際、空隙率と、インパクターとターゲットの相対サイズの複雑な関数である (Wurm et al. 2005, Güttler et al. 2010)。しかし単純に、 u_f を不変の値として、おおよその破碎障壁の表現を得ることができる。

2.2.2 跳ね返り障壁

密な粒子は、粒子の質量と共に減少する障壁速度よりも低い速度でのみ付着する。このことは破碎障壁よりも小さい粒子サイズにおいて跳ね返り障壁をもたらす。Zsom et al. (2010) は、(Hayashi 1981 の最小質量太陽系星雲モデルに似た、もしくはそれよりも大質量の) 大質量原始惑星系円盤において弾性障壁が粒子質量約 10^{-3} kg で発生することを示した。これは、ふわふわした集合体が衝突により圧密化する中で起こる。密な粒子たちは、今度は付着よりも跳ね返る傾向がより強まる。しかし、柱密度が最小質量太陽系星雲モデルを下回るような原始惑星系円盤のよりありそうなケースでは、乱流衝突速度が以下の付着上限速度に等しいときに跳ね返り障壁がもたらされる。

$$v_s = \sqrt{\frac{5\pi a_0 F_{\text{roll}}}{m}} \quad (\text{V-9})$$

ここで、 a_0 はモノマー^{*6} サイズ、 F_{roll} は他のモノマー表面上でモノマーを転がすのに必要な力、そして m は塵集合体同士の換算質量である (Güttler et al. 2010)。これは以下のストークス数の表現を与える。

$$\begin{aligned} \text{St} &= \left[\frac{15(2\pi)^{3/2} a_0 F_{\text{roll}} \rho \cdot^2}{6\alpha c_s^2 \Sigma_g^3} \right]^{1/4} = 3.7 \times 10^{-6} f_g^{-3/4} \left(\frac{a_0}{\mu\text{m}}\right)^{1/4} \left(\frac{F_{\text{roll}}}{8.5 \times 10^{-10} \text{ N}}\right)^{1/4} \\ &\times \left(\frac{\rho}{3500 \text{ kg m}^{-3}}\right)^{1/2} \left(\frac{\alpha}{10^{-3}}\right)^{-1/4} \left(\frac{H/r}{0.05}\right)^{-1/2} \left(\frac{r}{\text{AU}}\right) \end{aligned} \quad (\text{V-10})$$

跳ね返り障壁は、明らかにケイ酸塩粒子に対して (我々が見積もった回転力において) 非常に厳しいものである。水の氷はケイ酸塩よりもとても高い表面エネルギーを持つため、氷の集合体は衝突によるコンパクト化に抵抗する (Wada et al. 2009)。アイスライン (円盤温度が約 180K になるところ、一般的には中心星から 1–3AU の距離に位置する; Martin & Livio 2012, Morbidelli et al. 2016 における議論を参照) の外側において、多孔性粒子の高い付着効率はとても大きな集合体の形成を導き、そこではそれらの動径移動 (後の節において議論される) によってのみ成長が制限される。

2.2.3 動径移動障壁

跳ね返り、そして破碎障壁を回避する性質を持つ粒子、例えば非常に疎な氷粒子 (Wada et al. 2009) は、それにも関わらず動径移動障壁には直面する。動径移動障壁は、成長タイムスケール $\text{St}/\dot{\text{St}}$ が動径移動タイム

^{*6} モノマー

通常 μm サイズと想定される、ダスト集合体の基本的構成要素。

スケール r/\dot{r} と等しくなる時に生じる。これはストークス数を以下のように与える。

$$\text{St} = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{v_K}{\Delta v} \frac{\Sigma_p}{\Sigma_g} = 0.53 \left(\frac{\Delta v}{50 \text{ ms}^{-1}} \right)^{-1} \frac{\Sigma_p/\Sigma_g}{0.01} \left(\frac{r}{\text{AU}} \right)^{-1/2} \quad (\text{V-11})$$

この移動障壁におけるストークス数の表現は、Birnstiel et al. (2012) と Lambrechts & Johansen (2014) より解析的に得られた。Lambrechts & Johansen (2014) は、ペブル形成フロントが中心から徐々に離れるように動いていくという考えに基づいて移動するペブルの柱密度を計算した。ペブルの高い動径移動速度の結果として、移動するペブルの柱密度は、ガス柱密度の 1% にあたる標準的な値よりも著しく低くなることがわかる。これはまた、式 (11) における柱密度依存を通して移動ペブルのストークス数を低下させる。

2.3 微惑星形成

動径移動は、たとえ粒子が衝突時に完璧に付着するとしても、付着成長により達することのできる最大の粒子サイズに自然な限界を定める。粒子は原理的には圧力こぶの中において (Drażkowska et al. 2013), もしくは氷そのものの密度の 10^{-5} 倍を下回る内部密度を持つ極めて疎な氷粒子同士のととも効率的な付着によって動径移動障壁を突破することができる (Okuzumi et al. 2012)。しかし、圧力こぶの発生率と極めて疎な氷粒子の形成は未だ研究下にある (例として Krijt et al. 2015 を参照, 彼は疎な氷粒子が単一モノマーの衝突により浸食されることを発見した)。

ペブル成分の自己重力は重力不安定による微惑星形成を手伝うことができるが、重力崩壊を起こすためにはガス密度の 100 倍を超える粒子密度が必要とされる。ストリーミング不安定は、原始惑星系ガス円盤で自己重力で崩壊する密集したフィラメントへペブルを濃集させることにより微惑星形成の経路を提供する (Youdin & Goodman 2005, Johansen & Youdin 2007, Youdin & Johansen 2007)。密集したペブルフィラメントの出現は、 $\text{St} \sim 0.1$ において約 1.5% (Johansen et al. 2009, Bai & Stone 2010) のメタリシティ (ペブル柱密度をガスと比較して定義される) の閾値を超えて起こり、粒子が大きくなって小さくなくてもこの閾値は増える (Carrera et al. 2015)。Drażkowska & Dullemond (2014) は、標準的なメタリシティの下でアイスライン内側では、ケイ酸塩の跳ね返り障壁がより小さなサイズで粒子成長を止める間は、ストリーミング不安定が作用しない場合でも付着成長がアイスラインの外側でストリーミング不安定を引き起こすきっかけとなるペブルサイズを生み出すことができるということを証明した。

粒子の自己重力をストリーミング不安定に含めるシミュレーションは、より広範囲なサイズの微惑星形成を導き、近似的な微分質量分布に従う。

$$\frac{dN}{dM} \propto M^{-1.6} \exp[-(M/M_{\text{exp}})^\beta] \quad (\text{V-12})$$

-1.6 というべき指数は、Johansen et al. (2015) と Simon et al. (2016) による独立のシミュレーションの中で発見された。Schäfer et al. (2017) は large-box シミュレーションを用いて、指数関数的なカットオフを表す急峻パラメータ β を $\beta \approx 0.3 \dots 0.4$ の範囲と推定した。指数関数的なカットオフ質量 M_{exp} は、標準的な粒子柱密度において半径約 100km の典型的な微惑星サイズに対応する。この特徴的な微惑星誕生時のサイズは、小惑星とカイパーベルト天体のサイズ分布中の直径 100km 部分で観察されたこぶとよく一致する (Bottke et al. 2005, Morbidelli et al. 2009, Sheppard & Trujillo 2010)。微惑星の初期質量関数を評価するのに用いたシミュレーションは、しかしながら、ストリーミング不安定が孤立して働くことを想定している。ストリーミング不安定と、鉛直シア不安定 (Nelson et al. 2013, Lin & Youdin 2015) や傾圧不安定 (Raettig et al.

2013) などの原始惑星系円盤における惑星形成帯で活発な他の不安定との相対的な役割は未だ良く分かっておらず、将来より優先的に研究されるべきである。

3 微惑星集積

巨大惑星形成のための古典的なコア集積シナリオは、微惑星をコア質量の唯一の供給者だと考える。Pollack et al.(1996) は、巨大惑星形成を3段階に分割した。段階 I は、孤立質量に達するまでのコア成長だ。この段階は、最小質量太陽系星雲の値を6倍に増やした微惑星の柱密度を持つ原始惑星系円盤の5AU地点においてちょうど100万年かかる。柱密度の増大は、太陽系における巨大惑星の推測されたコア質量に近い約 $10M_{\oplus}$ まで孤立質量を増やすため、そして原始惑星系円盤の寿命と調和する集積タイムスケールを成し遂げるために必要とされる。この段階においてコアはガス外層を引きつけ始め、その質量はコア質量に応じて非線形に増加する (Mizuno 1980, Stevenson 1982, Ikoma et al. 2000, Piso & Youdin 2014)。微惑星集積の断面積は、成長する外層での微惑星のアブレーションによってわずかに強められる (Hayashi et al. 1985, D' Angelo et al. 2014)。段階 II には、孤立質量に達した時に入る。落下する微惑星による加熱作用が低下するため、このとき大気はより早く収縮できる。この段階は、微惑星集積が不自然に弱められるまたは止められることのない限り1000万年を要する。段階 III には、コア質量と外層質量が同等 (この質量を crossover mass という) になる時に到達する；これは原始惑星系円盤からのガスの暴走集積の引き金となる。

3.1 コア集積速度

ここで我々は主に、(第4節で議論される) ペブル集積により得られる集積速度との比較として、コアの集積タイムスケールについて扱う。微惑星集積の詳細な優れたレビューは、Benz et al. (2014) や Helled et al. (2014) で見られる。微惑星の集積速度は、その最も一般的な形で以下の式により与えられる。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \rho_{\text{pla}} v_{\text{pla}} \left[1 + \left(\frac{v_c}{v_{\text{pla}}} \right)^2 \right] \quad (\text{V-13})$$

ここで M と R はコアの質量と半径で、 ρ_{pla} は微惑星群の密度、 v_{pla} は微惑星の接近速度、そして v_e はコア表面からの脱出速度で、コアは重力フォーカシング*7 を起こす。

3.2 微惑星の力学

微惑星成分の力学状態は、微惑星のスケールハイトとコアへの微惑星接近速度を決定する。微惑星力学とコア成長には、2つの基本様相—分散支配成長 (Safronov 1969) とシア支配成長 (Greenberg et al. 1991)—がある。微惑星は Hill 速度 $v_H = \Omega R_H$ (R_H は Hill 半径を示す) よりも非常に大きいランダム速度 v_{ran} を持つため、分散支配法則は最も簡単に取られる。この場合には、ランダム速度が微惑星のスケールハイトとコアへの微惑星接近速度を決定する。シア支配の場合には、接近速度が Hill 速度*8 により決定される。我々

*7 重力フォーカシング

コアの重力で微惑星軌道が曲がることによる衝突断面積の増加。

*8 Hill 速度

Hill 圏のエッジにおけるケプラーシアの速度；5 AU にある $1-M_{\oplus}$ の原始惑星は約 130 m s^{-1} の Hill 速度を持つ。

は、ここで2つの様相を一般式に取り込む。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \frac{v_{\text{pla}}}{v_{\text{ran}}} \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_{\text{pla}}} \right)^2 \right] \quad (\text{V-14})$$

ここで $v_{\text{pla}} = \max(v_{\text{ran}}, v_{\text{H}})$ である。その式は2つの極限を与える。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_{\text{ran}}} \right)^2 \right] \quad \text{for } v_{\text{ran}} \gg v_{\text{H}} \quad (\text{dispersion}) \quad (\text{V-15})$$

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{ran}}} \Omega \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_{\text{H}}} \right)^2 \right] \quad \text{for } v_{\text{ran}} \ll v_{\text{H}} \quad (\text{shear}) \quad (\text{V-16})$$

シア支配のケースは、コアと似た軌道長半径で接近してくる微惑星がコア圏に到達しない馬蹄形軌道をとるという事実により複雑化される。しかし、Greenberg et al.(1991) は Hill 圏のエッジに近い軌道上の微惑星軌道はコアの重力とコリオリ力の組み合わせで曲げられることを示した。そのためコアを通り過ぎる時の接近速度は、Hill 速度とほぼ等しいと見なせる。

強い重力フォーカシングの極限 $v_e \ll v_{\text{pla}}$ では我々は結合した表式を得る。

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \Sigma_{\text{pla}} \Omega \frac{6p^{-1}}{\max(\zeta, 1)\zeta} \quad (\text{V-17})$$

ここで、 $\zeta \equiv v_{\text{ran}}/v_{\text{H}}$ は集積則を決め、 $p \equiv R/R_{\text{H}}$ は Hill 半径に相対的なコアのサイズである。後者は以下のように書ける。

$$p = \frac{R}{R_{\text{H}}} = \left(\frac{4\pi G \rho}{9\Omega^2} \right)^{-1/3} \approx 0.001 \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{-1} \left(\frac{\rho}{2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{-1/3} \quad (\text{V-18})$$

この式は以下の成長速度を与える。

$$\frac{dM}{dt} \approx 3.8 M_{\oplus} \text{ Myr}^{-1} f_{\text{pla}} \left(\frac{M}{M_{\oplus}} \right)^{2/3} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{-1.5} [\max(\zeta, 1)\zeta]^{-1} \quad (\text{V-19})$$

質量 M のコア（これは巨大ガス惑星と巨大氷惑星の推定コア質量と一致するために、 $10M_{\oplus}$ に達する必要がある）を形成するタイムスケールは以下の通り。

$$t_{\text{pla}} = 1.7 \text{ Myr} f_{\text{pla}}^{-1} \left(\frac{M}{10M_{\oplus}} \right)^{1/3} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{1.5} [\max(\zeta, 1)\zeta] \quad (\text{V-20})$$

通常 $R_{\text{pla}} \gg 1 \text{ kg}$ のガス抵抗の影響を受けない微惑星では、 ζ は 1 未満にならない。この制約は、円軌道上の微惑星の単一の強い散乱がすでに $\zeta \approx 1$ を引き起こし (Rafikov 2004), ζ がその後ゆっくり上昇するために起こる。Greenzweig & Lissauer (1990) は、微惑星の離心率は一般的に、散乱イベント ($e/e_{\text{H}} = v_{\text{ran}}/v_{\text{H}} = \zeta$) の後 Hill 離心率 $e_{\text{H}} = v_{\text{H}}/v_{\text{K}}$ の 2~6 倍となることを発見した。Pollack et al. (1996) は反対に、微惑星の速度分散は主に微惑星群内での内部散乱により決まると仮定し、これより彼らは最大の微惑星の脱出速度と等しい速度分散を考えるに至った。時間の関数としての実際の ζ の値は、微惑星と成長中のコアの相互作用の結果として微惑星群の軌道要素が進化するようなコンピュータシミュレーションが従うものでなければならない。D'Angelo et al. (2014) は N 体シミュレーションに見合うよう調整された攪乱方程式を用い、コア近くで 0.03 まで上がり採餌領域の端に向かうにつれて減少する微惑星の離心率を発見した。これは 100 m s^{-1} オーダーのランダム速度または約 1 以上の ζ に換算される。ただし、これらのシミュレーションでは単一の巨大惑星の形成を考慮したため、微惑星が近隣のコアによっても励起された軌道を取るという可能性を考慮していなかった (Levison et al. 2010)。

4 ペブル集積

原始惑星系円盤中に観測された大量のペブルの存在はもちろん、ペブルサイズは付着成長の自然な結果であるという理論的および実験的な理解は、惑星の材料として微惑星よりもペブルを考慮することの強い動機である。初期のコア集積研究は、ガス抵抗による小さな微惑星の集積速度増大の証拠を報告したが、これが述べられたのは主に数メートルサイズ以上の微惑星の破片についての文脈においてだった (Weidenschilling & Davis 1985, Kary et al. 1993)。原始惑星系円盤内のペブルの観察により動機づけられた、センチメートルサイズのペブルのとても高い集積速度を示した最初のシミュレーションは、Johansen & Lacerda (2010) により提示された。彼らはペブルの「海」に沈められた大きな微惑星の流体力学シミュレーションを行い、ペブル成分が非常に速く微惑星に集積されることを観察した。Ormel & Klahr (2010) はペブルを集積する原始惑星の成長速度をさまざまなペブルサイズごとに解析的に導き、また Lambrechts & Johansen (2012) は、100 AU までの軌道距離にある惑星でも原始惑星系円盤の典型的な寿命を下回るような、コアの成長タイムスケール減少に対するペブル集積の影響を数値化した。

ペブルの高い集積速度は、原始惑星系円盤のガスから粒子に与えられる抵抗力によって生じる。ガス抵抗による運動エネルギーの散逸は、成長中のコアを通過するペブルの散乱プロセスを根本から変える。相対速度 δv で通過する粒子に重力を及ぼす微惑星もしくは質量 M の原始惑星の特徴的相互作用半径 R_g は単純に、以下の式で示される。

$$R_g = \frac{GM}{\delta v^2} \quad (\text{V-21})$$

この重力半径は、相対速度が粒子のサブケプラー速度 Δv (Lambrechts & Johansen 2012 での慣習による命名に従う) に支配される場合には Bondi 半径 R_B と、もしくは相対速度が Hill 速度 $v_H = \Omega R_H$ に支配される場合には Hill 半径 R_H と同視される。これら 2 つの様相間の遷移質量は、 Δv と ΩR_H を同等にすることで求められる。

$$M_t = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{\Delta v^3}{G\Omega}} = 2.2 \times 10^{-3} M_{\oplus} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{3/2} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right)^3 \quad (\text{V-22})$$

ここでは 30 m s^{-1} のサブケプラー速度に規格化したがる、動径圧力サポートの実際の値 (これはサブケプラー速度を設定する) は星からの距離によって変化する (Chiang & Youdin 2010, Bitsch et al. 2015a)。遷移質量は典型的に、セレス ($M_{\text{Ceres}} = 1.5 \times 10^{-4} M_{\oplus}$) と月 ($M_{\text{Moon}} = 1.2 \times 10^{-2} M_{\oplus}$) の間くらいである。大まかに言えば、微惑星は Bondi レジーム (もしくは流れ込みレジーム) でペブルを集積し、原始惑星は Hill レジーム (もしくはシアレジーム) でペブルを集積する。対応する遷移半径は以下の通り。

$$R_t = 1,160 \text{ km} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right) \left(\frac{\rho}{2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{-1/3} \quad (\text{V-23})$$

ここではペブル集積の 2 つのレジームの詳細に加え、中心の原始惑星が小さな微惑星と言えるようなものにあてはまる付加的幾何学レジームについて議論する。

4.1 Bondi (流れ込み) 集積

Bondi レジーム^{*9}においてペブルは、ペブルの方位角方向および動径方向の移動により成長する微惑星を通過するように輸送される。ストークス数が0.1未満の小さなペブルに対しては方位角方向の移動は支配的であり、ガス中に埋もれたペブルはおおよそサブケプラー速度 Δv で移動する。この場合、ペブル集積の特徴的な半径は Bondi 半径である。

$$R_B = \frac{GM}{\Delta v^2} \quad (\text{V-24})$$

ペブル集積の集積半径は、コアを通過する特徴的タイムスケール $t_B = R_B/\Delta v$ に相対的なペブルの摩擦時間 t_f によって定められる。図1では、サブケプラー速度の流れで微惑星に接近するペブルの軌道を示す。摩擦時間が $100 t_B$ のようなとても大きなペブル（青い軌跡）は、働くガス抵抗が比較的弱いため原始惑星により散乱される。集積するのに最適なペブルは t_B と等しい摩擦時間を持ち（赤い線）、Bondi 半径のほとんどから集積される。摩擦時間が t_B よりも短い強くガスと結合した粒子は、より小さな衝突パラメータのみから集積される。

4.2 Hill (シア) 集積

遷移質量を上回る場合は、サブケプラー速度 Δv は Hill 速度 $v_H = \Omega R_H$ よりも低くなる。ペブルはケプラーシア流で原始惑星に接近する：内側の速い軌道、そして外側の遅い軌道から。Hill 半径を通過する特徴的タイムスケールは $t_H = \Omega^{-1}$ であり、これは原始惑星の質量に依存しない。そのため、原始惑星の集積半径はペブルのストークス数によって直接決定される。図2は Hill レジーム^{*10}におけるペブルの軌跡を示す。ここでも、弱く結合したペブルは微惑星のように散乱を受けることが確認できるが（青い軌跡）、反対に集積するのに最適な、また上手くガスと強く結合した粒子（赤、オレンジ）は Hill 半径のほとんどから集積を起こす。

コリオリ力は、Hill レジーム中のペブルの力学において重要な役割を果たす。低い衝突パラメータの下では、最適に結合したペブルでさえも馬蹄形軌道に入ってしまう。コアと衝突するペブルは原始惑星系円盤の回転方向を受け継いでおり、原始惑星に正味の順行角運動量を与える。粒子からガスへの反作用的な摩擦力をシミュレーションに含むとき、ガスに侵入してくるペブルがガスを強制的に原始惑星の周りで回転させるため、ペブルから角速度を取り除くというガスの能力が低減される（Johansen & Lacerda 2010）。

^{*9} Bondi 集積

サブケプラー速度 Δv で決められた接近速度でのペブル集積。

^{*10} Hill 集積

Hill 速度 $v_H = \Omega R_H$ で決められた接近速度でのペブル集積。

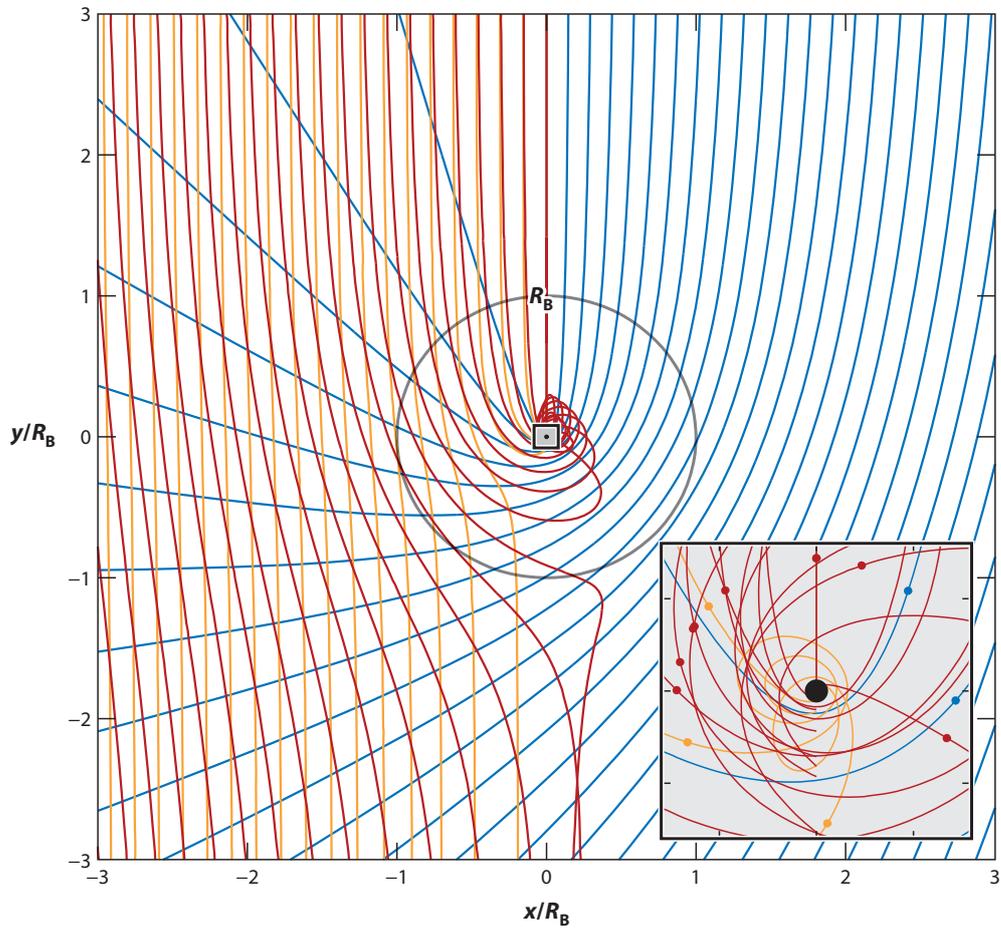


図1 Bondi レジームでのペブルの集積。軸は Bondi 半径 R_B により規格化されている。ペブルは上方よりサブケプラー速度 Δv で入ってくる。青い軌跡は微惑星を通過する特徴的時間スケールよりも非常に長い摩擦時間を持つペブルを示し、赤は最適な摩擦時間を示し（摩擦時間 t_f は、Bondi 半径を通過する時間スケール t_B に対して 1 となる）、またオレンジの軌跡はガスと強く結合したペブルを示す ($t_f/t_B = 0.1$)。挿入図はガスと弱く結合したペブルがどのように微惑星によって散乱されるかを示すが、わずかに、また強く結合したペブルは微惑星の周りで複雑な崩壊的軌道に入る。色付きドットは、(微惑星に向かって) 入ってくる方の軌跡である。

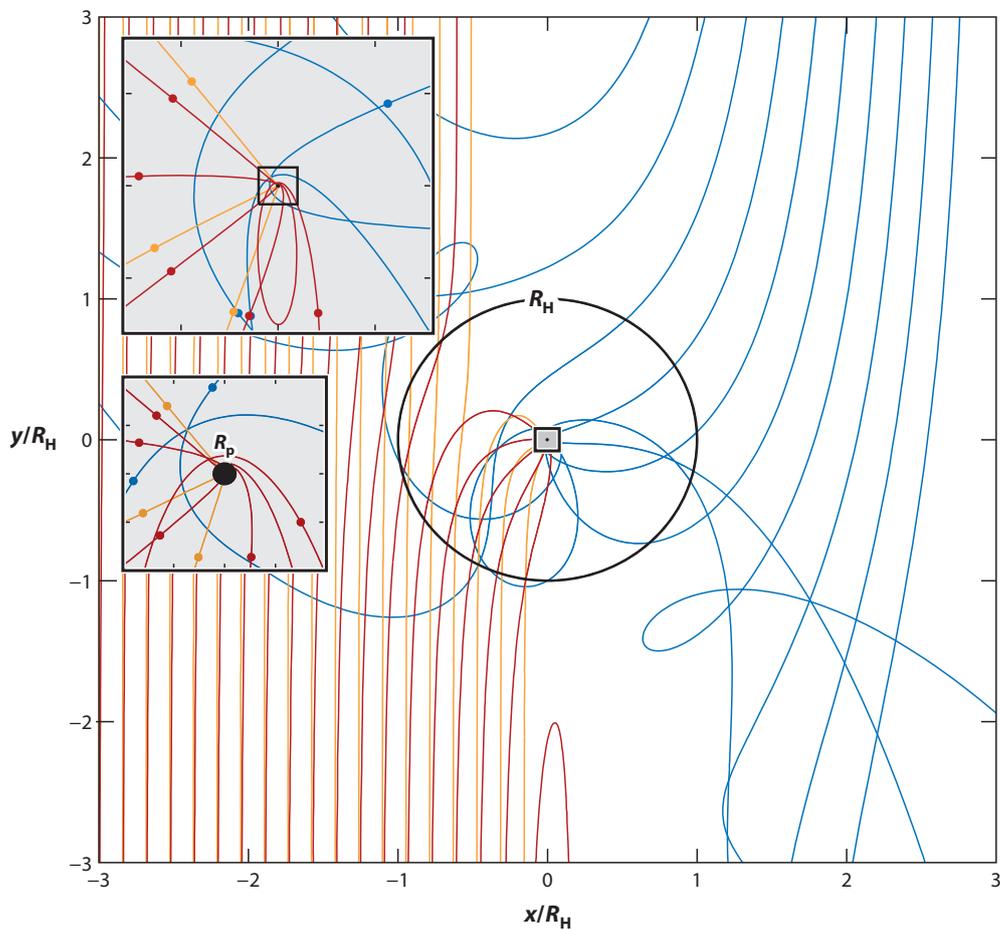


図2 Hill レジームでのペブルの集積。軸は Hill 半径 R_H により規格化されている。軌道のタイムスケールよりも非常に長いタイムスケールでガスと結びつくとても大きなペブル（青い線）は原始惑星により散乱されるが、ストークス数 $St = 1$ の最適に結合したペブル（赤い線）と $St = 0.1$ の強く結合したペブル（オレンジの線）は Hill 圏のほとんどから集積される。原始惑星半径 R_p は Hill 半径のほんの 0.001 倍しかない；このため 2 つの図は異なるスケールで示す。

4.3 幾何学レジーム

ペブル集積の3つ目のレジームである幾何学レジームは、Bondi 半径が微惑星の物理的半径よりも小さい場合に適当なレジームである。このケースは Johansen et al. (2015) と Visser & Ormel (2016) によって考えられた。幾何学と Bondi 間のレジームの遷移は、次の質量で起こる。

$$M_{\text{geo}} = \frac{\Delta v^3}{[(4\pi/3)G^3\rho_p]^{1/2}} = 9.1 \times 10^{-8} M_{\oplus} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right)^3 \left(\frac{\rho_p}{2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{-1/2} \quad (\text{V-25})$$

対応する遷移半径は以下の通り。

$$R_{\text{geo}} = 40 \text{ km} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}} \right) \left(\frac{\rho_p}{2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^{-1/2} \quad (\text{V-26})$$

幾何学レジームは微惑星の大きさを通り過ぎるタイムスケール $R/\Delta v$ により特徴付けられる。摩擦時間が通過時間よりも長い大きなペブルは幾何学的に集積される。ペブルは微惑星の脱出速度よりも遥かに速い速度で表面に到達する；そのため、ペブルは弾性衝突の後に微惑星を脱出する可能性がある。それでも衝突でのエネルギー散逸は集積を促進する。集積されるのに最適な程度にガスと結合した粒子は、ガス抵抗が運動エネルギーを散逸させるため、衝突でのエネルギー散逸がなくとも集積される。ガスと強く結合したペブルはガス抵抗によって微惑星の周りを移動し、摩擦時間と細かなガスの流れのパターンの両方に依存する降着効率をもたらす (Visser & Ormel 2016)。微惑星は自身のサイズと等しい最大捕獲半径を持っているため、幾何学レジームでのペブル集積の効率は低い。幾何学レジームはペブル集積による原始惑星成長のボトルネックである (Guillot et al. 2014, Visser & Ormel 2016) ため、そのような小さな微惑星の成長を駆動するには相互の微惑星衝突が必要である (5.4 節を参照)。

4.4 解析的ペブル集積速度

ペブルの集積速度はペブルの摩擦時間に敏感に依存する。2次元と3次元での集積速度の最も一般的な式は以下のように書ける。

$$\dot{M}_{2\text{D}} = 2R_{\text{acc}}\Sigma_p\delta v \quad (\text{V-27})$$

$$\dot{M}_{3\text{D}} = \pi R_{\text{acc}}^2\rho_p\delta v \quad (\text{V-28})$$

ここで R_{acc} は集積半径、そして Σ_p と ρ_p はそれぞれペブルの柱密度と中央面における密度である。接近速度は $\delta v \equiv \Delta v + \Omega R_{\text{acc}}$ と定義される。集積半径 R_{acc} は摩擦時間への依存性を全て含む。Lambrechts & Johansen (2012) はシンプルなスケール引数を利用して Bondi と Hill 極限での摩擦時間依存性を導いた。ここで、我々はこの摩擦時間依存性を一つの式に一般化する。集積基準は、摩擦時間よりも短いタイムスケールでペブルが方向を顕著に変えることができなければならないということだ。このことは以下の集積基準をもたらす。

$$\tau_{\text{f}} = \frac{\xi_{\text{B}}\Delta v + \xi_{\text{H}}\Omega\hat{R}_{\text{acc}}}{GM/\hat{R}_{\text{acc}}^2} \quad (\text{V-29})$$

この基準がガスとの強い結合 (低い摩擦時間)^{*11} の極限で有効なことを表すために、ここで我々は記号 \hat{R}_{acc} を用いた。パラメータ ξ_{B} と ξ_{H} は、Bondi 集積 ($\Delta v \gg \Omega R_{\text{H}}$) と Hill 集積 ($\Delta v \ll \Omega R_{\text{H}}$) の極限における集積

^{*11} 強い結合の分枝

原始惑星を通過する特徴的タイムスケールよりも遥かに短い摩擦時間でのペブルの集積。

半径の結果と一致させるための2つの自由度を与える。式(V-29)は単純な解析解を持たない \hat{R}_{acc} についての3次多項式を記述するが、反復的なNewton-Raphson法により \hat{R}_{acc} を求めることができる。 $\xi_B = \xi_H = 0.25$ を用いることは、Ormel & Klahr (2010)とLambrechts & Johansen (2012)により発見された極限的振る舞いとの良い適応をもたらす。

$$\hat{R}_{\text{acc}} = \left(\frac{4\tau_f}{t_B}\right)^{1/2} R_B \quad (\text{Bondi limit}) \quad (\text{V-30})$$

$$\hat{R}_{\text{acc}} = \left(\frac{\Omega\tau_f}{0.1}\right)^{1/3} R_H \quad (\text{Hill limit}) \quad (\text{V-31})$$

接近速度 δv は集積半径へのもう1つの線形依存性を含むため、Hill極限における集積速度は2次元で $\dot{M}_{2D} \propto (\Omega\tau_f)^{2/3}$ 、3次元で $\dot{M}_{3D} \propto (\Omega\tau_f)$ であることに注意すること(Lambrechts & Johansen 2014, Morbidelli et al. 2015)。

それにも関わらず、ペブル集積は原始惑星を通過する時間よりも長い摩擦時間については非効率的となる。この極限は、ガスと強く結合した場合についてのみ妥当な上記の式では考慮されていない。弱く結合した場合^{*12}についての既知の解析的解法はない。Ormel & Klahr (2010)は、パラメータ χ と γ を含む指数項を、強い結合の表式に掛け合わせることを提案した。

$$R_{\text{acc}} = \hat{R}_{\text{acc}} \exp[-\chi(\tau_f/t_p)^\gamma] \quad (\text{V-32})$$

ここで、特徴的通過タイムスケールは $t_p = GM/(\Delta v + \Omega R_H)^3$ である。Ormel & Klahr (2010)は $\chi = 0.4$ と $\gamma = 0.65$ が弱く結合した場合についてよく適していることを示した。ガスととても弱く結合した粒子に対しては、重力フォーカシング(式(V-13))が最終的に集積速度を支配するようになる。

我々はここで、BondiおよびHill極限におけるペブル集積速度のスケールリングを円盤特性を用いて表す。3次元のBondi分枝における最も速い集積速度は、摩擦時間 $\tau_f = t_B$ となるペブルにおいて起こる。この集積速度は以下のように導かれる。

$$\begin{aligned} \dot{M}_{B,3D} &= 8.4 \times 10^{-3} M_\oplus \text{Myr}^{-1} f_p \\ &\times \left(\frac{M}{10^{-4} M_\oplus}\right)^2 \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}}\right)^{-3} \left(\frac{H_p/H}{0.1}\right)^{-1} \left(\frac{H/r}{0.05}\right)^{-1} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}}\right)^{-2} \end{aligned} \quad (\text{V-33})$$

Hill分枝では、我々は2次元的成長に注目し、 $\Omega\tau_f = 0.1$ として以下の集積速度を導く。

$$\dot{M}_{H,2D} = 210 M_\oplus \text{Myr}^{-1} f_p \left(\frac{M}{M_\oplus}\right)^{2/3} \left(\frac{r}{5 \text{ AU}}\right)^{-0.5} \quad (\text{V-34})$$

スケールリングの M に対する依存性は、Hill分枝における秩序的成長とBondi分枝における暴走的成長を記述する。Bondi分枝における暴走タイムスケールは以下の通り。

$$\begin{aligned} \tau_{\text{run}} &= \frac{M}{\dot{M}_{B,3D}} = 1.2 \times 10^{-2} \text{Myr} f_p^{-1} \\ &\times \left(\frac{M}{10^{-4} M_\oplus}\right)^{-1} \left(\frac{\Delta v}{30 \text{ m s}^{-1}}\right)^3 \left(\frac{H_p/H}{0.1}\right) \left(\frac{H/r}{0.05}\right) \left(\frac{r}{5 \text{ AU}}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{V-35})$$

セレス質量の微惑星は、10 AUの距離までは100万年以内に成長することができる。100 AUで成長するには、月質量の原始惑星からスタートすることか、より高い円盤質量(高い f_p)が求められる。

^{*12} 弱い結合の分枝

原始惑星を通過する特徴的タイムスケールよりも遥かに長い摩擦時間でのペブルの集積。

4.5 Bondi から Hill 集積への変遷

前節で示された集積速度の式は Bondi 集積（小さな微惑星）と Hill 集積（大きな原始惑星）の極限でテスト、調整された。ここで、ペブル集積により完全な惑星にまで成長する微惑星の数値実験により測定された集積速度を解析式と比較する。

$r = 5 \text{ AU}$ にある $10^{-6}M_{\oplus}$ から 10^2M_{\oplus} の原始惑星質量の範囲について、多数のペブル軌道を積分する。図 3 は原始惑星質量の関数として、集積されたペブルの衝突パラメータの範囲（原始惑星に対する動径のズレ）を示す。我々は原始惑星のサイズで衝突パラメータを規格化したので、Bondi 半径（赤い線）は $M^{2/3}$ に比例する曲線として表され、Hill 半径（オレンジの線）は一定の曲線として表される。ペブルの動径移動は集積の起こる区域を外の軌道へ押し広げるが、遷移質量に達するまでは衝突パラメータの範囲は Bondi 半径のサイズにほぼ従う。遷移質量を越えると 2 つの集積領域が現れ、1 つは内側の速い軌道、もう 1 つは外側の遅い軌道である。この領域は、10 地球質量を超える原始惑星質量に対しては最終的に合体する。

図 3 は、それぞれのペブル軌道に注目したとき、複雑なペブル集積がどのように起こるかを示している。しかし、図 4 は集積速度が比較的簡単に理解できるということを示す。我々は、原始惑星に上手く集積するペブル軌道のそれぞれに質量密度を割り当て、それらを合計して集積速度を得た。集積速度は、遷移質量より下ではわずかな、また弱い結合の Bondi 集積によく従い（赤い線）、そして遷移質量より上では $\dot{M} \propto M^{2/3}$ でスケールした Hill レジームに従う（オレンジの線）。ペブルの重力フォーカシングは $10^{-4}M_{\oplus}$ を下回る最も小さな微惑星の集積速度を支配する。これは、ここで考慮される 10 cm サイズのペブルはガスととても弱く結合しており、それらの微惑星質量では Bondi 集積が進行しないためだ。

図 4b は時間の関数としての原始惑星の積分質量を示す。Bondi 集積分枝に費やす長い時間は、遷移質量に達しない間はとてもゆっくり成長する中で「ケチャップ」のボトルネックのように機能するが、その後遷移質量近くで暴走集積に入る。したがって初期惑星質量は、コア質量がガスを集積できるまで成長するのにかかるタイムスケールを決定するために重要である。 $10^{-4}M_{\oplus}$ からスタートすると 10 万年しかかからず、 $2 \times 10^{-6}M_{\oplus}$ からスタートするとタイムスケールは 200 万年を越えるほど長くなるようになる。

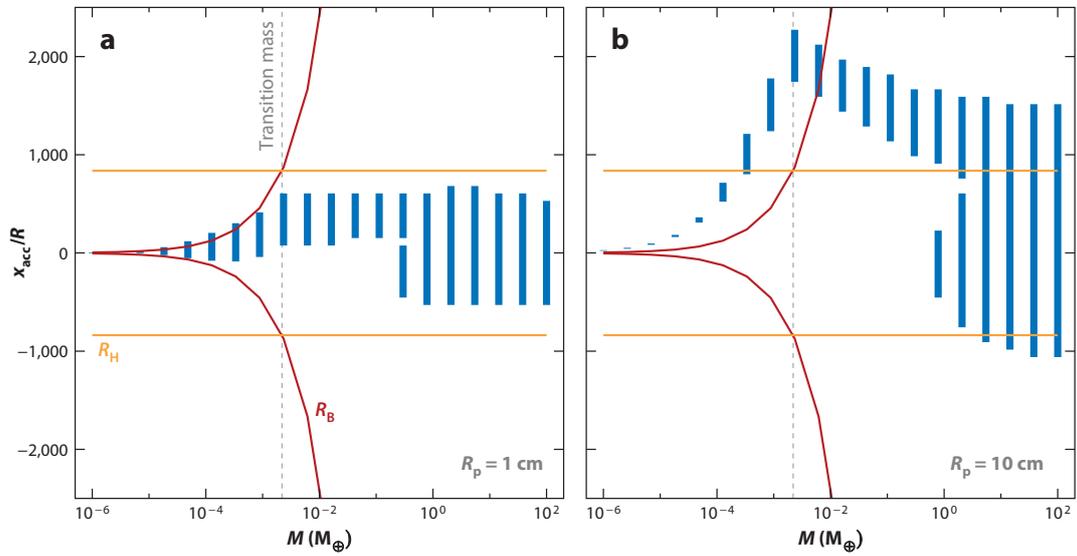


図3 惑星質量 M の関数としての、 $r = 5$ AU で成長する惑星によって集積されたペブルの衝突パラメータ x_{acc} の範囲。衝突パラメータは惑星サイズ R により規格化されている。パネルは (a) $R_p = 1$ cm と (b) $R_p = 10$ cm のサイズのペブルを考慮している。集積領域は、最初 Bondi 半径 R_B (赤い曲線) に従うが、遷移質量 (灰色の点線) を超えると Hill 半径 R_H (オレンジの曲線) に良く従う。ペブルの動径移動のために、外側軌道からの集積が優先的である。

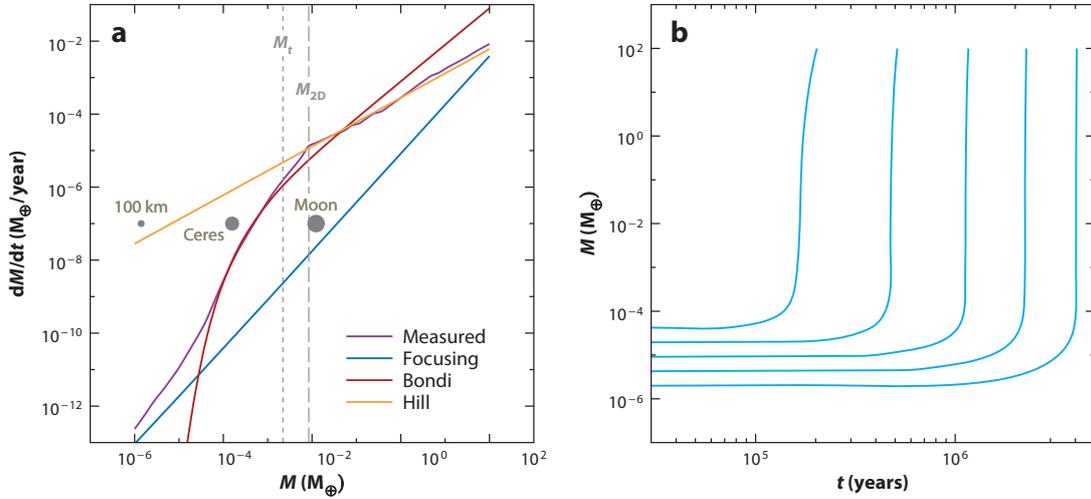


図 4 (a) 原始惑星質量 M の関数としての、原始惑星が 10 cm のペブルを集積する測定された集積速度と (b) 異なる微惑星質量からスタートする時間の関数としての積分質量。3次元から2次元のペブル集積への遷移 (M_{2D})、また遷移質量 (M_t) をマークし、これらは非常に近い値をとる。集積速度は図 3 に示されたペブル軌道の数値積分から測定される。実際のパブル軌道の複雑さにも関わらず、集積速度は重力フォーカシングレジーム (青)、Bondi レジーム (赤)、そして Hill レジーム (オレンジ) のスケールングによく従う。パネル b は、原始惑星がその時間のほとんどをフォーカシングと Bondi の分枝に費やすことを示す。そのため、惑星の総成長時間は初期微惑星質量により決まる。

4.6 離心率と傾斜角の影響

離心率と傾斜角を持つ軌道に乗る原始惑星と、サブケプラー速度 Δv で動くペブルの相対速度は、時間 t の関数として以下のように書ける。

$$v_{\text{rel}} = \sqrt{[\Delta v \cos(\Omega t)]^2 + [-(1/2)v_e \sin(\Omega t) + \Delta v]^2 + [v_i \cos(\Omega t)]^2} \quad (\text{V-36})$$

ここで、 $v_e = ev_K$ と $v_i = iv_K$ は軌道の離心速度と傾斜角速度、また v_K はケプラー速度である。相対速度は遠日点 ($\Omega t = \pi/2$) で最低で、近日点 ($\Omega t = 3\pi/2$) で最高である。Bondi 半径は $R_B \propto 1/v_{\text{rel}}^2$ としてスケールングするため、離心運動は集積速度に大きく影響する。傾斜角は、ペブルの中央層から切り離された軌道に原始惑星を持ち上げるという更なる効果を持つ。中央層上の原始惑星の最大高度は $z_{\text{max}} = iv_{K,0}/\Omega = ir$ に達する。ここで、 $v_{K,0}$ は座標フレームの中心におけるケプラー速度である。中央層スケールハイト H_p に対し、中央層からの切り離しは $i \sim H_p/r$ で起こる。ストリーミング不安定は幅広い粒子サイズにおいて $H_p/H \sim 0.01$ をもたらすため、限界傾斜角は $i \sim 0.01H/r \sim 0.001$ となる。Levison et al. (2015a) は、天体軌道を自己整合的に進化させる N 体シミュレーションにおいて、ペブルを取り合う原始惑星の離心率と傾斜角の影響を考慮した。彼らは、4つの最も大きな原始惑星が小さな原始惑星を中央層の外へ持ち上げ、ペブルを集積する能力を抑え込むことを発見した。このようにしてペブル集積は自然と少数の巨大惑星形成を導き、ペブルが無数の原始惑星の間に広がったような寡占的成長段階に入るのを避ける (Kretke & Levinson 2014)。他の N 体ペブル集積コードは現在開発中である (例: Chambers 2016)。ペブル集積のシミュレーションに N 体効果を含めることは、完全に自己整合的な惑星システムを形成するために明らかに重要なステップである。

4.7 ペブル集積の停止

ペブル集積によるコア成長は、外側軌道から内側へのペブルの流入によって促進される。もしこの供給が中断されると、その後コア成長は停止する。巨大なコアは重力でガス円盤をかき乱し、このようにして shallow gap を生む。このエッジは圧力こぶとして機能し、そこではガスがケプラー速度で運動するため、コアへのペブル動径移動が停止する。コアの重力により引き起こされるガス速度の 1 次の摂動は、次のように近似できる。

$$\Delta u_y \sim \frac{GM}{rH\Omega} \quad (\text{V-37})$$

なお、これはコアから 1 ガススケールハイト H の動径方向距離におけるものである (Muto & Inutsuka 2009)。この摂動と、以下の式で表されるガスのサブケプラー流との釣り合いをとることができる。

$$\Delta v \sim \left(\frac{H}{r}\right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} v_K \quad (\text{V-38})$$

またペブル孤立質量を示す式は以下の通り。

$$M_{\text{iso}} \sim \left(\frac{H}{r}\right)^3 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} M_* \approx 20 \left(\frac{H/r}{0.05}\right)^3 M_{\oplus} \quad (\text{V-39})$$

ここで M_* は恒星質量、最後の式 (式 (V-39)) の前の因子は数値計算によるものである (Lambrechts et al. 2014)。アスペクト比が増加するフレア円盤では、ペブルの孤立質量は軌道半径に伴って増加し、孤立することは難しくなる。このペブル孤立質量は、2 つの大きな意味を持っている (Lambrechts et al. 2014)。まず、1 つのコアがペブルの孤立に達した場合、それは全ての内側の原始惑星へのペブルの流れを断ち切り、成長を抑制する。孤立質量未満の原始惑星は移動するペブルのわずかに約 10% を取り除くに留まり (Morbidelli & Nesvorny 2012, Lambrechts & Johansen 2014)、小さな微惑星帯全体においてもわずかに結合して少量を取り除くだけである (Guillot et al. 2014)。第二に、コアが孤立に達するとガス外層を引き付ける過程が開始する。これは、第 5 節で詳しく議論される。Morbidelli et al. (2015) は、太陽系内の巨大惑星のコアが内側軌道へのペブルの流れを断ち切り、地球型原始惑星が水星以上の質量に成長するのを防ぐというシナリオを提案した。このことは、小さな地球型原始惑星と、より広い軌道の巨大惑星コアとの二分法を説明するだろう。

5 惑星成長の軌跡

惑星はペブルや微惑星の集積によって成長しながら移動する。惑星移動は、原始惑星が成長している間原始惑星系円盤の内部領域に向かって一貫して移動するような、微惑星集積のみに依存する伝統的な惑星形成シナリオにとっての長年の課題であった (Coleman & Nelson 2016)。ペブル集積はこの問題を 2 つの方法で克服する。まず、ペブル集積による成長速度は、百万年もしくはそれ未満の間に巨大惑星のコアを形成するのに十分なほど高い。この方法では、原始惑星は成長する間にわずかな移動を経験する。次に、ペブル集積による集積速度は $r^{-0.5}$ で長半径に従いわずかに減少する (式 (V-34))。したがって、集積速度は中心星から数十 AU 外側においてさえ高い。これは $r^{-1.5}$ で減少する (式 (V-19)) 微惑星集積とは対照的である。したがって、ペブル集積は巨大惑星のコアが最終的な定位置の向こう側で成長を開始することを可能にし、この方法では巨大惑星のコアは、まだ寒い軌道での巨大惑星形成が整合的な間にかかなりの移動を経験することができる。

この節では、惑星成長の過程を統合する物理を再確認し、高温および低温の巨大ガス惑星、巨大氷惑星、広い軌道の惑星、そしてスーパーアースの成長過程の例を計算するための簡単なモデルを提示する。基礎的な原始惑星系円盤モデルは、これらの成長過程に強い影響力を持つ。これらのモデルの依存関係については、現在活発に調査されている (Lambrechts & Johansen 2014, Bitsch et al. 2015b, Bitsch & Johansen 2016, Chambers 2016, Ida et al. 2016)。

5.1 惑星移動

低質量の惑星コアは、ガスで励起された乱流による重力トルクに応じて移動する。我々は、Tanaka et al. (2002) に従う以下のタイプ I の移動速度 $v_r^{(I)}$ を考慮する。

$$v_r^{(I)} = -c \frac{M}{M_\star} \frac{\Sigma_g r^2}{M_\star} \left(\frac{H}{r} \right)^{-2} v_K \quad (\text{V-40})$$

ここで、 c は単純化のため 2.4 に設定した無次元パラメータ、 M は惑星質量、そして M_\star は中心星質量である。ここではタイプ I 移動の他の全ての側面、例えば共回転トルクによる外向き移動 (Paardekooper et al. 2011) や原始惑星の集積過熱によるいわゆる加熱トルク (Benítez-Llambay et al. 2015) を無視する。これらは (Bitsch & Johansen 2016) によって証明されたように、惑星の成長過程に影響を与える可能性のある明らかに重要な効果であるが、Bitsch et al. (2015b) は、惑星システムの全体的構造は基本的なタイプ I 移動によって定まることを示した。

大きな惑星は円盤にギャップを開け、タイプ II 移動に従う。我々はタイプ II 移動に従う惑星の動径方向速度 $v_r^{(II)}$ を以下のように設定する。

$$v_r^{(II)} = \frac{r^2}{\nu} \min \left(1, \frac{4\pi \Sigma_g r^2}{M} \right) \quad (\text{V-41})$$

ここで、 r^2/ν はガスの粘性集積速度であり、乱流粘性は $\nu = \alpha c_s H$ である。min 関数による乗算は、円盤質量のローカル部分を支配する大きな惑星の移動速度を低下させる (Baruteau et al. 2014)。タイプ I とタイプ II 移動間の遷移は Crida & Morbidelli (2007) のアプローチを使用して計算できる；ここでは Bitsch et al. (2015b) によって述べられた手順に則っている。

5.2 ペブル、微惑星、そしてガスの集積

ペブル集積の表式は、4.4 節で導出およびテストされている。我々は式 (V-27) および式 (V-28) を利用して、集積半径 R_{acc} とペブル中央層のスケールハイト H_p の比に依存する、2次元と3次元における質量集積速度を計算する。強い結合の場合の集積半径は、以下の条件について解くことにより式 (V-29) から求まる。

$$\Phi(\hat{R}_{\text{acc}}) = \tau_f - \frac{0.25(\Delta v + \Omega \hat{R}_{\text{acc}})}{GM/\hat{R}_{\text{acc}}^2} = 0 \quad (\text{V-42})$$

我々は反復的なニュートン・ラフソン法を利用する。この半径は最終的に、式 (V-32) より求まる弱い結合の分枝に掛け合わされる。微惑星の集積速度については $\zeta = 2$ とおいて式 (V-17) を利用し、最大に近い微惑星集積速度を求める。これによりペブル集積速度とのベストな比較をすることができる。

コアがペブル孤立質量 (式 (V-39)) に達した後、ガス外層は収縮し始める。最初のうち重力は固体コア質量により支配されるため、収縮は遅い (Piso & Youdin 2014)。この収縮は外層質量 M_e がコア質量 M_c と等しくなるまで続く。その後、外層の自己重力が円盤からのガス集積を引き起こす (Machida et al. 2010)。ここでは、Bitsch et al. (2015b) の 2.3 節で見られるガス集積の式を利用する。

5.3 巨大ガス惑星と巨大氷惑星の成長軌跡

巨大惑星の形成は、少なくとも数地球質量の巨大コアの蓄積を必要とする。巨大氷惑星の巨大コアは大きな軌道において形成する必要があるにも関わらず、暴走ガス集積の段階へ突入してはならないために、巨大氷惑星の組成は特別な課題である (Helled & Bodenheimer 2014)。巨大ガス惑星と巨大氷惑星の成長を追うために、我々は欄外にリストしたパラメータ^{*13} を選択する。これらの条件は、10–30 AU の範囲における原始惑星系円盤の進化の最終過程に対応するものである (Bitsch et al. 2015a)。これらの成長軌跡を図 5 に示す。 $10^{-2}M_{\oplus}$ の初期質量からの成長では、完全に惑星が形成されるまでに 100 万年かかることがわかる。これに先立つ 200–400 万年は総円盤寿命に依存して、主に微惑星サイズから原始惑星への成長に費やされるだろう (5.4 節参照)。

図 5 は、巨大惑星の成長軌跡を定めている惑星移動の重要な役割を示す。6 AU からスタートする原始惑星は移動し、0.1 AU において熱い巨大ガス惑星を形成する (仮定される 0.1 AU の円盤内縁エッジにおいて、成長と移動の両方を恣意的に止めた)。5 AU に木星のような惑星を形成するには、原始惑星が 16 AU で成長し始めることが必要である。原始惑星はペブルを集積する間に 3 AU 移動し、ガスを集積する間に更に 8 AU 移動する。23 AU と 30 AU からスタートする原始惑星は、ガス集積段階まで達しない。これは、光蒸発が最終的に原始惑星系円盤を消散させるという仮定の下で、これらの原始惑星を 17 AU と 25 AU で停止させるためである。23 AU からスタートする原始惑星はかなりのガス外層を持つ巨大氷惑星に成長するが、円盤からのガス集積を受けることはない。30 AU からスタートする原始惑星は対照的に、25 AU の最終的な位置に到達した時点で、ペブル孤立質量を下回る $7M_{\oplus}$ までしか成長していない。

^{*13} 巨大惑星モデルの円盤パラメータ

$f_g = 0.2$, $f_p = 0.4$, $f_{\text{pla}} = 0.2$, $H/r = 0.04H_p/H = 0.1$, $\Delta v = 30 \text{ m s}^{-1}$, $St = 0.2$

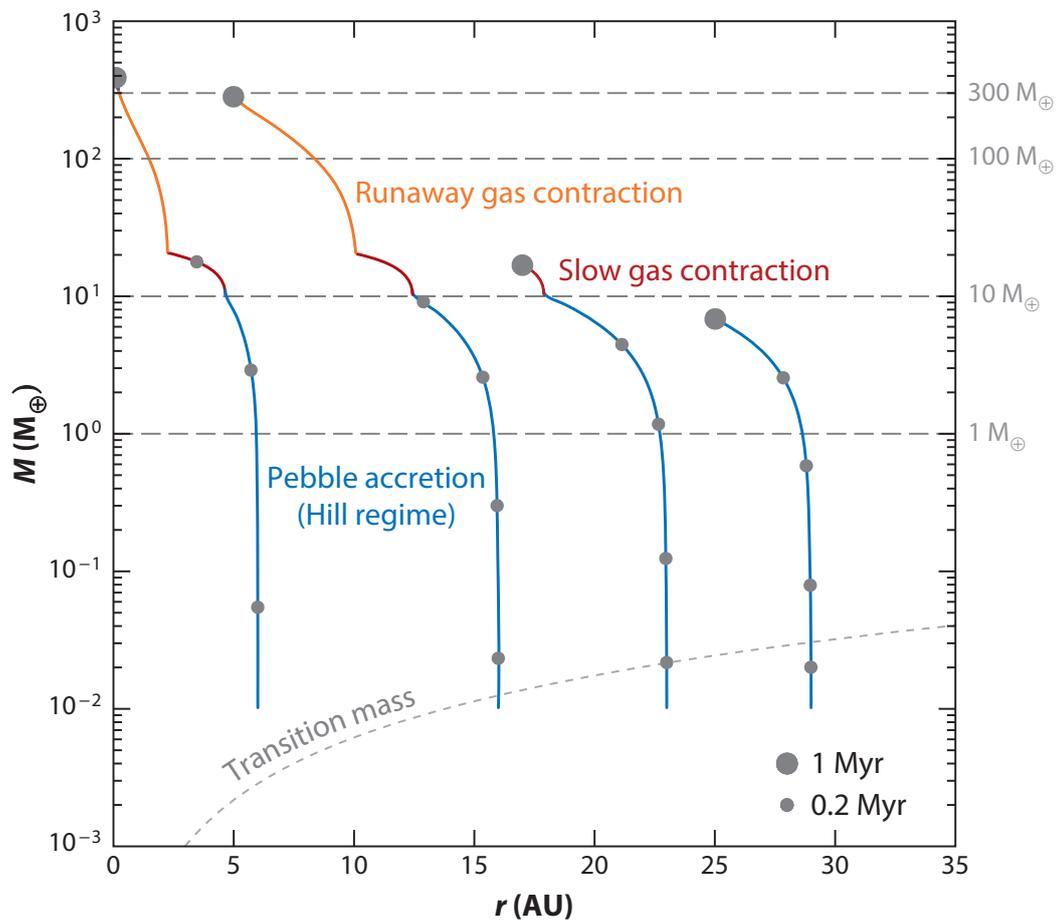


図5 (左から順に) 熱い巨大ガス惑星, 木星のような冷たい巨大ガス惑星, 外層を持つ巨大氷惑星, そして外層のない巨大氷惑星の成長軌跡。大きなドットはシミュレーションの終わりを示し, 小さなドットは20万年の間隔を示す。熱い巨大ガス惑星はそのコアを6 AU から5 AU の間で形成し (青い曲線), その後, 1木星質量を越えるガスを集積しながら0.1 AU への移動を経験する (赤とオレンジの曲線)。冷たい巨大ガス惑星は, 木星のような軌道で移動を終えるために16 AU よりも更に外側でスタートする必要がある。2つの巨大氷惑星は更に外側で形成する。最も内側の23 AU からスタートすると $10M_{\oplus}$ のペブル孤立質量に達して外層収縮段階に入るが, これは原始惑星系円盤の消散により終了する。他方, 最も外側の巨大氷惑星はペブル孤立質量に達することはないためガス外層を獲得しない。

5.4 遷移質量までの成長

図5に示される成長軌跡は全て恣意的に $10^{-2}M_{\oplus}$ からスタートする。しかし、この質量はストリーミング不安定により形成される微惑星の初期質量よりも数桁大きい。これらの微惑星は $10^{-6}M_{\oplus}$ (100 km 半径の小惑星) から $10^{-4}M_{\oplus}$ (セレス) の間の特徴的質量を持つ (Johansen et al. 2015, Simon et al. 2016 を参照)。ペブルの Bondi 集積は、Hill 集積への遷移質量の近くで非常に効果的である。しかしながら、生まれたての微惑星は質量が小さく、Bondi 集積が非効率である。これは、質量への二乗の依存性と Bondi タイムスケールでガスと結びついているペブルを集積する必要があるためである。後者は、 $St \sim 0.1$ の小さなペブルでさえも微惑星の明確な成長をもたらすことがないことを意味する。図6は微惑星質量 ($10^{-5}M_{\oplus}$) から原始惑星 ($10^{-1}M_{\oplus}$) までの成長を表す。我々は2つのモデルを考える。ペブルモデル^{*14} は、Bondi 分枝に良く従うような $St = 0.01$ の小さなペブルが密集した中央層を用いる。もう1つのモデル、微惑星モデル^{*15} には、名目柱密度の微惑星の追加がなされている。図6における原始惑星質量への成長は、ペブルモデルと微惑星モデルの両方に対して可能である。微惑星集積と Bondi 集積のタイムスケールは、より速くで微惑星が成長を開始するほど長くなる。しかし、両方のモデルにおいて、30 AU までの範囲で数百万年以内の成長は達成される。微惑星集積は、後の段階で急速なペブル集積を経験するような原始惑星の形成において、明らかに重要な役割を果たす。

5.5 広い軌道の系外惑星の成長軌跡

近くの若い星の周りの系外惑星の直接撮像サーベイ観測により、広い軌道の巨大ガス惑星を持ついくつかのシステムが見出されている。広い軌道を持つ惑星形成の最も明確な例は、恐らく HR 8799 である (Matois et al. 2008, 2010)。このシステム内の4つの既知の惑星は、15, 24, 38, そして 68 AU の軌道を回っている。内側の3つの惑星は、それらの光度とシステムの不確かな年齢に基づいて質量が $M \approx 7M_J$ と推測されており、また外側の惑星は $M \approx 5M_J$ よりも質量が小さいと思われる。 $1.5M_{\odot}$ の中心の A 型星質量にも関わらず、これらの惑星は互いにとても近い位置にあり、危ういところで安定性を維持している。またこのシステムが継続的に存在しているのは、その若さと/または共鳴による保護のおかげである (Fabrycky & Murray-Clay 2010)。

広い軌道の系外惑星システムは、それらの距離における長い形成タイムスケールのために、惑星形成に難題をもたらしているように見える。広い軌道における低い微惑星集積速度は、明確な成長をもたらさない (Dodson-Robinson et al. 2009)。ここで我々は、主にペブル集積によって形成する広い軌道の系外惑星の成長軌跡を示す。我々は欄外にリストしたパラメータ^{*16} を用いる。ここで用いた名目柱密度は、A 型星の周りの原始惑星系円盤が一般にもっと重いことを反映している。そうしたところ、 $f_g = f_{pla} = 5$ の若く重い円盤では微惑星を形成することができ、ここでは数百万年経った後の更に進化したステージに対して $f_g = 1$, $f_{pla} = 5$ を用いる。

*14 ペブルモデルの円盤パラメータ

巨大惑星モデルに似ているが、 $H_p/H = 0.01$, $St = 0.01$ を用いる。

*15 微惑星モデルの円盤パラメータ

巨大惑星モデルに似ているが、 $f_{pla} = 1.0$ を用いる。

*16 広い軌道モデルの円盤パラメータ

$f_g = 1.0$, $f_p = 0.4$, $f_{pla} = 5$, $H/r = 0.07H_p/H = 0.1$, $\Delta v = 30 \text{ m s}^{-1}$, $St = 0.2$

成長軌跡は図7に示される。HR 8799 内の4つの惑星の現在位置で成長軌跡を終了させる。最も内側の惑星は $10^{-2}M_{\oplus}$ から成長を開始し、その最終的な質量まで80万年以内に到達するが、3つ目の惑星については120万年かかる。全ての惑星は、成長の間にかかなりの移動を経験する。これは、低いペブル集積速度のためである。最も外側の惑星は、非常に広い軌道のわりに大きな質量を持っているため形成が最も難しい。タイプI移動と調和するためには惑星は160 AUで形成しなければならず、また $10^{-2}M_{\oplus}$ から $10^{-1}M_{\oplus}$ の成長スタックに陥ることを避けるには大きな微惑星柱密度 $f_{\text{pla}} = 15$ が必要である。HR 8799 システムの外側の惑星を形成することは、明らかに、ペブル集積によって成し遂げられることの限界に位置する。

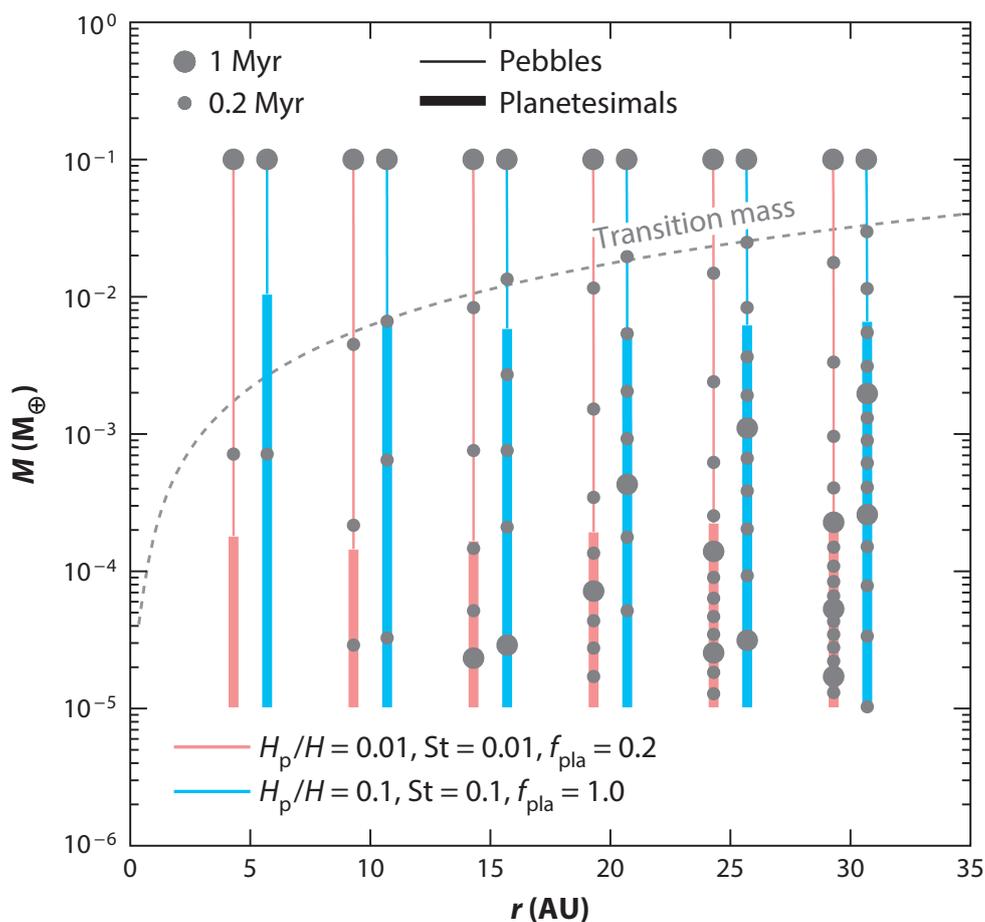


図6 $10^{-5}M_{\oplus}$ から始まる微惑星の成長軌跡。我々は2つのモデルを示し、1つは小さなペブルの密集ペブル中央層を与えたペブル駆動のもの(赤)、そしてもう1つは名目柱密度の微惑星を与えた微惑星駆動のもの(青)である。どちらのモデルも30 AUまでの範囲で数百万年以内に $0.1M_{\oplus}$ まで成長できるが、ペブルモデルは(中心星から)遠く離れた場所における長いタイムスケールに苦しんでいる。下部に示されたモデルパラメータは、ペブル中央層の厚さとガススケールハイトの比 H_p/H 、ペブルのストークス数 St 、そして微惑星柱密度とガス柱密度の1%(名目値)に対する比 f_{pla} である。

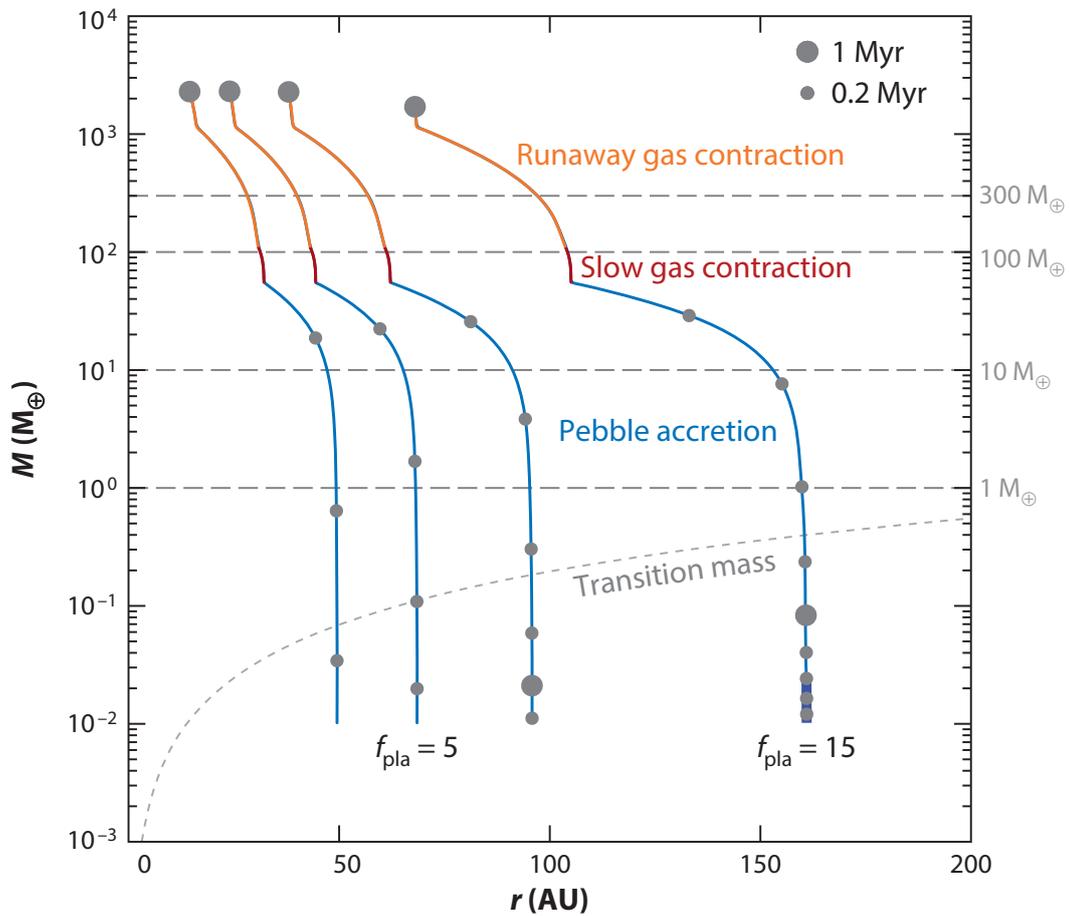


図7 広い軌道の系外惑星の成長軌跡。ここで我々は惑星を、観測された広い軌道のシステム HR 8799 の構造で停止させる。3つの内側の惑星は50から100 AUでスタートし、成長の間に30–60 AUへ移動する。これらの惑星について、成長タイムスケールはまだ問題なく300万年以内である。HR 8799 システム内の最も外側の惑星は更なる難題を抱えており、ペブル集積が効果的でない開始質量でスタックを起こさないために、微惑星密度を名目値の15倍に押し上げる、すなわち $f_{\text{pla}} = 15$ とすることが必要である。原始惑星は成長の間に90 AU 移動し、68 AU の軌道で移動を終える。

5.6 スーパーアースの成長軌跡

地上での動径速度調査, また特にケプラー衛星による進行中のトランジット調査は, 太陽タイプの星の約半分で半径 $4R_{\oplus}$ 未満のスーパーアース (または小さな海王星) が約 0.3 AU 以内の軌道を周回していることを示した (Mayor et al. 2011, Fressin et al. 2013)。6 つの惑星を持つ Kepler-11 (Lissauer et al. 2011) のような近接したスーパーアースシステム中の固体の総質量は, 原始惑星系円盤の内側領域における質量の蓄積を暗示する。そのため星の近くの軌道におけるスーパーアースのその場形成は, 最小質量太陽系星雲を遥かに超える固体の柱密度が必要である (Chiang & Laughlin 2013)。スーパーアースの形成を許すような原始惑星系円盤の柱密度を構成するアプローチは, しかしながら惑星移動の役割を無視している。Ogihara et al. (2015) は, 小さな原始惑星からのその場形成シミュレーションへタイプ I 移動に含めると, 観測されたスーパーアースの軌道と矛盾するような円盤内縁への惑星移動が引き起こされることを示した。

原始惑星系円盤の内側領域における高い微惑星集積速度のため, 移動するスーパーアースの成長軌跡は微惑星集積のみによっても生み出すことが可能である (Coleman & Nelson 2016)。しかし, これらの領域ではペブル集積速度もまた増加しており, ペブル集積は原始惑星形成の重要な駆動者となりうる (Johansen et al. 2015)。Bitsch & Johansen (2016) は, ペブル集積によるスーパーアース形成の成長軌跡は中心星から典型的に 10 AU の距離離れた場所でスタートすることと, 原始惑星が十分大きく成長してガス外層を引きつけ, 熱い木星を形成することを避けるために成長は遅く開始しなければならないことを示した。質量と軌道距離は, 外向きのタイプ I 移動の領域を横切る。しかし外向きの移動の領域は, アイスライン外側の氷粒子の存在のために不透明度が水のアイスラインでジャンプするという仮定に敏感に依存する。原始惑星系円盤のメタリシティまたは水の含有量を低下させることは, スーパーアースの成長軌跡における外向きの移動を抑制する (Bitsch & Johansen 2016)。

図 8 では, ペブル集積と微惑星集積を含めるスーパーアース成長軌跡を示す。^{*17} 0.5, 1, 2, そして 4 AU に位置する, 原始惑星系円盤の内側部分にある質量 $10^{-5}M_{\oplus}$ の 4 つの微惑星からスタートする。円盤のアスペクト比は, 重力の大きな星に近いときの一般的な状況を反映するために, $H/r = 0.03$ が選ばれる (Hayashi 1981, Bitsch et al. 2015a)。このことはちょうど $5M_{\oplus}$ のペブル孤立質量を与える。そのような小さなコアでは外層は非常にゆっくりと収縮し, 原始惑星は水素とヘリウムをわずかに数地球質量分なんとか集積する。これは大きなスーパーアースの観測されたガス分率と一致する。原始惑星系円盤の内側領域におけるケイ酸塩粒子は氷粒子よりも粘着性が低いので, ここではより小さなストークス数 $St = 0.01$ を用いる。成長は最初微惑星集積によって駆動されるが, 約 $10^{-2}M_{\oplus}$ に達するとペブル集積が支配的となる。スーパーアースのコアは, 0.5 AU から始まる微惑星同士の間隔 0.1 AU から, 4 AU から始まる最も外側の原始惑星の間隔 1 AU までの範囲で, 長半径内の比較的短い間隔において形成する。

^{*17} スーパーアースモデルの円盤パラメータ

$f_g = 0.2, f_p = 0.4, f_{\text{pla}} = 1.0, H/r = 0.03H_p/H = 0.1, \Delta v = 30 \text{ m s}^{-1}, St = 0.01$

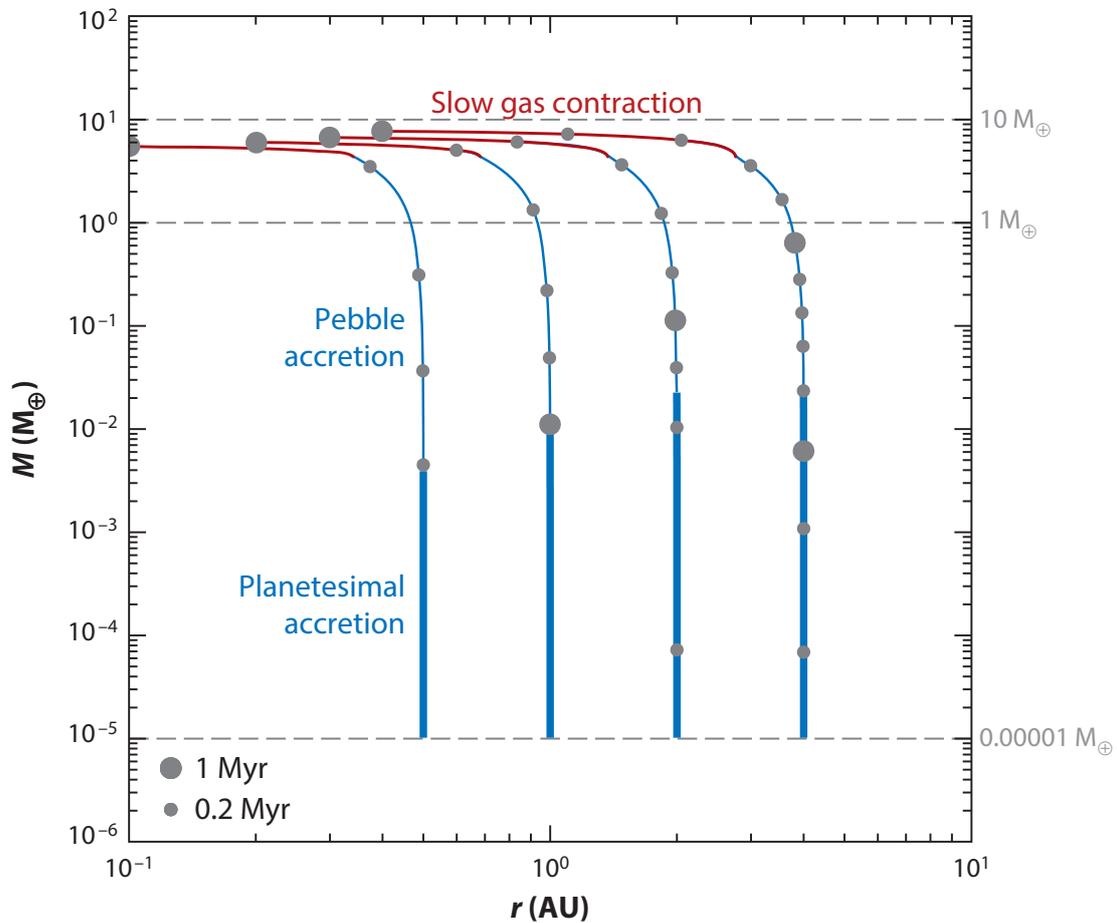


図8 ペブル集積と微惑星集積を含むスーパーアースの成長軌跡。微惑星成長は0.5, 1, 2そして4 AUにおいて $10^{-5}M_{\oplus}$ の質量から始まる。最初の成長は微惑星集積により駆動され、 $10^{-3} - 10^{-2}M_{\oplus}$ の質量まで達する。ここからはペブル集積が支配的となり、約 $5M_{\oplus}$ のペブル孤立まで成長を駆動する。この低いペブル孤立質量は、原始惑星系円盤の内側領域における低い円盤アスペクト比 H/r の値によりもたらされ、光蒸発により停止するゆっくりとした外層収縮を引き起こす。その結果、固体コアと数地球質量の水素とヘリウムの外層からなるスーパーアースができる。

6 展望

このレビューは、惑星形成を駆動する中でのペブルの力を提示するものである。我々がここで用いた原始惑星系円盤の質量、ペブルサイズ、そしてペブルの堆積についての比較的保守的な仮定の下でさえも、原始惑星はペブルを集積すると大きな成長速度を得る。我々は、大型の全ての惑星の形成はペブル集積の枠組みで理解できること、惑星は成長する間相当な移動を経験することを示した。惑星移動はもはや惑星がペブル集積により成長するときにはボトルネックではなく、我々の太陽系と益々詳細にマッピングされつつある他の星の周りの惑星系の多くの観測された軌道構造にたどり着く上で本質的な助けである。

要点

1. 原始惑星系円盤は優れたペブル工場である。観測されたミリメートルからセンチメートルサイズのペブル群は、付着および動径移動の障壁によって制限されるペブル成長と調和的である。
2. ストリーミング不安定により形成される微惑星の特徴的スケールは約 100 km であり、小惑星のサイズ分布の直径 100 km 部分で観測されるこぶとよく一致している。
3. このようなサイズの微惑星は最初、主に相互衝突によって成長する。
4. ペブル集積は、およそセレス質量から月質量の間からスタートする支配的な成長メカニズムとなる。
5. ペブル集積は約 $10M_{\oplus}$ のペブル孤立質量で停止する。集積熱が発生しなくなると、ガス外層の収縮が始まる。
6. 大きな原始惑星は、小さな原始惑星の軌道傾斜角を励起することにより、それらへのペブル集積を抑制する。これにより最も最大いくつもの原始惑星のみがペブル中央層に取り残されることとなり、自然と少数の巨大惑星が形成される。
7. ペブル集積のフレームワークにおいては、全ての主なクラスのガス惑星—巨大ガス惑星、巨大氷惑星、そして外層を持つスーパーアース—は成長する中で初期の長半径に匹敵する距離の移動を経験する。

将来の課題

1. ダスト成長：ペブル形成にとっての動径移動制限解は、原始惑星系円盤内のペブルサイズの観測とよく一致する (Birnstiel et al. 2012)。しかしながらふわふわした氷の集合体の形成 (Okuzumi et al. 2012)、アイスライン近くでの揮発性物質の濃縮 (Ros & Johansen 2013)、そして CO_2 と CO の氷の跳ね返りの役割 (Musiolik et al. 2016) を含むダスト成長のいくつかの側面は、良く理解されていない。ペブル形成をより良く理解するためには、原始惑星系円盤におけるペブルサイズの動径依存性の更なる観測、揮発性化学種を含む相互付着モデル、そして様々な組成の集合体の粘着特性の実験が必要とされる。
2. 微惑星形成：ストリーミング不安定には、太陽の値をわずかに上回るダスト-ガス比率が必要とされる。したがって、微惑星形成はガス密度が低い (光蒸発による；例えば Gorti et al. 2015)、および/または粒子密度が高い (粒子の蓄積による；例えば Youdin & Chiang 2004, Drążkowska et al. 2016) 領域でのみ引き起こされる局所的な過程であるかもしれない。いつどこで微惑星が形成するかについてのより良いモデルは、ストリーミング不安定と原始惑星系円盤の惑星形成領域内で乱流を引き起こすことのできる鉛直シア不安定 (Nelson et al. 2013) および傾圧不安定 (Raettig et al. 2013) との間の相互作用について理解を深めることを必要としている。
3. ペブル集積：ペブル集積と微惑星集積/ジャイアントインパクトの相対的な役割はよく分かっていない。水のアイスラインを越えて移動する氷コアは、ジャイアントインパクトで相当量のケイ酸塩物質を集積することができる。この問題は、ペブルと複数の原始惑星を含む N 体シミュレーション (例えば Levison et al. 2015b) により最も上手く扱えるようになるだろう。観測の面では、観測されたスーパーアースの質量-半径の関係からは、ガス外層と水含有量の相対的な割合が一意には決まらない (Rogers & Seager 2010)。系外惑星の改良された分光観測は、例えば、2018 年に打ち上げられる *James Webb Space Telescope* で、アイスラインの外側で集積される氷物質とアイスラインの内側で集積される岩石

物質の固体コアへの相対的な寄与により良い制約を与えるために必要とされ、ここからそのような惑星の移動経路が推定される。

謝辞

本卒業論文の作成にあたり，1年間に渡って丁寧な指導と助言をして下さった倉本圭教授と鎌田俊一准教授に深く御礼申し上げます。また私を勉学面，そして精神面でも支えて下さった惑星宇宙グループのみなさまに心より感謝申し上げます。

参考文献

- Adachi I, Hayashi C, Nakazawa K. 1976. The Gas Drag Effect on the Elliptic Motion of a Solid Body in the Primordial Solar Nebula. *Progress of Theoretical Physics* 56:1756-71
- Birnstiel T, Klahr H, Ercolano B. 2012. A simple model for the evolution of the dust population in protoplanetary disks. *Astron. Astrophys.* 539:A148
- Bitsch B, Johansen A, Lambrechts M, Morbidelli A. 2015. The structure of protoplanetary discs around evolving young stars. *Astron. Astrophys.* 575:A28
- Cameron AGW. 1978. Physics of the primitive solar accretion disk. *Moon Planets* 18:5–40
- Garaud P. 2007. Growth and Migration of Solids in Evolving Protostellar Disks. I. Methods and Analytical Tests. *ApJ* 671:2091-114
- Greenberg R, Bottke WF, Carusi A, Valsecchi GB. 1991. Planetary accretion rates—analytical derivation. *Icarus* 94:98–111
- Hayashi C, Nakazawa K, Nakagawa Y. 1985. Formation of the solar system. In *Protostars and Planets II*, ed. DC Black, MS Matthews, pp. 1100-53. Tucson: Univ. Ariz. Press
- Johansen A, Lambrechts M. 2017. Forming Planets via Pebble Accretion. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 45:359-87
- Lambrechts M, Johansen. 2014. Forming the cores of giant planets from the radial pebble flux in protoplanetary discs. *Astron. Astrophys.* 572:A107
- Mizuno H. 1980. Formation of the giant planets. *Prog. Theor. Phys.* 64:544–57
- Nakagawa Y, Hayashi C, Nakazawa K. 1983. Accumulation of Planetesimals in the Solar Nebula. *Icarus* 54:361-76
- Nakagawa Y, Sekiya M, Hayashi C. 1986. Settling and growth of dust particles in a laminar phase of a low-mass solar nebula. *Icarus* 67:375-90
- Ormel CW, Cuzzi JN. 2007. Closed-form expressions for particle relative velocities induced by turbulence. *Astron. Astrophys.* 466:413–20
- Pollack JB, Hubickyj O, Bodenheimer P, Lissauer JJ, Podolak M, Greenzweig Y. 1996. Formation of the giant planets by concurrent accretion of solids and gas. *Icarus* 124:62–85
- Safronov VS. 1969. *Evolutsiia Doplanetnogo Oblaka*. Moscow: Nauka
- Tanaka H, Takeuchi T, Ward WR. 2002. Three-dimensional interaction between a planet and an isothermal gaseous disk. I. Corotation and Lindblad torques and planet migration. *Astrophys. J.* 565:1257–74
- Testi L, Natta A, Shepherd DS, Wilner DJ. 2003. Large grains in the disk of CQ Tau. *Astron. Astrophys.* 403:323-28
- Wahl SM, Hubbard W B, Militzer B, Guillot T, Miguel Y, Movshovitz N, Kaspi Y, Helled

- R, Reese D, Galanti E, Levin S, Connerney J E, Bolton S J. 2017. Comparing Jupiter interior structure models to *Juno* gravity measurements and the role of a dilute core. *Geophys. Res. Lett.* 44:4649-59
- Weidenschilling S.J. 1977. Aerodynamics of solid bodies in the solar nebula. *MNRAS* 180:57-70
- Wurm G, Paraskov G, Krauss O. 2005. Growth of planetesimals by impacts at ~ 25 m/s. *Icarus* 178:253-63
- Youdin AN, Goodman J. 2005. Streaming instabilities in protoplanetary disks. *Astrophys. J.* 620:459-69
- Youdin AN, Lithwick Y. 2007. Particle stirring in turbulent gas disks: Including orbital oscillations. *Icarus* 192:588-604
- 井田茂, 中本泰史. 2015. 惑星形成の物理-太陽系と系外惑星系の形成論入門-.
- 国立天文台 (代表 林正彦). 2014. 理科年表 平成 27 年 (机上版).
- 福井隆. 2004. 惑星系形成論の現状-特に原始惑星系円盤の形成過程について-.