

金星雲層内における対流の数値実験

川畑 拓也

KAWABATA Takuya

北海道大学大学院理学院宇宙理学専攻
惑星宇宙グループ地球流体力学研究室修士課程 2 年

2013 年 2 月 28 日

要旨

金星の高度 45 ~ 70 km には厚い濃硫酸の雲が水平一様に分布している。Venus Express (以下, VEX) の紫外線撮像観測によって, 金星の雲層にセル状の様子が確認された。この様子の水平スケールは 20 km オーダーである。パイオニア・ヴィーナスのプローブ観測から, 金星の雲層に温度勾配が乾燥断熱減率に近い中立層の存在が確認されている。中立層の存在は, 大気が対流によって混ぜられたために生じたものであると考えるのが一般的である。また, 金星雲層には $1 \sim 3 \text{ m s}^{-1}$ の鉛直速度が観測されており, 対流の存在を示唆するものである。Venus Express によって観測されたセル状の様子は対流によるものであると考えられている。

金星雲層における対流の数値実験は Baker et al., 1998 によって試みられている。Baker et al., 1998 は 2 次元完全圧縮モデルを用いて金星雲層を想定した数値実験を行った。Baker et al., 1998 の数値実験は VEX 観測以前に行われたものであるが, 数値実験によって得られた対流セルの水平スケールは VEX の観測と整合的なものであった。観測されたセルの大きさと整合的な水平スケールを持つ対流を再現した。Baker et al., 1998 では 25 時間計算し, 定常状態に達したとしている。しかしながら, Baker et al., 1998 の示した運動エネルギー密度は時間とともに増加しており, 再現された対流運動が定常状態に達しているとは言い難い。対流運動が遷移状態であれば, より長い時間経過したとき, 対流の構造に大きな変化が現れる可能性がある。よって, 金星雲層での対流の実際の構造を知るためには, まず定常状態に達した系について調べることが重要である。本研究では金星雲層における対流実験を Baker et al., 1998 よりも長時間計算することでエネルギー的な定常状態を求めた, さらに, 定常状態でのエネルギー収支, 対流の空間構造を解析することで金星雲層における対流構造を調べた。

本研究で使用した数値モデルは地球流体電脳倶楽部で開発されている非静力学モデル *deepconv* (杉山ら, 2011) である。*deepconv* では 2 次元準圧縮方程式系を採用している。サブグリッドスケールの乱流混合パラメタリゼーションは使わず, 係数一定の乱流拡散を用いた。放射伝達については Baker et al., 1998 と同様に陽には計算せず, 太陽放射加熱率をパラメータとして与えた, また, 境界条件は Baker et al., 1998 の計算設定に合わせ, 水平には周期境界条件を用い, 鉛直には熱フラックス固定, $w = 0$ とした。計算領域は水平に 180 km, 鉛直に 20 km とり, 水平分解能 150

m, 鉛直分解能 200 m とした. 計算時間は Baker et al., 1998 の計算よりも長い 161 時間計算を実行した.

長時間計算の結果, 50 時間で運動エネルギー密度の値がほぼ一定となった. これを以ってエネルギー的に定常状態に達したと判断した. 本研究で得られた金星雲層における対流セルの水平スケールは 20 km 程度であることを確認した. この結果から, Baker et al., 1998 で示された対流の構造は定常状態での構造と同じ特徴を示していることが確認された. 本研究では更に定常状態での対流を調べることで, 以下のことがわかった. 対流の速度分布に関しては, 鉛直速度の平均的な値は約 4.5 m s^{-1} であり, 中立層の真ん中で最も速くなっていることがわかった. 運動の構造に関しては, 運動エネルギーのパワースペクトル解析を行うことにより対流スケールだけではなくより小さいスケールにもエネルギーピークを持つことがわかった. 初期の対流の発生の様子に関しては, 対流は計算開始から 8.3 時間経過した後, 上部安定層から冷たい空気が中立層へ沈降することによって生じることがわかった.

本研究では流れ場についてエネルギー的な定常状態を求めた. しかしながら, 熱に関しては定常状態を求めるまでには至っていない. 即ち, 系内の熱エネルギーの総量が時間の経過とともに減少してしまう問題が課題として残っている. 熱力学の式の各項の寄与を比較すると移流による熱輸送が熱エネルギーの減少を担っていることがわかっている. 現状では移流計算の際に保存性が破られているらしいことが問題であり, 今後の課題として挙げられる.

目次

第1章 序論	9
1.1 金星雲層における対流	9
1.2 金星雲層内対流に関する先行研究	10
1.3 本研究の目的	11
1.4 本論文の構成	13
第2章 数値モデル	14
2.1 定式化	14
2.1.1 3次元支配方程式系	14
2.2 準圧縮方程式系のエネルギー方程式	16
2.2.1 運動エネルギー方程式	17
2.2.2 熱エネルギー方程式	17
2.3 離散化	18
2.3.1 格子と変数の配置	18
2.3.2 空間, 時間方向の離散化の概要	19
2.4 計算設定	19
第3章 実験結果	26
3.1 エネルギー的な定常状態の確認	26
3.2 エネルギー的な定常状態における流れ場の様子	29

3.2.1	系のエネルギー収支	29
3.2.2	流れ場の様子	32
3.3	セル対流の時間発展の様子	42
3.4	課題	44
第4章	まとめ	46
付録A:	準圧縮方程式系の導出	48
A.1	基礎方程式	48
A.2	準圧縮方程式系の導出	51
A.2.1	基本場と擾乱場の分離	51
A.2.2	水平方向の運動方程式の線形化	52
A.2.3	鉛直方向の運動方程式の線形化	52
A.2.4	圧力方程式の線形化	53
A.2.5	熱の式の線形化	54
付録B:	Baker et al., 1998 で用いられた方程式系の導出	56
B.1	支配方程式系	56
B.2	Baker et al., 1998 で用いられた方程式系の導出	57
B.2.1	連続の式	57
B.2.2	運動方程式	58
B.2.3	熱の式	59
付録C:	参考実験図集 – 現実的な放射プロファイルを用いた実験 –	62
C.1	計算設定	62
C.2	結果	65

付録 D: 参考実験図集 – 3次元計算実験 –	77
D.1 計算設定	77
D.2 計算結果	77
付録 E: 参考実験図集 – 赤外放射分布を仮定した場合 –	83
E.1 計算設定	83
E.2 計算結果	85

図目次

1.1	Venus Express によって撮影された太陽直下点付近高度 57 ~ 67 km における雲面の紫外線画像 (Markiewicz et al., 2007). 図左上の矢印は極方向を示している. 図下部の白い棒はスケールを示している. 図の中央から右上にかけてセル状の模様を見て取ることができる.	10
1.2	Baker et al., 1998 で示された金星雲層を想定した対流計算の結果. 横軸は水平領域, 縦軸は高度である. 図は $t = 21.6346$ 時間での温位偏差の様子である.	11
1.3	Baker et al., 1998 で示された運動エネルギー密度の時間変化. 上段, 中段, 下段はそれぞれ太陽放射の吸収量 60 %, 80 %, 100 % の場合である.	12
2.1	格子点の配置. 「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用.	18
2.2	添字と境界の設定. 赤い点がスカラー量の格子点, 青い点がベクトル量の格子点をそれぞれ表している. 実際に計算する添字の範囲は 1 から im である. 図は「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用.	19
2.3	Baker et al., 1998 で示されている金星の基本場の静的安定度分布. 図の実線が Baker et al., 1998 で用いられた値である.	20
2.4	図 2.3 を読み取り直線近似した大気の静的安定度. 縦軸は高度, 横軸が静的安定度である. 縦軸は下端が金星高度 40 km, 上端が高度 60 km に対応している.	21
2.5	図 2.4 から算出された初期の基本場の温位の鉛直分布.	22
2.6	図 2.5 の温位から求めた圧力場.	22
2.7	図 2.5 の温位から求めた密度場.	23
2.8	Baker et al., 1998 で用いられた太陽放射分布. 地表面から高度 100 km までの太陽放射分布を表している.	23
2.9	図 2.8 の計算領域部分 ($40 \text{ km} < z < 60 \text{ km}$) の拡大図.	24

- 3.1 初期状態から $t = 280000$ sec までの運動エネルギー密度の時間変化の様子. 縦軸は運動エネルギー密度, 横軸は時間である. 上段は $t = 0 \sim 80000$ sec, 中段は $t = 80000 \sim 180000$ sec, 下段は $t = 180000 \sim 280000$ sec での運動エネルギー密度である. $t = 180000$ sec でほぼ定常状態となっていることが確認できる. 27
- 3.2 温位偏差 (上段), 水平速度 (中段), 鉛直速度 (下段) の空間分布. 左は $t = 180000$ sec での値であり, 右は $t = 266400$ sec での値である. 28
- 3.3 $t = 180000$ sec から $t = 266400$ sec までの運動エネルギー密度の時系列. 黒線が運動エネルギーの時間変化, 赤線が移流項, 青線が圧力項, 緑線が粘性散逸項, 黄線が浮力項, 紫線が移流項, 圧力項, 粘性散逸項, 浮力項の和をそれぞれ表している. 29
- 3.4 $t = 180000$ sec から $t = 266400$ sec までの熱エネルギー収支. 黒線が $\partial(\bar{\rho}\theta)/\partial t$, 赤線が移流による熱エネルギー, 青線が太陽放射による一様加熱, 緑線が拡散による熱エネルギーである. 30
- 3.5 $t = 180000$ sec から $t = 266400$ sec で時間平均した加熱率の鉛直分布. 青線が太陽放射加熱, 赤線が移流による加熱, 緑線が拡散による加熱, 黒線が総和をそれぞれ表している. 31
- 3.6 $t = 266400$ sec での温位偏差. 縦軸は鉛直領域, 横軸は水平領域を表す. 32
- 3.7 $z = 10$ km における温位のパワースペクトル. 横軸は波数, 縦軸は時間である. 横軸には対数座標をとっている. 33
- 3.8 $z = 10$ km, $t = 266400$ sec における温位のパワースペクトル. 横軸は波数, 縦軸はパワースペクトルの大きさである. 横軸には対数座標をとっている. 34
- 3.9 $z = 10$ km, $t = 266400$ sec における温位. 縦軸に温位, 横軸に水平距離をとっている. 35
- 3.10 $z = 10$ km における運動エネルギーのパワースペクトル. 縦軸に時間, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である. 36
- 3.11 $z = 10$ km, $t = 266400$ sec における運動エネルギーのパワースペクトル. 縦軸にパワースペクトルの大きさ, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である. 37

3.12	$t = 180000 \sim 280000$ sec と $t = 380000 \sim 580000$ sec における運動エネルギーと温位の波数帯別パワースペクトル. 上段は運動エネルギーのパワースペクトル, 下段は温位のパワースペクトルの時間変化である. 右列は $t = 180000 \sim 280000$ sec, 左列は $t = 380000 \sim 580000$ sec の図である. 図中の各線はそれぞれ, 赤線が $k = 0.03490658 \sim 0.06981317$, 緑線が $k = 0.1047198 \sim 0.3141593$, 青線が $k = 0.3490658 \sim 1.500983$, 紫線が $k = 1.53589 \sim 41.853$ の波数帯を表している.	38
3.13	大気の静的安定度の変化の様子. 実線は初期の安定度, 破線は時間平均した静的安定度をそれぞれ表している.	39
3.14	鉛直速度の2乗平均. 図中の各線は $t = 180000$ sec から6時間毎の値を示している.	40
3.15	水平速度の2乗平均. 図中の各線は $t = 180000$ sec から6時間毎の値を示している.	41
3.16	$t = 0$ sec から $t = 80000$ sec までの運動エネルギー密度の時間変化.	42
3.17	時刻 $t = 5000$ sec から 30000 sec までの加熱率. 図は 5000 sec 毎に描画している. 図中の青線は太陽放射加熱, 赤線は移流による加熱, 緑線は拡散による加熱である.	43
3.18	$t = 180000$ sec から $t = 266400$ sec までの基本場の温位の時間変化. 各線の時間間隔は6時間である.	44
3.19	$t = 180000$ sec から $t = 266400$ sec までの $\bar{\rho}\theta$ の領域積分値.	45
3.20	図3.4の縦軸を拡大した図. 赤線が移流による熱エネルギー輸送, 黒線が $\partial(\bar{\rho}\theta)/\partial t$ の領域積分値である.	45
C.1	Eymet et al., 2008 図17から読み取った長波放射フラックス.	63
C.2	Baker et al., 1998 と Eymet et al., 2008 の放射加熱率. 図の赤線が Baker et al., 1998 で与えられている太陽放射加熱率, 青線が Eymet et al., 2008 で与えられている長波放射加熱率.	65
C.3	図C.2に示された Baker et al., 1998 で与えられている太陽放射加熱率と Eymet et al., 2008 で与えられている長波放射加熱率を足し合わせた値.	66
C.4	$t = 8000$ sec における温位偏差.	66

C.5	$t = 14000$ sec における温位偏差.	67
C.6	$t = 35000$ sec における温位偏差.	67
C.7	運動エネルギー密度の時間変化.	68
C.8	$t = 35000$ sec における水平速度.	68
C.9	$t = 35000$ sec における鉛直速度.	69
C.10	$t = 35000$ sec における各高度での鉛直速度. 上段は $z = 15000$ m, 中段は $z = 10000$ m, 下段は $z = 7700$ m での鉛直速度を示す. . . .	70
C.11	水平速度の 2 乗平均.	71
C.12	鉛直速度の 2 乗平均.	71
C.13	$t = 20000 \sim 40000$ sec で時間平均した加熱率.	72
C.14	循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出 している.	73
C.15	循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出 している.	74
C.16	循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出 している.	75
C.17	循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出 している.	76
D.1	運動エネルギー密度の時間変化.	78
D.2	$t = 80000$ における温位偏差. 上段が 3 次元計算の結果の $y = 500$ m での断面, 下段が 2 次元計算の結果である. 縦軸は高度, 横軸は水 平距離である.	79
D.3	$t = 80000$ における温位偏差. 上段が 3 次元計算の結果, 下段が 2 次 元計算の結果である. 図中の各線は 20000 sec 毎の値を描画している. . . .	80

D.4	時間平均した加熱率.	81
D.5	高度 55 km における鉛直速度の水平断面.	81
D.6	高度 50 km における鉛直速度の水平断面.	82
D.7	高度 47 km における鉛直速度の水平断面.	82
E.1	赤外放射分布. 縦軸は高度, 横軸は加熱率である. 図中の青線が赤外放射である. 赤線は Baker et al., 1998 の太陽放射加熱率である.	84
E.2	運動エネルギー密度の時間変化の様子. 上端は $t = 0 \sim 180000$ sec, 下段は $t = 180000 \sim 280000$ の運動エネルギー密度である. 図はそれぞれ縦軸が運動エネルギー密度, 横軸が時間である.	85
E.3	$t = 180000$ sec から $t = 280000$ sec までの運動エネルギー密度の時系列. 黒線が運動エネルギーの時間変化, 赤線が移流項, 青線が圧力項, 緑線が粘性散逸項, 黄線が浮力項, 紫線が移流項, 圧力項, 粘性散逸項, 浮力項の和をそれぞれ表している.	86
E.4	$t = 180000$ sec から $t = 280000$ sec までの熱エネルギー収支. 黒線が $\partial(\bar{\rho}\theta)/\partial t$, 赤線が移流による熱エネルギー, 青線が太陽放射による一様加熱, 緑線が拡散による熱エネルギーである.	87
E.5	温位偏差 (上段), 水平速度 (中段), 鉛直速度 (下段) の空間分布. 左は $t = 180000$ sec での値であり, 右は $t = 280000$ sec での値である.	88
E.6	$z = 10$ km における運動エネルギーのパワースペクトル. 縦軸に時間, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である.	89
E.7	$z = 10$ km における運動エネルギーのパワースペクトル. 縦軸に時間, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である.	89
E.8	$t = 180000 \sim 280000$ sec おける運動エネルギーの波数帯別パワースペクトル. 図中の各線はそれぞれ, 赤線が $k = 0.03490658 \sim 0.06981317$, 緑線が $k = 0.1047198 \sim 0.3141593$, 青線が $k = 0.3490658 \sim 1.500983$, 紫線が $k = 1.53589 \sim 41.853$ の波数帯を表している.	90
E.9	$t = 180000 \sim 280000$ sec おける温位の波数帯別パワースペクトル. 図中の各線はそれぞれ, 赤線が $k = 0.03490658 \sim 0.06981317$, 緑線が $k = 0.1047198 \sim 0.3141593$, 青線が $k = 0.3490658 \sim 1.500983$, 紫線が $k = 1.53589 \sim 41.853$ の波数帯を表している.	91

第 1 章 序論

1.1 金星雲層における対流

金星は太陽から 2 番目、地球の隣に位置する惑星である。金星と地球は固体部分は近い値であるが、大気の性質については異なる様相を呈している (表 1.1)。例えば金星と地球の固体部分について、赤道半径はそれぞれ 6,052 km, 6,378 km, 平均密度はそれぞれ 5.24 g cm^{-3} , 5.52 g cm^{-3} と近い値を示している。

表 1.1: 金星と地球の基本的な数値

	金星	地球
太陽からの距離 [AU]	0.723	1.00
公転周期 [地球年]	0.615	1.00
自転周期 [地球日]	243.02	0.9973
赤道半径 [km]	6052	6378
平均密度 [g cm^{-3}]	5.24	5.52
太陽定数 [kW m^{-2}]	2.62	1.37
地表面気圧 [Pa]	9.2×10^6	1.013×10^5
地表面温度 [K]	730	288
平均分子量	44	29
アルベド	0.78	0.30
平均光学的厚さ	25 ~ 40	5 ~ 7
雲量 [%]	100	40

一方で、地球大気の主成分が窒素と酸素であるのに対し、金星大気の 96 % は二酸化炭で構成されている。そのため、金星の地表面での圧力は 92 気圧である。また、地球の雲量が 40 % であるのに対し、金星は高度 48 ~ 70 km に濃硫酸の液滴からなる雲が水平一様に分布している。金星の硫酸雲は金星大気のエネルギー収支を考える上で重要な要素となっている。パイオニア・ヴィーナスの観測から、金星が吸収する太陽光の約 50 % が雲層の上端 64 km 以上で吸収され、残りは 35 km 以下で吸収されることがわかっている。一方、雲層から射出される長波放射は高度 60 km から 65 km にかけて強いことがわかっている。

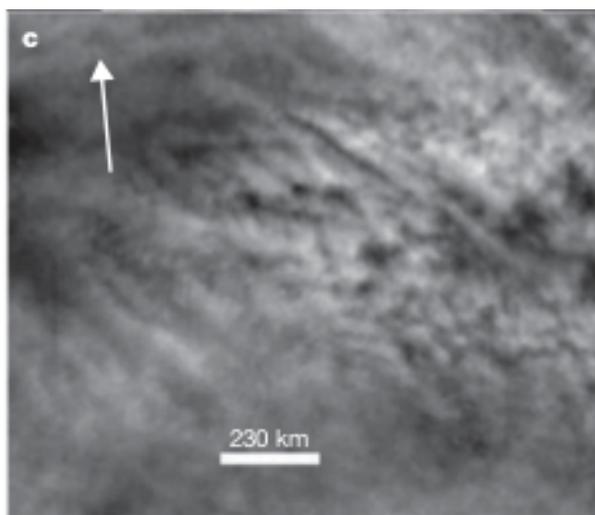


図 1.1: Venus Express によって撮影された太陽直下点付近高度 57 ~ 67 km における雲面の紫外線画像 (Markiewicz et al., 2007). 図左上の矢印は極方向を示している. 図下部の白い棒はスケールを示している. 図の中央から右上にかけてセル状の模様を見て取ることができる.

パイオニア・ヴィーナスの観測は高度 48 ~ 55 km に中立層の存在を示している. VEGA のバルーン観測は赤道の上空 55 km 付近に $1 \sim 3 \text{ m s}^{-1}$ の鉛直速度を観測した. これらの観測結果から, 大気的不安定性から対流が生じ, 高度 48 km から 55 km にかけて中立層が形成されたと考えられている.

近年の Venus Express の観測により, 金星の雲頂付近に 20 km オーダーのセル状の模様が見られることがわかった (図 1.1 中央から右上). 図 1.1 に見られるセル状の模様が対流であれば, 金星雲層における対流セルの大きさは 20 km のオーダーであり, 対流のアスペクト比 (幅 / 高さ) は 2 程度であると言える.

1.2 金星雲層内対流に関する先行研究

金星雲層で観測されたセル状の模様を対流によって説明を試みる研究は Baker et al., 1998 によって行われている. Baker et al., 1998 では 2 次元完全圧縮モデルを用い金星雲層領域における対流実験を行なっている. 以下, 彼らの計算の概略を簡単に解説する. 計算領域として鉛直 20 km, 水平 180 km をとり, 鉛直格子点数 168 点, 水平格子点数 1000 点としている. 太陽放射加熱率の鉛直プロファイルについてはパイオニア・ヴィーナスの観測と How and Goody, 1989 の放射モデルに合うようなパラメタを仮定している. 鉛直境界条件として熱フラックス固定, 鉛直速度 $w = 0$ を用いている. 雲層内での放射の伝達を拡散で表現するため, 領域全体に乱流拡散

係数 $K = 155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ を与えている. 太陽放射の吸収量を 60 % とした場合, 80 % とした場合, 100 % とした場合の 3 つの場合について数値実験を行なっている. 計算時間はそれぞれの場合について 15.6 時間, 50 時間, 25 時間としている.

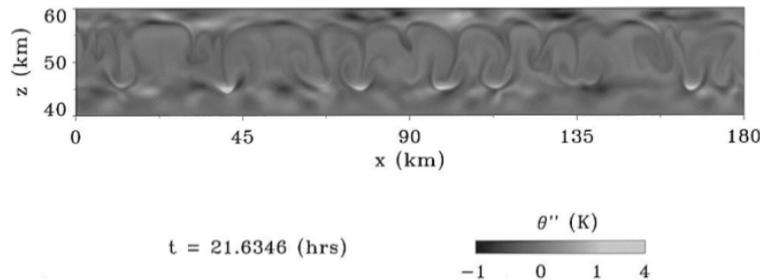


図 1.2: Baker et al., 1998 で示された金星雲層を想定した対流計算の結果. 横軸は水平領域, 縦軸は高度である. 図は $t = 21.6346$ 時間での温位偏差の様子である.

以下, Baker et al., 1998 で示された太陽放射の吸収量が 100 % の場合での結果について説明する. 図 1.2 は太陽放射加熱率 100 % の場合における $t = 21.6346$ 時間での温位偏差である. Baker et al., 1998 ではこの時刻ですでに定常状態に達したとしており, 太陽放射の吸収量 60 %, 80 %, 100 % のどの場合でも対流の特徴はそれほど変化しないとしている.

Baker らの計算結果では対流セルの水平スケールは 15 ~ 30 km となった. 下降流の水平スケールは 1 ~ 2 km となった. この対流は領域上端で強い冷却を与え, 冷たい空気が沈降することで駆動されている. 運動エネルギー密度の時間変化から, 対流の主要な周期は 126 分であるとしている (図 1.3). 鉛直速度は $5 \sim 7 \text{ m s}^{-1}$, 下降流の最大速度は -7.3 m s^{-1} となっている.

1.3 本研究の目的

Baker et al., 1998 によって示された金星雲層における対流計算の結果は, Venus Express によって観測されたセル状の構造と整合的である. しかしながら, 図 1.3 をみると, 定常状態に至っているとは言いがたい. 定常状態でない系では, より長い時間経過した後に対流構造が変化する可能性がある. そこで本研究では 2 次元準圧縮モデルを用い, Baker et al., 1998 と同様の設定で定常状態を求めることを目的とし, Baker et al., 1998 よりも長時間の数値実験を行う. さらに, 長時間の計算の後, 系でのエネルギーの収支, 対流の構造を調べ, 金星雲層における対流の理解を深める. Baker et al., 1998 の設定は放射の伝達を拡散で表現し, 上部境界で大きな熱フラックスを与え, 領域全体に大きな拡散係数を与えている. より現実的な金星雲層での対流を考察するためには, 雲層内での赤外放射冷却を取り入れた実験を行うべ

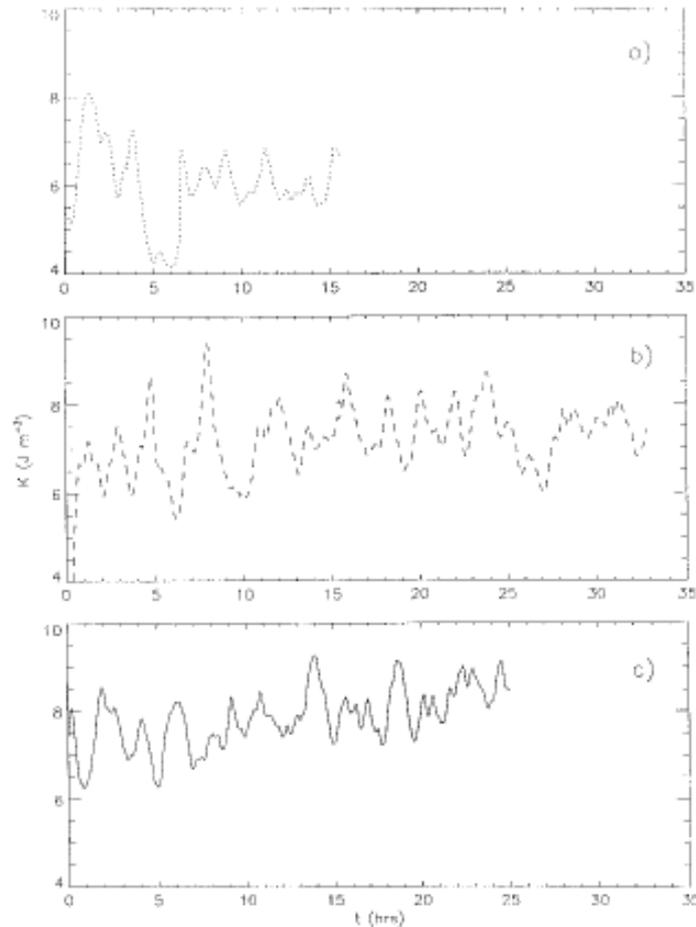


FIG. 4. Time series of kinetic energy density (mean kinetic energy in the entire domain) for (a) 60% subsolar heating, (b) 80% subsolar heating, and (c) 100% subsolar heating.

図 1.3: Baker et al., 1998 で示された運動エネルギー密度の時間変化. 上段, 中段, 下段はそれぞれ太陽放射の吸収量 60%, 80%, 100% の場合である.

きである. 本研究では参考実験として赤外放射分布を適当に与えた場合についての計算結果を付録にまとめている. 今後は様々な赤外放射分布を仮定した実験を行う必要がある. 本研究での長時間計算によるよって求められた定常状態と, 定常状態に達した系での対流構造考察は今後の赤外放射冷却を取り入れた実験に貢献できると信じている.

1.4 本論文の構成

以下, 本論文の構成について簡単に述べる. まず第 2 章で本研究で用いた数値モデルについて解説する. 第 3 章では Baker et al., 1998 を模した設定で長時間の計算実験を実施し, 得られた結果を示す. 第 4 章では 3 章での結果を踏まえ, 金星雲層対流についての考察を行う. また, 付録 A には本研究で用いた支配方程式系の導出過程を記した. 付録 B には Baker et al., 1998 で用いられた支配方程式系の導出過程をまとめた. 付録 C には参考実験として, Eymet et al., 2008 の赤外放射分布を用いた場合の計算結果について図をまとめた. 付録 D には参考実験として, 本計算実験を 3 次元に拡張した計算結果についての図をまとめた. 付録 E には参考実験として赤外放射分布を適当に仮定した場合の計算結果についての図をまとめた.

第2章 数値モデル

第2章では、本研究で用いた数値モデルについて説明する。

2.1 定式化

2.1.1 3次元支配方程式系

本研究では2次元での数値実験と3次元の数値実験を行う。本節では3次元の場合の支配方程式系を説明する。

本モデルでは、簡単のため大気はCO₂からなるものとし、理想気体とみなせるものとする。また、惑星の回転の効果を見捨てる。

本モデルでは予報変数として水平流速 u, v 、鉛直流速 w 、エクスター関数 (無次元圧力) Π 、温位 θ をとる。その他の物理量である圧力 p 、密度 ρ 、温度 T は予報変数から診断的に算出される。ここで、温位、エクスター関数は以下のように定義される。

$$\theta \equiv T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}, \quad (2.1)$$

$$\Pi \equiv \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \frac{T}{\theta}. \quad (2.2)$$

ここで、 p_0, R, c_p はそれぞれ基準圧力、単位質量あたりの気体定数、定圧比熱を表している。本研究では金星大気を想定し、CO₂ の気体定数は $R = 191 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$ ¹⁾、定圧比熱は $c_p = 891 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$ 、基準圧力は Baker et al., 1998 に倣い雲頂での圧力 $p_0 = 2 \times 10^4 \text{ [Pa]}$ としている。流速の基本場成分はゼロであるので、以後流速の

¹⁾ 普遍気体定数 $R^* = 8.31 \text{ [J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}]$ 、金星大気平均分子量 $M = 43.3 \text{ [g mol}^{-1}]$ とすると

$$R = \frac{R^*}{M} \sim 191 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$$

である。

擾乱成分については簡単のためプライム記号を省略する。基本場は静止状態にあるので、

$$\frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial z} = -\frac{g}{c_p \bar{\theta}} \quad (2.3)$$

が成り立つ。ここで、 g は重力加速度である。

本研究では支配方程式系として準圧縮方程式系 (Klemp and Wilhelmson, 1978) を用いる。準圧縮方程式系では予報変数を水平一様な基本場成分と擾乱成分 (基本場からのずれ) に分離し、方程式の線形化を行なっている。物理量 ϕ の基本場成分を $\bar{\phi}$ 、擾乱成分を ϕ' と表すことにし、各変数を以下のように基本場成分と擾乱成分に分けて表す。

$$u(x, y, z, t) = \bar{u}(x, y, z, t) + u'(x, y, z, t), \quad (2.4)$$

$$v(x, y, z, t) = \bar{v}(x, y, z, t) + v'(x, y, z, t), \quad (2.5)$$

$$w(x, y, z, t) = \bar{w}(x, y, z, t) + w'(x, y, z, t), \quad (2.6)$$

$$\theta(x, y, z, t) = \bar{\theta}(z) + \theta'(x, y, z, t), \quad (2.7)$$

$$\Pi(x, y, z, t) = \bar{\Pi}(z) + \Pi'(x, y, z, t), \quad (2.8)$$

$$\rho(x, y, z, t) = \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t). \quad (2.9)$$

擾乱場成分は基本場成分に比べて十分に小さいと仮定し、2 次の微小量を無視する。このとき、準圧縮方程式系は次のように表される²⁾。

運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial x} + Turb.u, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial y} + Turb.v, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial z} + Turb.w + g \frac{\theta'}{\bar{\theta}}. \quad (2.12)$$

熱の式

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w \frac{\partial \theta'}{\partial z}\right) - w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + Q_{rad} + Turb.\theta'. \quad (2.13)$$

²⁾準圧縮方程式系の導出については付録 A を参照されたい。

圧力方程式

$$\frac{\partial \Pi'}{\partial t} = -\frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot \{\bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}'\} + \frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\theta}^2} \frac{D\theta}{Dt}. \quad (2.14)$$

ここで, Q_{rad} は放射加熱項であり, c_s は音速である. Q_{rad} の具体的な形については個々の実験の節で説明する. また拡散項 $Turb.u_i, Turb.\theta$ はそれぞれ,

$$Turb.u_i = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \bar{\rho} K_m \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\}, \quad (2.15)$$

$$Turb.\theta = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} K_h \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \right) \quad (2.16)$$

である. ここで, K_m, K_h はそれぞれ運動量に対する乱流拡散係数, 温位に対する乱流拡散係数である.

境界条件

水平方向に周期境界条件, 鉛直方向に応力なし条件を適用する. すなわち, 計算領域の x 方向の長さを L_x, y 方向の長さを L_y とすると, 任意の物理量 ϕ に対する水平方向の境界条件は

$$\phi(x, y, z, t) = \phi(x + L_x, y, z, t) = \phi(x, y + L_y, z, t), \quad (2.17)$$

鉛直方向の長さを D , 鉛直速度 w 以外の予報変数を ψ とすると鉛直方向の境界条件は,

$$w = 0, \quad (z = 0, D), \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad (z = 0, D) \quad (2.19)$$

となる.

2.2 準圧縮方程式系のエネルギー方程式

定常状態での運動エネルギーと系内の熱エネルギーの総量のバランスを調べるため, 運動エネルギー方程式と熱エネルギー方程式を導出しておく.

2.2.1 運動エネルギー方程式

水平方向の運動方程式 (2.10) と鉛直方向の運動方程式 (2.12) より,

$$\frac{\partial \bar{\rho} K}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} K \mathbf{u}) = -c_p \bar{\theta} \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla \Pi + \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \mathbf{D} + \bar{\rho} \frac{\theta}{\theta} g w - K \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.20)$$

となる. ここで,

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}(u^2 + w^2), \\ \mathbf{D} &= (D_u, D_w), \\ D_u &= K_m \left(2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ D_w &= K_m \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{2K_m}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

とした. 準圧縮系での連続の式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\rho} \mathbf{u} = 0 \quad (2.21)$$

であるので, 式 (2.21) を用いて式 (2.20) を変形すると,

$$\frac{\partial \bar{\rho} K}{\partial t} = -\bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla K - c_p \bar{\theta} \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla \Pi + \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \mathbf{D} + \bar{\rho} \frac{\theta}{\theta} g w \quad (2.22)$$

となる.

2.2.2 熱エネルギー方程式

熱力学の式 (2.13) に $\bar{\rho}$ をかけ, $\bar{\rho}$ は時間変化しないことに注意して変形すると,

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\theta)}{\partial t} = -\bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla \theta - \bar{\rho} w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \bar{\rho} Q + \bar{\rho} D_\theta \quad (2.23)$$

となる. ここで,

$$D_\theta = K_h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{K_h}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$

である. 連続の式 (2.21) を用いてさらに変形すると,

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\theta)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{\rho}\theta \mathbf{u}) + \theta \nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{u}) - \bar{\rho} w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \bar{\rho} Q + \bar{\rho} D_\theta \quad (2.24)$$

となる.

2.3 離散化

2.3.1 格子と変数の配置

本研究で用いたモデルでは水平、鉛直方向に変数をずらして互い違いに配置する。水平方向には Arakawa C グリッド、鉛直方向には Lorenz グリッドを用いる。

すべてのスカラー量 (ϕ : 圧力の擾乱成分, 温位の擾乱成分など) を格子の中心に配置する。ベクトル量 (速度 u など) は中心から次のように半格子ずらして配置する。 x, y 方向ベクトル量を評価する点は、鉛直方向にはスカラー量と同じとし、水平方向に半格子ずらす。 z 方向ベクトル量を評価する点は、水平方向にはスカラー量と同じとし、鉛直方向に半格子ずらす。空間の位置を表す添字として、 x 方向ベクトル量の格子点を $(i(u), j, k)$, y 方向ベクトル量の格子点を $(i, j(v), k)$, w 方向ベクトル量の格子点を $(i, j, k(w))$, スカラー量の格子点を (i, j, k) , 格子点の角にあたる点を $(i(u), j(v), k(w))$ とする。ただし、 x, y, z 方向の格子点数をそれぞれ im, jm, km とすると、 $1 \leq i(u) \leq im, 1 \leq i \leq im, 1 \leq j(v) \leq jm, 1 \leq j \leq jm, 1 \leq k(w) \leq km, 1 \leq k \leq km$ である。上記を図解すると図 2.1 のようになる。また、格子点の添字および境界については図 2.2 のように設定する。

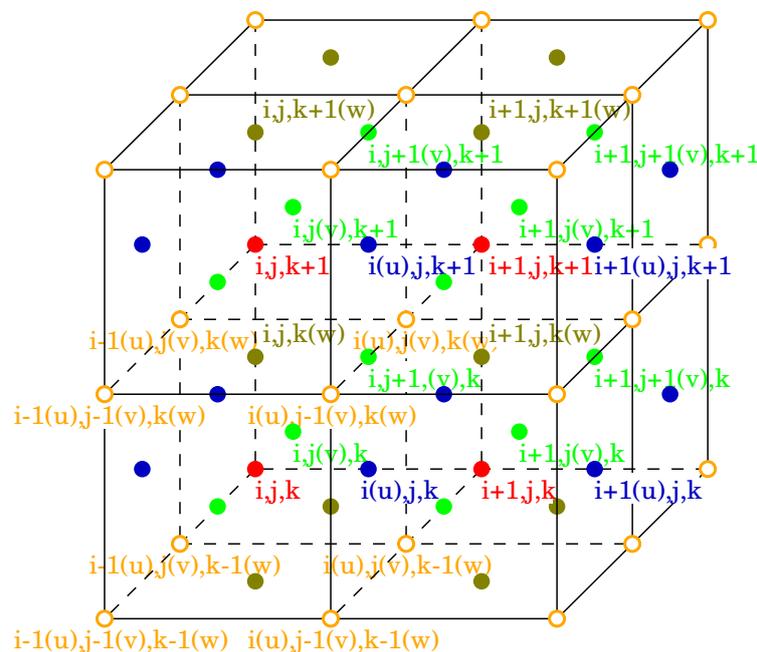


図 2.1: 格子点の配置。「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用。

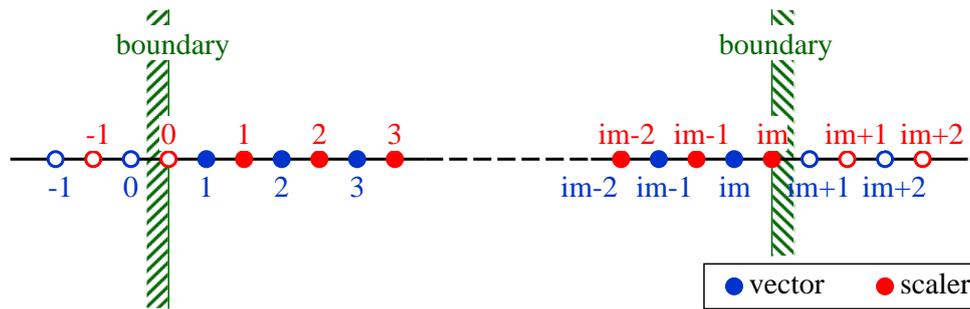


図 2.2: 添字と境界の設定. 赤い点がスカラー量の格子点, 青い点がベクトル量の格子点をそれぞれ表している. 実際に計算する添字の範囲は 1 から im である. 図は「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用.

2.3.2 空間, 時間方向の離散化の概要

空間方向の離散化は 2 次精度中心差分を用いる. 時間方向の離散化には時間分割法を用いる. 運動方程式と圧力方程式は短い時間刻み $\Delta\tau$ で時間積分を行う. 音波に関する項の離散化には HE-VI 法を採用し, u, v の式は前進差分, w, Π の式は後退差分で評価する. 音波にかかわらない項についてはリープフロッグスキームを用いて積分する. 熱の式はリープフロッグスキームを用いて長い時間刻み Δt で時間積分を行う. また, 変数 u, v, w, θ', Π' の時間積分に対して時間フィルターを用いる. 離散化についての詳細は地球流体電脳倶楽部 deepconv 離散化マニュアルを参照されたい.

2.4 計算設定

本再現計算では 2 次元準圧縮方程式系 (2.10), (2.12), (2.14), (2.13) を用いて Baker et al., 1998 の再現計算を行う. Baker et al., 1998 では 2 次元非線形完全圧縮方程式系を用いている. 準圧縮方程式系は連続の式で 2 次の微小項を無視しているため, 完全圧縮方程式系よりも精度が劣る. しかしながら, 準圧縮方程式系ではモード別時間分割法 (Klemp and Wilhelmson, 1978) を用いて計算のコストを下げるができる. また, 準圧縮方程式系での仮定 — すなわち擾乱成分は基本場成分よりも十分小さいという仮定 — は計算結果から見ても妥当であり, 本研究で着目している対流現象への準圧縮方程式系で無視した 2 次の微小項の寄与は小さいと考えられる.

金星大気の主成分は CO_2 である. 本再現計算では CO_2 のみで構成される乾燥大気を仮定する. 金星には CO_2 による光学的厚さが非常に大きい領域がある. そこで,

大気から発せられる長波のエネルギー輸送はすべて拡散によって運ばれると仮定し、計算領域に大きな一様な乱流拡散係数 ($K_m = K_h = 155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) を与える。

初期の基本場の温位は、Baker et al., 1998 で与えられている静的安定度分布 (図 2.3) から求める。本計算では鉛直領域の下端が金星実高度 40 km に対応している。

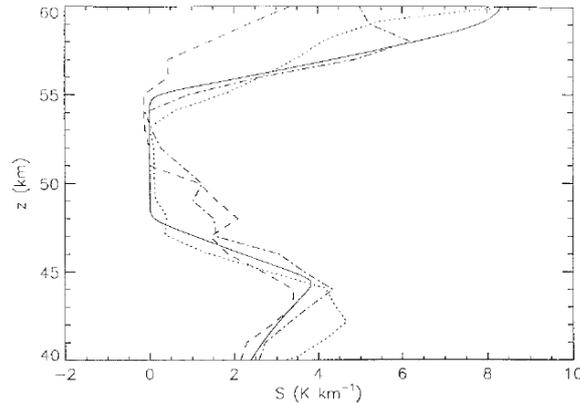


FIG. 1. Static stability profile for the Venus background state (solid line). The dashed line is from the *Pioneer Venus* North probe and the dash-dot line is from the *Pioneer Venus* Sounder (Seiff et al. 1980). The dotted line is from the *Vega-2* lander (Young et al. 1987).

(Baker et al. 1998)

図 2.3: Baker et al., 1998 で示されている金星の基本場の静的安定度分布。図の実線が Baker et al., 1998 で用いられた値である。

本再現計算では基本場の温位を 図 2.3 の実線を、式 (2.25) のように直線近似する。

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \begin{cases} 0.3 \times 10^{-6} z + 2.4 \times 10^{-3}, & (0\text{m} < z \leq 5000\text{m}) \\ -1.3 \times 10^{-6} z + 1.0 \times 10^{-2}, & (5000\text{m} < z \leq 8000\text{m}) \\ 0, & (8000\text{m} < z \leq 15000\text{m}) \\ 1.67 \times 10^{-6} z - 2.5 \times 10^{-2}, & (15000\text{m} \leq z \leq 20000\text{m}) \end{cases} \quad (2.25)$$

式 (2.25) を図示すると 図 2.4 のようになる。

図 2.4 を鉛直方向に積分して得られた初期の基本場の温位を 図 2.5 に示す。基本場の温位から求めた圧力場は 図 2.6、密度場は 図 2.7 となる。本論文では鉛直領域を 3 つに分け、高度 40 ~ 47 km を下部安定層、47 ~ 55 km を中立層、55 ~ 60 km を上部安定層と呼ぶことにする。初期条件として、鉛直 10 km の地点に振幅 1 K のランダムな温度擾乱を与える。計算時間は 216.7 時間 (780000 sec) とした。

太陽放射加熱 Q_{rad} については Baker et al., 1998 で用いられたパラメータ Q_{sub} を使用する。すなわち、

$$Q_{rad} = Q_{sub}. \quad (2.26)$$

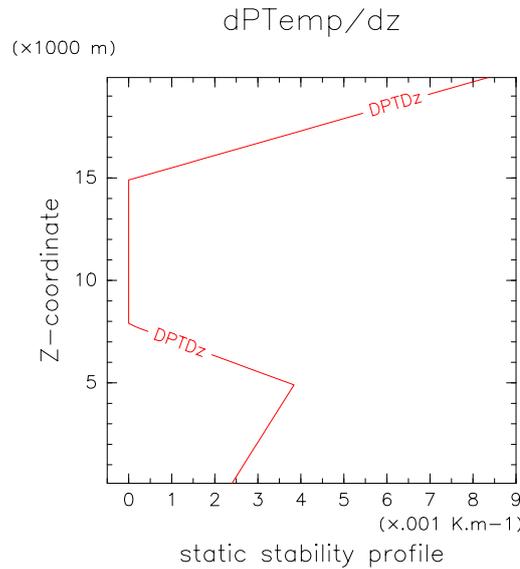


図 2.4: 図 2.3 を読み取り直線近似した大気の静的安定度. 縦軸は高度, 横軸が静的安定度である. 縦軸は下端が金星高度 40 km, 上端が高度 60 km に対応している.

ここで,

$$Q_{sub}(z) = c_L \exp\left(\frac{-(z - z_L)^2}{2\sigma_L^2}\right) + c_U \exp\left(\frac{-(z - z_U)^2}{2\sigma_U^2}\right). \quad (2.27)$$

各パラメータについては,

$$c_L = 3.6 \times 10^{-3} \text{Wm}^{-3}$$

$$z_L = 27 \text{km}$$

$$\sigma_L = 13 \text{km}$$

$$c_U = 2.7 \times 10^{-2} \text{Wm}^{-3}$$

$$z_U = 67 \text{km}$$

$$\sigma_U = 7.5 \text{km}$$

である. Baker et al., 1998 で用いられた Q_{sub} はパイオニア・ヴィーナスの観測と How and Goody, 1989 の放射モデルと整合的になるように与えたガウス型分布である. 式 (2.27) を図示したものが図 2.8 である. 図 2.8 は地表面から高度 100 km までの太陽放射加熱率である. 本研究は Baker et al., 1998 での太陽放射の吸収量が 100 % の場合に相当する. 計算領域のみを切り出した分布は図 2.9 に示す通りである.

計算領域については鉛直方向に 20 km, 水平方向に 180 km とし, 格子点を鉛直に 100 点, 水平に 1200 点とった. 鉛直領域 20 km は, 金星の高度 40 – 60 km を想定

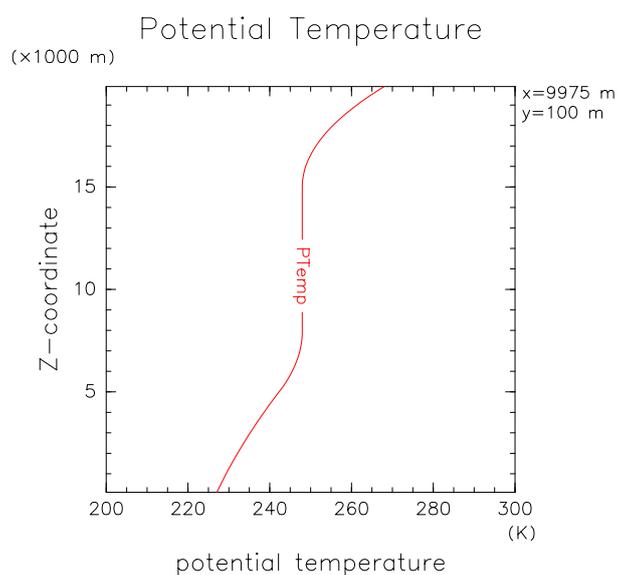


図 2.5: 図 2.4 から算出された初期の基本場の温位の鉛直分布.

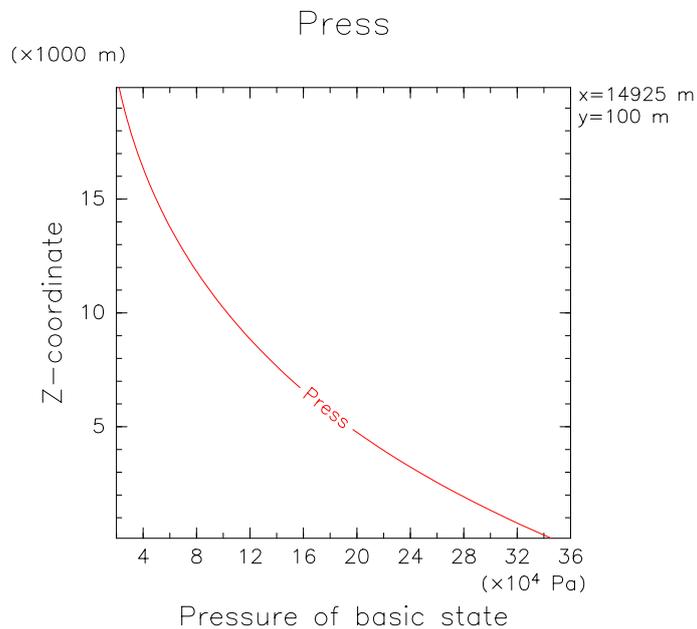


図 2.6: 図 2.5 の温位から求めた圧力場.

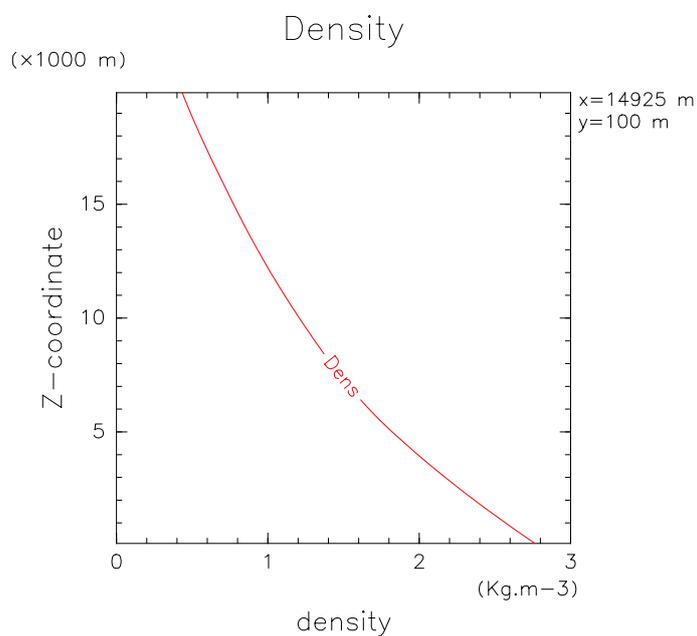


図 2.7: 図 2.5 の温位から求めた密度場.

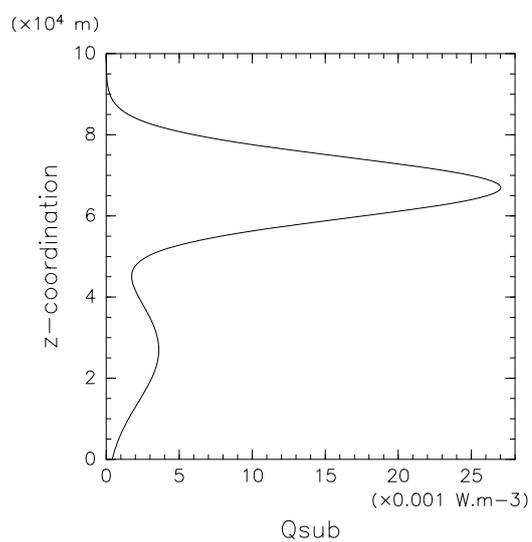


図 2.8: Baker et al., 1998 で用いられた太陽放射分布. 地表面から高度 100 km までの太陽放射分布を表している.

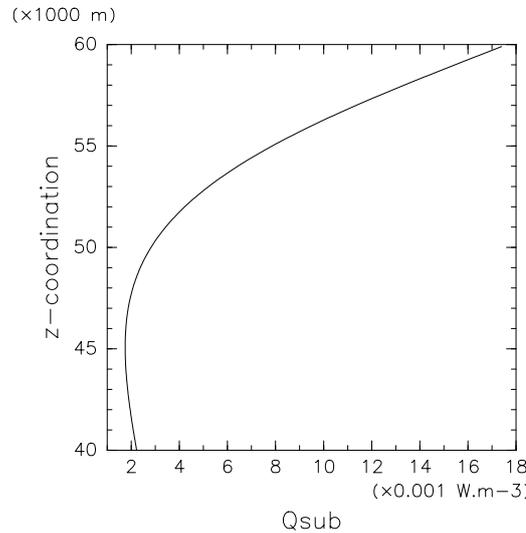


図 2.9: 図 2.8 の計算領域部分 ($40 \text{ km} < z < 60 \text{ km}$) の拡大図.

している. 境界条件は, 水平方向に周期境界条件, 鉛直方向に熱フラックス固定, 境界で $w = 0$ としている. 鉛直方向の熱フラックス固定条件は, 鉛直上向きを正とし, 上部境界で 293.1 W m^{-1} , 下部境界で 189.7 W m^{-2} としている. この境界のフラックスの値は以下のようにして求める. 高度 60 km における太陽放射フラックスの値 $F(60)$ は

$$F(60) = F(\infty) - \int_{\infty}^{60} Q_{rad} dz \quad (2.28)$$

$$\approx F(100) - \int_{100}^{60} Q_{rad} dz \quad (2.29)$$

である. Hou and Goody, 1989 によれば, 金星の太陽直下点での高度 100 km における太陽放射フラックス $F(100)$ は 717.5 W m^{-2} である. 式 (2.27) を高度 60 km から 100 km まで数値的に積分した値は 424.4 W m^{-2} である. ゆえに

$$F(60) = 717.5 - 424.4 = 293.1$$

となる. 同様にして $F(40)$ を計算すると $F(40) = 189.7 \text{ W m}^{-2}$ となる. ここで計算した値は温度に対する熱フラックスである. 実際の設定ではエクスナー関数を掛け, 温位に対する熱フラックスに換算して上下境界に与えている.

本研究で用いた金星大気を想定したパラメータ値を表 2.1 に示す.

表 2.1: パラメータ設定

記号	意味	値
g	重力加速度	8.87 m s^{-2}
R	金星大気の気体定数	$191.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
c_p	定圧比熱	$891 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
K_m	粘性拡散係数	$155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
K_h	熱拡散係数	$155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
d	大気の厚さ	20.0 km
$\bar{\rho}$	大気の密度	0.4291 kg m^{-3}
T_0	大気上端の温度	268 K
Pr	プラントル数	1.00
γ	比熱比	1.27

第3章 実験結果

式 (2.10) ~ (2.14) を 2.3 節の設定で数値的に計算した結果を以下に示す.

3.1 エネルギー的な定常状態の確認

初期状態から $t = 28000 \text{ sec}$ までの運動エネルギー密度の時間変化の様子を図 3.1 に示す. 運動エネルギー密度とは運動エネルギーを全領域で平均したものである. 図 3.1 をみると, 図 3.1 を見ると運動は $t = 30000 \text{ sec}$ で発生し, $t = 180000 \text{ sec}$ で多少の時間変化はあるものの, 約 $10 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$ という一定値を示しているので定常状態に達していると考えても差し支えない. 初期の対流の様子については後の節で扱う.

図 3.2 は温位偏差, 水平速度, 鉛直速度それぞれの空間分布を時刻 $t = 180000 \text{ sec}$ と 266400 sec について示している. 図 3.2 の左側が定常に達した時刻での対流の状態, 右側が定常状態に達してから 1 日経過した時刻での対流の状態である. 左右の図を見比べると対流の形状, 値の大きさに大きな変化はみられない.

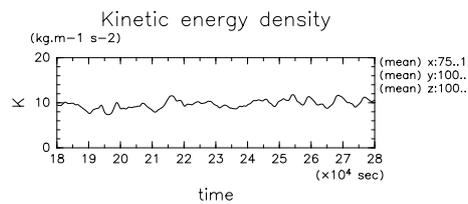
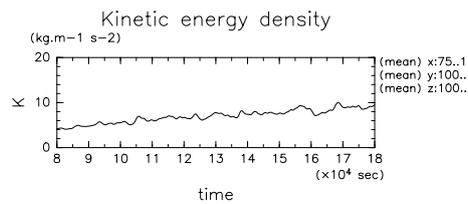
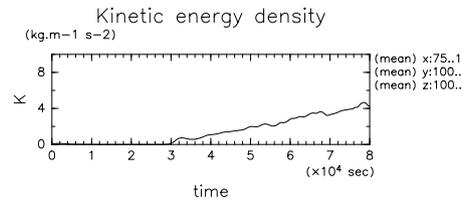


図 3.1: 初期状態から $t = 280000$ sec までの運動エネルギー密度の時間変化の様子。縦軸は運動エネルギー密度, 横軸は時間である。上段は $t = 0 \sim 80000$ sec, 中段は $t = 80000 \sim 180000$ sec, 下段は $t = 180000 \sim 280000$ sec での運動エネルギー密度である。 $t = 180000$ sec でほぼ定常状態となっていることが確認できる。

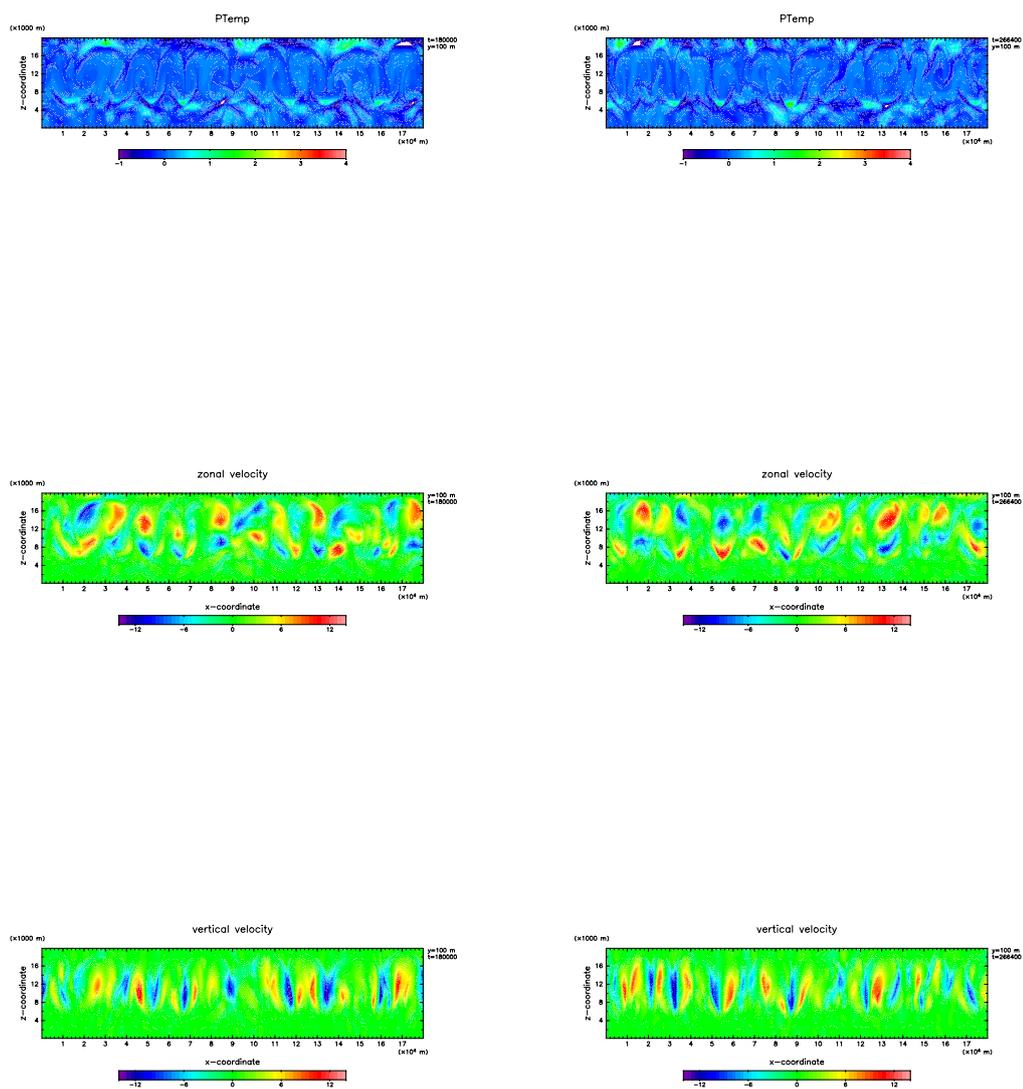


図 3.2: 温位偏差 (上段), 水平速度 (中段), 鉛直速度 (下段) の空間分布. 左は $t = 180000$ sec での値であり, 右は $t = 266400$ sec での値である.

3.2 エネルギーな定常状態における流れ場の様子

3.2.1 系のエネルギー収支

同時間帯における全領域平均した運動エネルギーの収支を図 3.3 に示す. 運動エネルギー収支は式 (2.22) を全領域で平均したもので表される. 図 3.3 から, この対流運動は粘性散逸と浮力によって駆動されていることがわかる.

次に系全体での熱エネルギー収支について考察する. 式 (2.24) の各項の時間変化の様子を図 3.4 に示す. 図 3.4 から, 太陽放射による一様加熱と拡散による熱輸送が釣り合っていることがわかる. また, 時間平均した加熱率の鉛直分布は図 3.5 のようになっている.

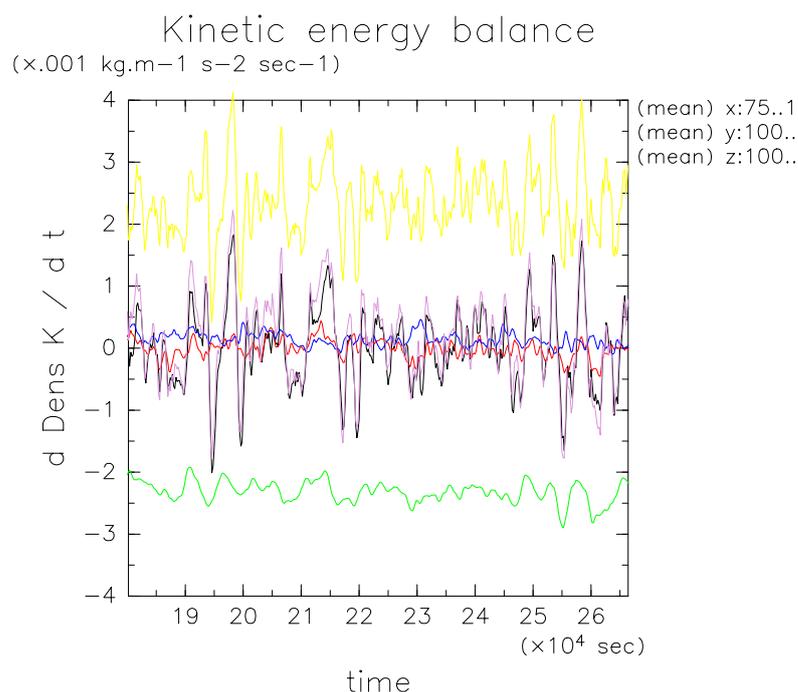


図 3.3: $t = 180000 \text{ sec}$ から $t = 266400 \text{ sec}$ までの運動エネルギー密度の時系列. 黒線が運動エネルギーの時間変化, 赤線が移流項, 青線が圧力項, 緑線が粘性散逸項, 黄線が浮力項, 紫線が移流項, 圧力項, 粘性散逸項, 浮力項の和をそれぞれ表している.

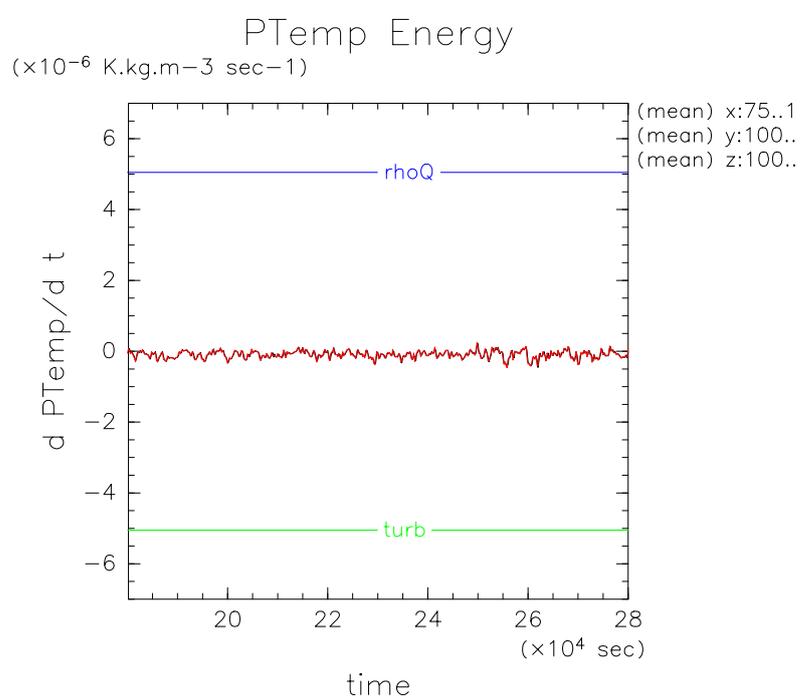


図 3.4: $t = 180000$ sec から $t = 266400$ sec までの熱エネルギー収支. 黒線が $\partial(\bar{\rho}\theta)/\partial t$, 赤線が移流による熱エネルギー, 青線が太陽放射による一様加熱, 緑線が拡散による熱エネルギーである.

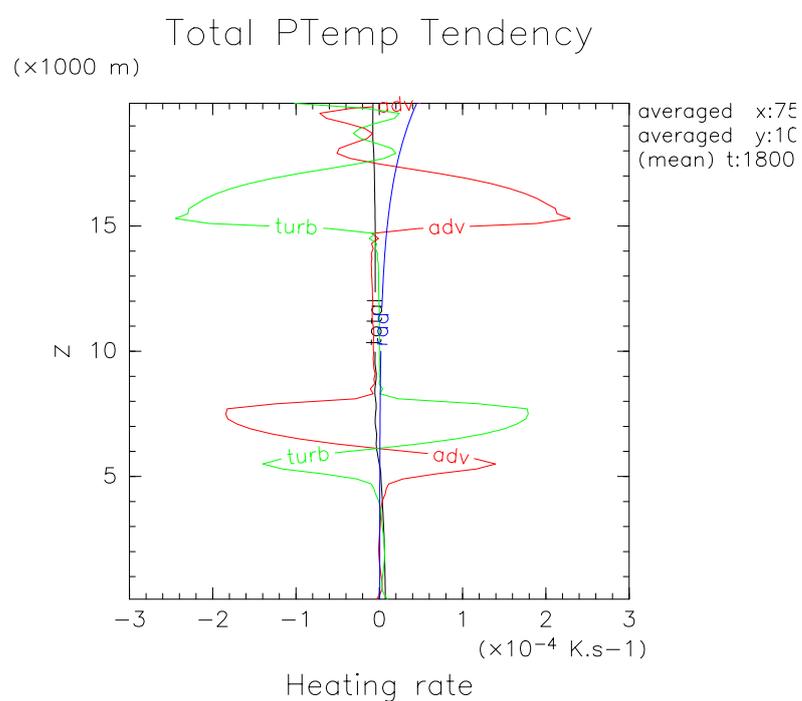


図 3.5: $t = 180000$ sec から $t = 266400$ sec で時間平均した加熱率の鉛直分布. 青線が太陽放射加熱, 赤線が移流による加熱, 緑線が拡散による加熱, 黒線が総和をそれぞれ表している.

3.2.2 流れ場の様子

対流セルの大きさ, 速度場の様子について述べる.

対流セルの大きさ

図 3.6 は $t = 266400$ sec における温位偏差の空間分布である. 図 3.6 をみると対流

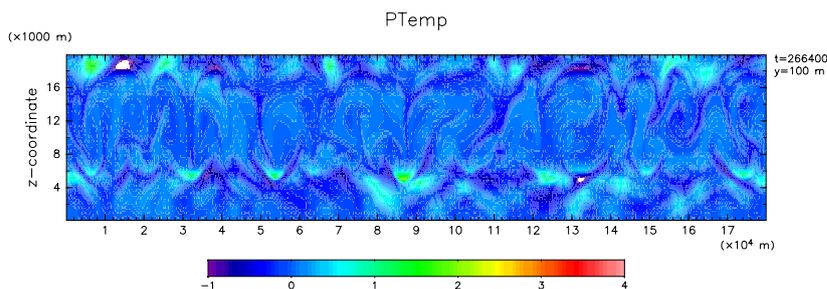


図 3.6: $t = 266400$ sec での温位偏差. 縦軸は鉛直領域, 横軸は水平領域を表す.

セルの水平スケールは約 20 km である. セルのスケールをより詳細に調べるため, 温位と運動エネルギーについてパワースペクトル解析の結果を示す. 図 3.7 は計算領域 $z = 10$ km での温位のパワースペクトルの時間変化の様子である. 横軸に波数, 縦軸に時間をとっている. 波数については対数座標を用いている. この図から, $t = 266400$ sec に着目し, $z = 10$ km での $t = 266400$ sec におけるパワースペクトルを切り出すと 図 3.8 のようになる. 図 3.8 をみると $k = 0.35 \text{ km}^{-1}$ にピークを持っている. よって卓越する周期は約 18 km であると考えられる. $z = 10$ km での温位を切り出したものが図 3.9 である.

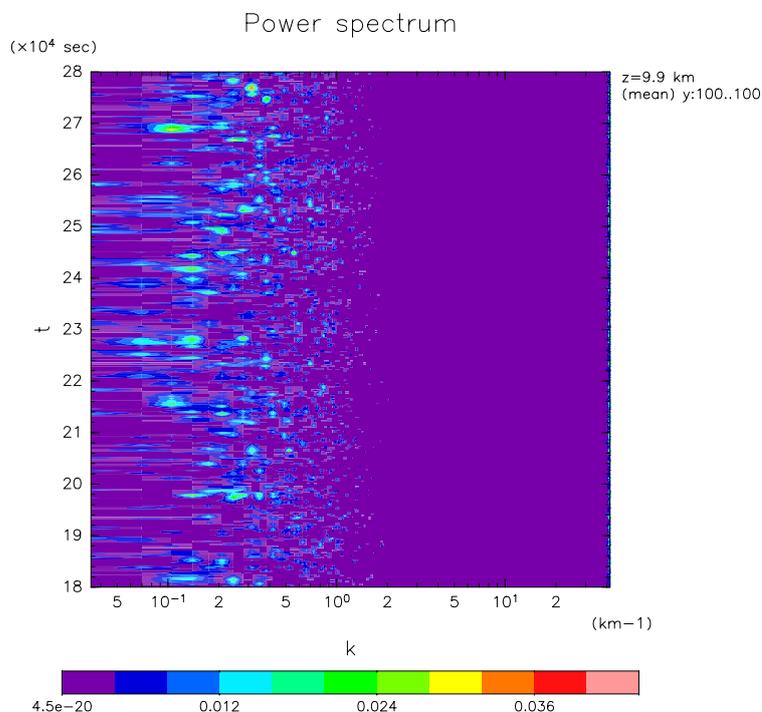


図 3.7: $z = 10$ km における温位のパワースペクトル. 横軸は波数, 縦軸は時間である. 横軸には対数座標をとっている.

次に, 運動エネルギーのパワースペクトルの $k-t$ 図を 図 3.10 に示す. 図 3.10 を見ると, $k = 0.3$ と $k = 1$ 付近にピークが集中していることがわかる. 温位の場合と同様に $t = 266400$ sec でのパワースペクトルを切り出したものが 図 3.11 である. 図 3.6 と見比べると, $k = 0.3$, すなわち波長 20 km が対流セルの大きさの卓越した値であり, $k = 1$, すなわち波長 6 km が中立層下端から巻き上がった流れの波長であると捉えられる.

パワースペクトルの波数帯別の時間変化の様子を 図 3.12 に示す. この図から,十分に時間が経過した後にも対流セルの水平スケールに大きな変化は現れないことがわかる.

図 3.6 をみると Baker et al., 1998 で見られていた細かい下降流の存在, 下降流が下部安定層へ貫入する様子が見受けられる (例えば水平 32 km の地点). 貫入の程度を調べるため, 大気の静的安定度の変化の様子を 図 3.13 に示す. 図 3.13 は初期の大気の安定度と, $t = 180000 \sim 266400$ sec で時間平均した安定度を示している. この図から, 対流の効果によって初期に 7 km であった中立層が 2 km 程度深くなって

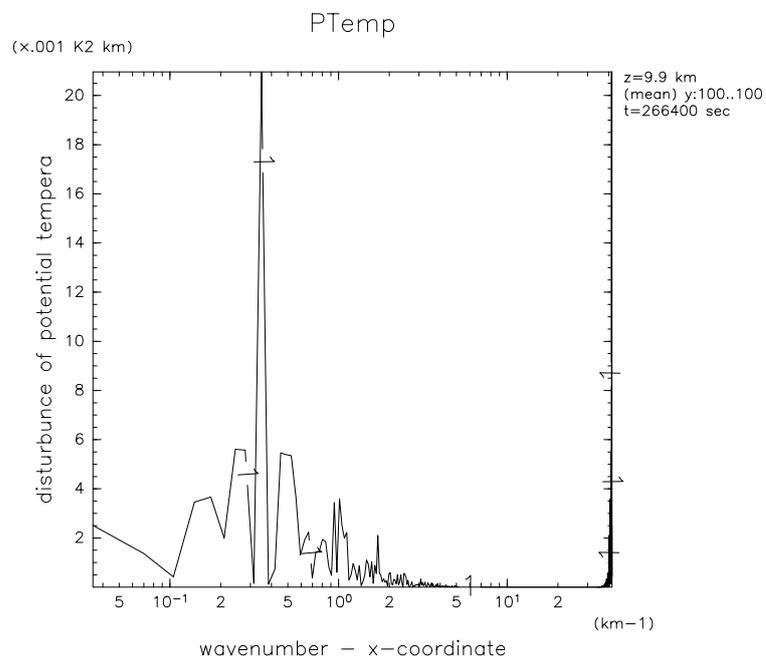


図 3.8: $z = 10 \text{ km}$, $t = 266400 \text{ sec}$ における温位のパワースペクトル. 横軸は波数, 縦軸はパワースペクトルの大きさである. 横軸には対数座標をとっている.

いることがわかる.

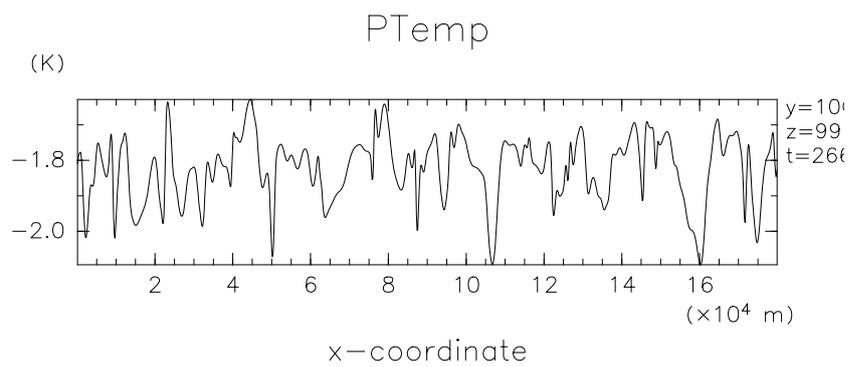


図 3.9: $z = 10$ km, $t = 266400$ sec における温位. 縦軸に温位, 横軸に水平距離をとっている.

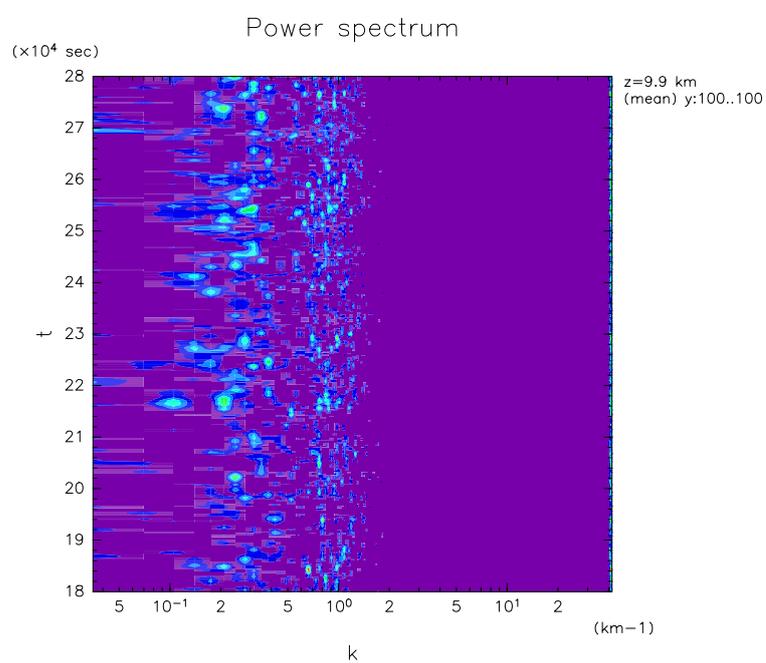


図 3.10: $z = 10$ km における運動エネルギーのパワースペクトル. 縦軸に時間, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である.

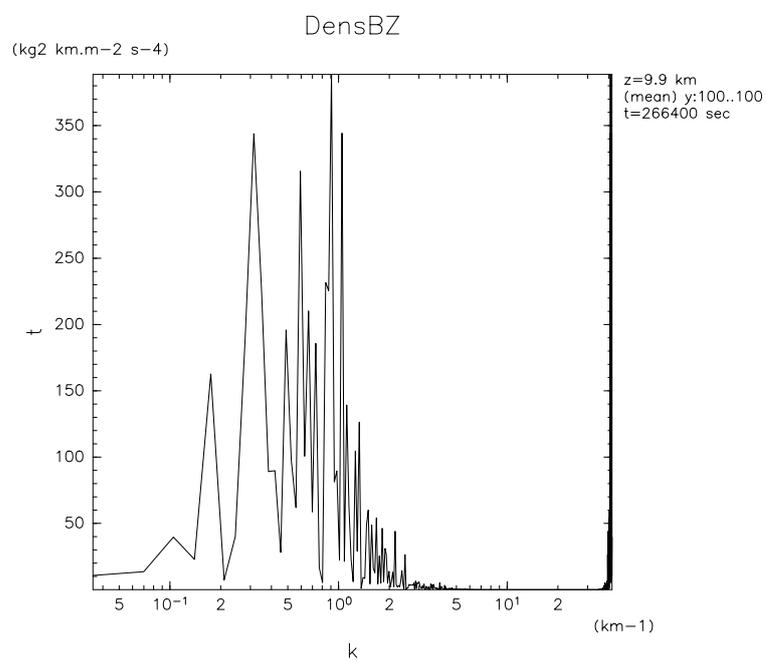


図 3.11: $z = 10$ km, $t = 266400$ sec における運動エネルギーのパワースペクトル. 縦軸にパワースペクトルの大きさ, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である.

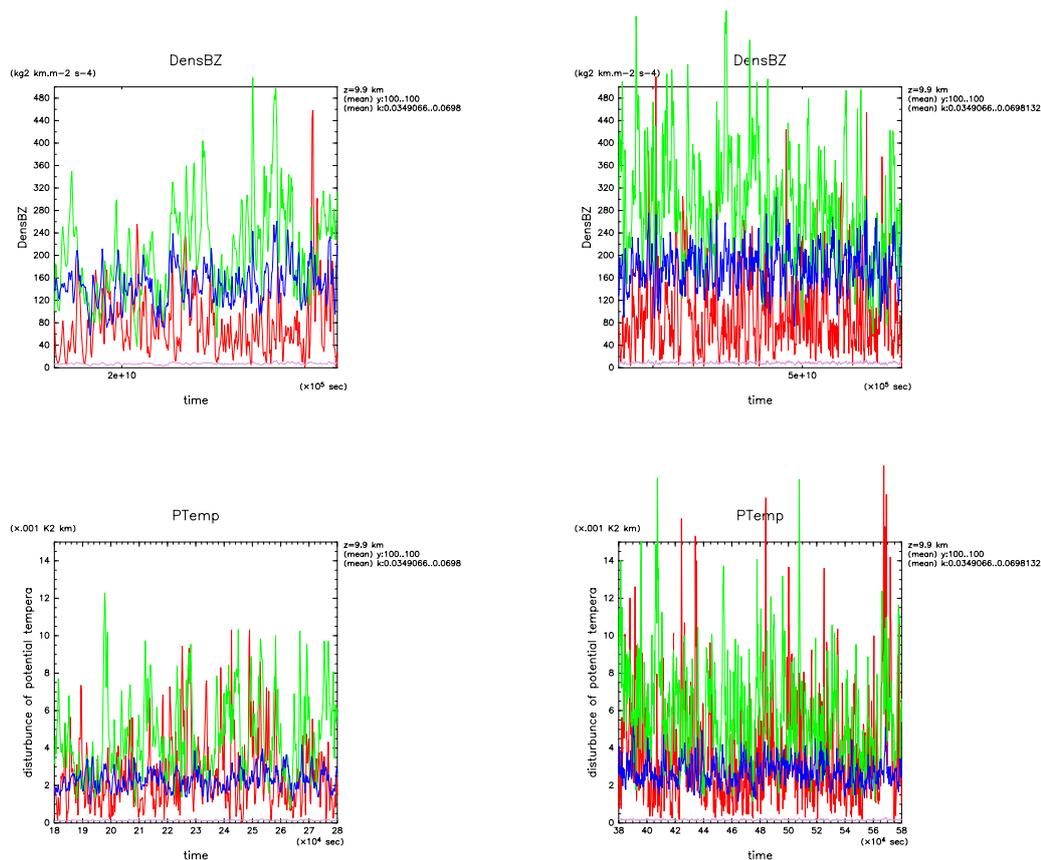


図 3.12: $t = 180000 \sim 280000$ sec と $t = 380000 \sim 580000$ sec における運動エネルギーと温位の波数帯別パワースペクトル. 上段は運動エネルギーのパワースペクトル, 下段は温位のパワースペクトルの時間変化である. 右列は $t = 180000 \sim 280000$ sec, 左列は $t = 380000 \sim 580000$ sec の図である. 図中の各線はそれぞれ, 赤線が $k = 0.03490658 \sim 0.06981317$, 緑線が $k = 0.1047198 \sim 0.3141593$, 青線が $k = 0.3490658 \sim 1.500983$, 紫線が $k = 1.53589 \sim 41.853$ の波数帯を表している.

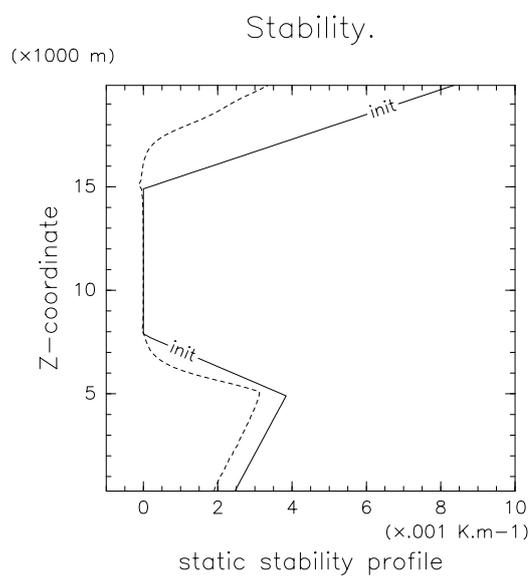


図 3.13: 大気の静的安定度の変化の様子. 実線は初期の安定度, 破線は時間平均した静的安定度をそれぞれ表している.

速度場

次に速度場の様子について述べる. 水平速度と鉛直速度の2乗平均を図3.15, 図3.14に示す. それぞれ $t = 180000 \text{ sec}$ から6時間毎の値を描画している. 図3.15をみると, 水平速度は概ね 3.5 m s^{-1} である. また, 図3.14をみると, 鉛直速度は概ね 4.5 m s^{-1} である. また, 鉛直速度は対流層中層で最大値を示している.

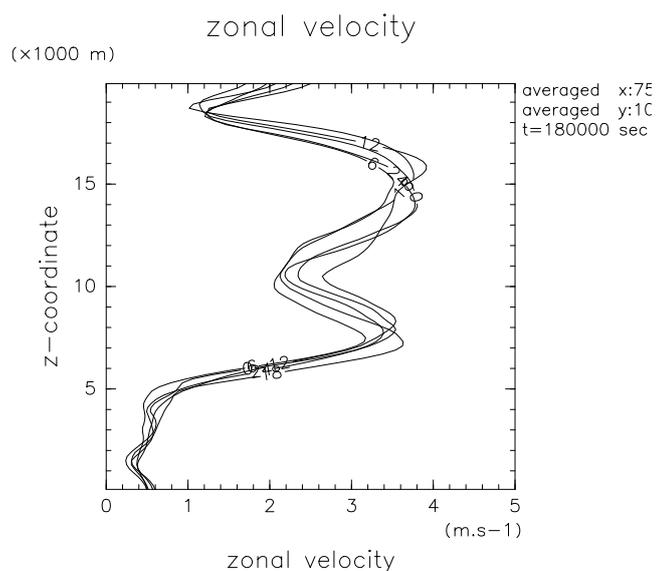


図3.14: 鉛直速度の2乗平均. 図中の各線は $t = 180000 \text{ sec}$ から6時間毎の値を示している.

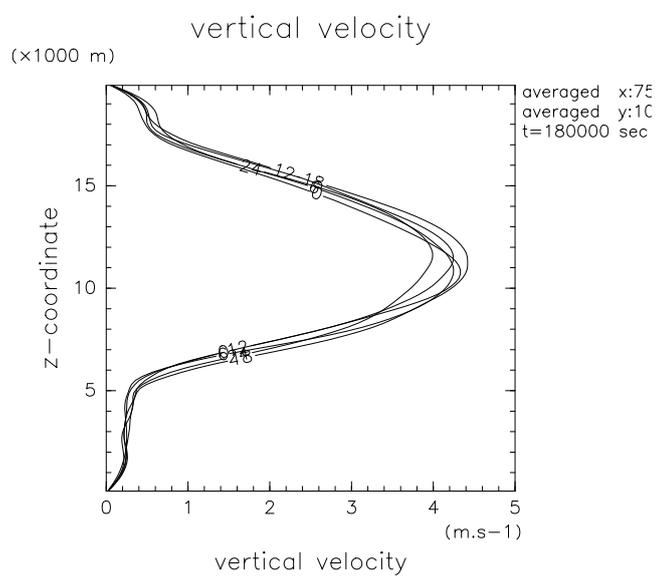


図 3.15: 水平速度の 2 乗平均. 図中の各線は $t = 180000$ sec から 6 時間毎の値を示している.

3.3 セル対流の時間発展の様子

以下, 定常状態に達するまでの様子について述べる. 図 3.16 は $t = 0$ sec から $t = 80000$ sec までの運動エネルギー密度の時間変化である. 対流は $t = 30000$ sec

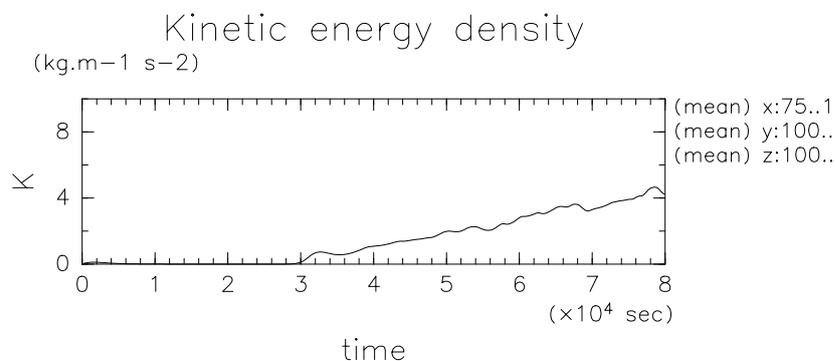


図 3.16: $t = 0$ sec から $t = 80000$ sec までの運動エネルギー密度の時間変化.

になると中立層上端から冷たい下降流が発生することで駆動し始める. $t = 30000$ sec までは運動は生じない. 加熱率の分布を見ると上部境界から拡散によって冷却が中立層上端まで伝わり, 中立層上端の空気が十分に冷却されるまでに要する時間がおおよそ 30000 sec であることがわかる.

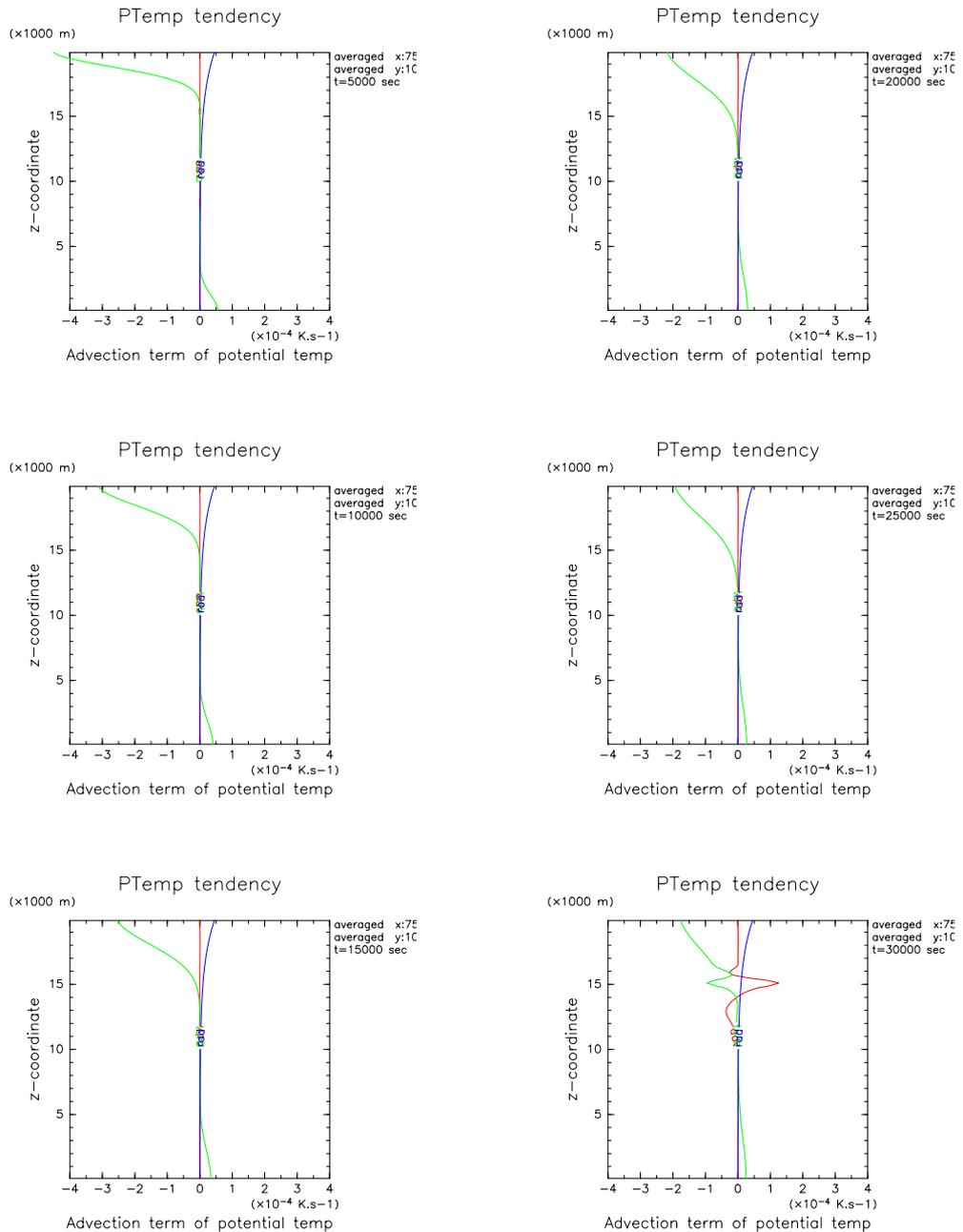


図 3.17: 時刻 $t = 5000 \text{ sec}$ から 30000 sec までの加熱率. 図は 5000 sec 毎に描画している. 図中の青線は太陽放射加熱, 赤線は移流による加熱, 緑線は拡散による加熱である.

3.4 課題

図 3.18 は基本場の温位の時間変化である. 図 3.18 を見ると, 時間とともに基本場

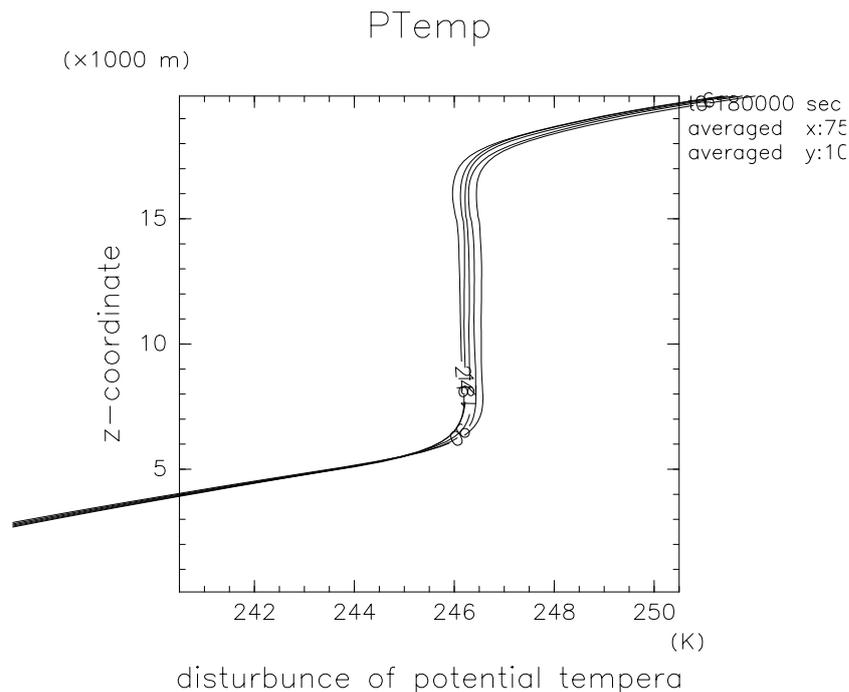


図 3.18: $t = 180000 \text{ sec}$ から $t = 266400 \text{ sec}$ までの基本場の温位の時間変化. 各線の時間間隔は 6 時間である.

の温位が変化している. この図から読み取れる変化率は約 $6.25 \times 10^{-6} \text{ K s}^{-1}$ である. ここで, 熱エネルギー方程式に立ち返って考察する. 図 3.19 は $\bar{\rho}\theta$ の領域積分値の時間変化を表している. 図 3.19 を見ると $\bar{\rho}\theta$ の積分値が時間とともに一定の割合で減少していることがわかる. 図 3.4 の縦軸を拡大したものが図 3.20 である. 図 3.20 中の赤線と黒線はほぼ一致している. すなわち, 系内の熱エネルギーの総量の変動(図 3.20 中の赤線)は移流による熱輸送の変動(図 3.20 中の黒線)と一致している. 故に, 熱エネルギー減少の原因が移流による熱輸送によるものであることがわかる. 現段階では用いた数値モデルの移流スキームにおける数値誤差であると解釈している. 上述のとおり熱エネルギーは時間とともに減少しているが, 運動エネルギーは図 3.3 の通りバランスしている. 更に, 図 3.18 を見ると系全体で基本場の温位は変化しているものの, 図 3.13 をみればわかる通り温位の鉛直構造に影響はない. よって, 対流の運動に関する議論に有意な影響は現れないと考えている.

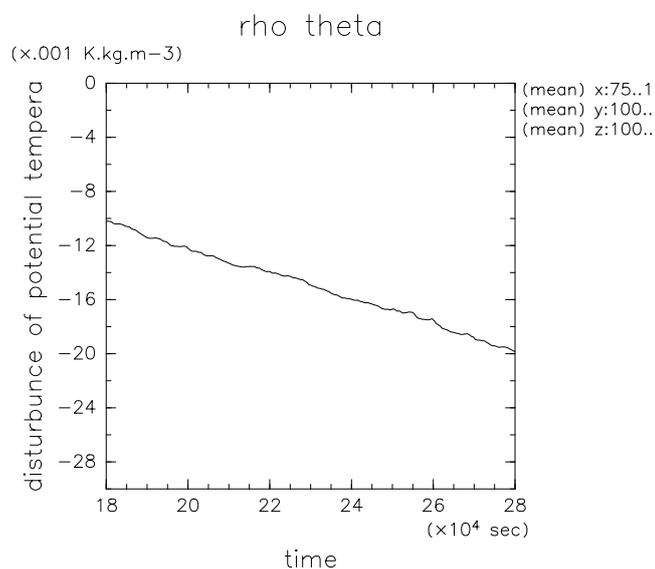


図 3.19: $t = 180000 \text{ sec}$ から $t = 266400 \text{ sec}$ までの $\bar{\rho}\theta$ の領域積分値.

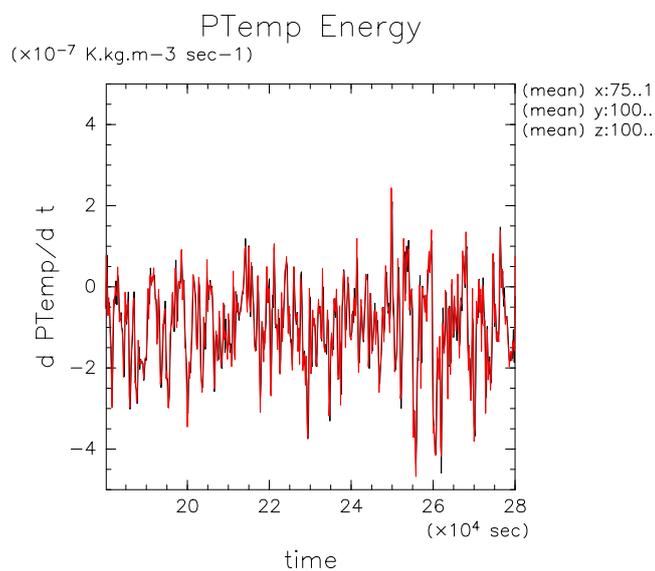


図 3.20: 図 3.4 の縦軸を拡大した図. 赤線が移流による熱エネルギー輸送, 黒線が $\partial(\bar{\rho}\theta)/\partial t$ の領域積分値である.

第4章 まとめ

本研究では地球流体電脳倶楽部で開発されている非静力学モデル `deepconv` (杉山ら, 2011) を用い2次元準圧縮方程式系で金星雲層内における対流の数値実験を行った。乱流の扱いについてはサブグリッドスケールの乱流混合パラメタリゼーションは使わず、係数一定の乱流拡散を用いた。放射伝達については Baker et al., 1998 と同様に陽には計算せず、太陽放射プロファイル、境界での熱フラックス固定条件は Baker et al., 1998 の計算設定に合わせた。計算領域は水平に 180 km、鉛直に 20 km とり、水平分解能 150 m、鉛直分解能 200 m とした。計算時間は Baker et al., 1998 の計算よりも長い 216.7 時間計算を実行した。

本実験の結果、計算開始から 50 時間 (180000 sec) で運動エネルギー密度がほぼ一定値を示す定常状態を得ることができた。定常状態に達してから 1 日 (86400 sec) 間について対流の構造と系のエネルギー収支を調べた。スペクトル解析の結果、対流の主要な水平スケールは 20 ~ 30 km であった。狭い下降流の水平スケールは 2 km 程度であった。運動エネルギーのパワースペクトル解析の結果、エネルギーのピークは対流スケールだけでなく、より小さいスケールにもピークをもっていることがわかった。波数帯毎のスペクトルの時間変化を $t = 580000$ sec まで確認したところ、対流の水平スケールに大きな変化が生じないことがわかった。対流の鉛直スケールについては、対流の上部、下部安定層への貫入によって 2 km ほど大きくなることがわかった。対流セルの特徴については Baker et al., 1998 で示された対流の特徴は定常状態での対流の特徴と同じであることが確認された。一方鉛直速度の典型的な値は約 4.5 m s^{-1} であり、対流層中層で最大となった。この値は Baker et al., 1998 で示された値よりもやや小さい値であった。

エネルギー方程式を導き、各項について定量的に調べたところ、加熱率については太陽放射による一様加熱と拡散による熱輸送、移流による熱輸送が釣り合っていることがわかった。運動エネルギーについては浮力のエネルギーと散逸加熱が釣り合っていることがわかった。対流は 30000 sec で冷たい下降流が沈降することにより発生することが確かめられた。加熱率の時間変化をみると、上部境界で冷やされた空気が上部安定層まで拡散によって輸送されるのにかかる時間であることがわかった。

本研究では時間とともに基本場の温位が減少している。熱力学の式から各項の熱工

エネルギー収支を比べてみると、移流による熱輸送の項が大きく影響していた。現段階では移流計算の際に保存性が破られているらしいことが問題であり、今後の課題である。しかしながら、運動エネルギーの釣り合いがとれており、また温位の鉛直構造に変化はないため、対流の構造に影響はないと考えている。

付録 A: 準圧縮方程式系の導出

付録 A では本研究で用いた準圧縮方程式系 (2.10) ~ (2.14) を導出する.

A.1 基礎方程式

基礎方程式系はナビエ・ストークス方程式である. なお, ラグランジュ微分を以下のように表記する.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \quad (\text{A.1})$$

運動方程式

$$\frac{Du}{Dt} + c_p \theta \frac{\partial \Pi}{\partial x} = T_{urb.u}, \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{Dv}{Dt} + c_p \theta \frac{\partial \Pi}{\partial y} = T_{urb.v}, \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{Dw}{Dt} + c_p \theta \frac{\partial \Pi}{\partial z} = T_{urb.w} - g. \quad (\text{A.4})$$

圧力方程式

$$\frac{D\Pi}{Dt} = \frac{c_s^2}{c_p \theta} \left(-\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\theta} \frac{D\theta}{Dt} \right). \quad (\text{A.5})$$

熱の式

$$\frac{D\theta}{Dt} = Q_{rad} + T_{urb.\theta}. \quad (\text{A.6})$$

状態方程式

$$\rho = \frac{p_0}{R} \frac{\Pi^{\frac{c_p}{R}-1}}{\theta}. \quad (\text{A.7})$$

ここで, c_s は音速であり,

$$c_s^2 \equiv \frac{c_p}{c_v} R \Pi \theta \quad (\text{A.8})$$

である.

運動方程式 (A.2), (A.3), (A.4) に現れる圧力勾配は温位 (2.1), エクスナー関数 (2.2), 状態方程式 (A.7) を用いることで得られる. すなわち,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} dp &= \frac{R \Pi \theta}{p} d(p_0 \Pi^{\frac{c_p}{R}}) \\ &= \frac{R \Pi \theta}{p} \left(\frac{p_0 c_p}{R} \Pi^{\frac{c_p}{R}-1} \right) d\Pi \\ &= \frac{R \Pi \theta}{p} \left(\frac{c_p}{R} p \Pi^{-1} \right) d\Pi \\ &= c_p \theta d\Pi \end{aligned}$$

であるので,

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = c_p \theta \frac{\partial \Pi}{\partial x_i}, \quad (i = 1, 2, 3)$$

となる.

圧力方程式 (A.5) は連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (\text{A.9})$$

と状態方程式 (A.7), 温位, エクスナー関数を用いることにより得られる. 密度の時

間微分項は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p_0 \Pi^{\frac{c_p}{R}-1}}{R \theta} \right) \\
&= \frac{p_0}{R} \left\{ \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \Pi} (\Pi^{\frac{c_p}{R}-1}) \frac{\partial \Pi}{\partial t} + \Pi^{\frac{c_p}{R}-1} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\theta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\} \\
&= \frac{p_0}{R} \left\{ \frac{1}{\theta} \left(\frac{c_p}{R} - 1 \right) \Pi^{\frac{c_p}{R}-2} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \Pi^{\frac{c_p}{R}-1} \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\} \\
&= \frac{p_0 \Pi^{\frac{c_p}{R}-1}}{R \theta} \left\{ \left(\frac{c_p}{R} - 1 \right) \frac{1}{\Pi} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\} \\
&= \rho \left(\frac{c_p}{R} \frac{1}{\Pi} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \\
&= \rho \left(\frac{c_p \theta}{c_s^2} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)
\end{aligned}$$

と変形できるので、連続の式 (A.9) は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0, \\
\rho \left(\frac{c_p \theta}{c_s^2} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0, \\
\frac{c_p}{c_s^2} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\rho} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0
\end{aligned} \tag{A.10}$$

となる。式 (A.10) の左辺第 2 項, 第 3 項をさらに変形すると,

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\rho} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= -\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta \\
&= \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - \frac{D\theta}{Dt}
\end{aligned}$$

となる。ゆえに、式 (A.10) は

$$\begin{aligned}
\frac{c_p}{c_s^2} \theta^2 \frac{\partial \Pi}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - \frac{D\theta}{Dt} &= 0, \\
\frac{\partial \Pi}{\partial t} + \frac{c_s^2}{\rho c_p \theta^2} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - \frac{c_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} &= 0.
\end{aligned}$$

さらに, 上式の左辺第 2 項を変形し, 整理すると,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi}{\partial t} &= -\frac{c_s^2}{\rho c_p \theta^2} \{ \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho\theta) + \rho\theta \nabla \cdot \mathbf{u} \} - \frac{c_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -\frac{c_s^2}{\rho c_p \theta^2} \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho\theta) - \frac{c_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{c_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -\frac{\frac{c_p}{c_v} R \Pi \theta}{c_p \theta^2} \frac{1}{\frac{p_0}{R\theta} \Pi^{\frac{c_p}{R}-1}} \mathbf{u} \cdot \nabla \left(\frac{p_0}{R} \Pi^{\frac{c_p}{R}-1} \right) - \frac{c_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{c_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -\frac{R}{c_v} \Pi^{-\frac{c_p}{R}+2} \mathbf{u} \cdot (\nabla \Pi) \left(\frac{c_p}{R} - 1 \right) \Pi^{\frac{c_p}{R}-2} - \frac{c_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{c_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \Pi - \frac{c_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{c_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt}.
\end{aligned}$$

結局式 (A.10) は

$$\frac{D\Pi}{Dt} = \frac{c_s^2}{c_p \theta} \left(-\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\theta} \frac{D\theta}{Dt} \right) \quad (\text{A.11})$$

となり, 圧力方程式が得られる.

A.2 準圧縮方程式系の導出

A.2.1 基本場と擾乱場の分離

変数を基本場成分と擾乱成分に分離し, 基本場成分については静水圧の式が成り立つと仮定する. このとき, 変数は式 (2.4) ~ (2.9) のように書ける. また, 基本場は静水圧平衡にあると仮定しているので式 (2.3), $\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$ が成り立つ.

A.2.2 水平方向の運動方程式の線形化

水平方向の運動方程式を基本場成分と擾乱成分に分離する. 式 (2.4), (2.5) をそれぞれ式 (A.2), (A.3) に代入すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} &= - \left(u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left(\bar{\theta} \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial x} + \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial x} + \theta' \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial x} + \theta' \frac{\partial \Pi'}{\partial x} \right) + Turb.u, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} &= - \left(u' \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left(\bar{\theta} \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial y} + \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial y} + \theta' \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial y} + \theta' \frac{\partial \Pi'}{\partial y} \right) + Turb.v.\end{aligned}$$

上式において移流項以外の 2 次の微小項を消去し, 基本場成分が水平方向に変化しないことを利用する. すると, 以下の擾乱成分の式が得られる.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = - \left(u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial x} + Turb.u, \quad (A.12)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = - \left(u' \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial y} + Turb.v. \quad (A.13)$$

A.2.3 鉛直方向の運動方程式の線形化

鉛直方向の運動方程式を基本場成分と擾乱成分に分離する. 式 (2.6) を式 (A.4) に代入すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial w'}{\partial t} &= - \left(u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left(\bar{\theta} \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial z} + \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial z} + \theta' \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial z} + \theta' \frac{\partial \Pi'}{\partial z} \right) - g + Turb.w.\end{aligned}$$

上式において移流項以外の 2 次の微小項を消去すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial w'}{\partial t} &= - \left(u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left(\bar{\theta} \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial z} + \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial z} + \theta' \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial z} \right) - g + Turb.w.\end{aligned}$$

さらに, 静水圧の式 (2.3) を用いることで, 以下の擾乱成分の式を得る.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial w'}{\partial t} &= - \left(u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \\
&\quad + c_p \bar{\theta} \left(\frac{g}{c_p \bar{\theta}} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial z} + c_p \theta' \left(\frac{g}{c_p \bar{\theta}} \right) - g + Turb.w \\
&= - \left(u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial z} + \frac{\theta'}{\bar{\theta}} g + Turb.w. \quad (A.14)
\end{aligned}$$

A.2.4 圧力方程式の線形化

圧力方程式 (A.5) を線形化する. 基本場成分は z のみの関数なので, 式 (A.5) の左辺は

$$\frac{D\Pi}{Dt} = \frac{\partial \Pi'}{\partial t} + w' \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial z}$$

となる. 音波については以下のように基本場成分で表す.

$$\begin{aligned}
c_s^2 &= \frac{c_p}{c_v} R (\bar{\Pi} + \Pi') (\bar{\theta} + \theta') \\
&= \frac{c_p}{c_v} R (\bar{\Pi} \bar{\theta} + \bar{\Pi} \theta' + \Pi' \bar{\theta} + \Pi' \theta') \\
&\approx \frac{c_p}{c_v} R (\bar{\Pi} \bar{\theta} + \bar{\Pi} \theta' + \Pi' \bar{\theta}) \\
&= \frac{c_p}{c_v} R \bar{\Pi} \bar{\theta} \left(1 + \frac{\theta'}{\bar{\theta}} + \frac{\Pi'}{\bar{\Pi}} \right) \\
&\approx \frac{c_p}{c_v} R \bar{\Pi} \bar{\theta} \equiv \bar{c}_s^2. \quad (A.15)
\end{aligned}$$

以上から圧力方程式 (A.5) は

$$\frac{\partial \Pi'}{\partial t} + w' \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial z} = \frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \left(-\nabla \cdot \mathbf{u}' + \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{D\theta}{Dt} \right) \quad (A.16)$$

となる. さらに, 式 (A.16) 左辺の基本場の移流項と右辺の発散項を以下のようにまとめる.

$$\begin{aligned}
-w' - \frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \nabla \cdot \mathbf{u}' &= -w' \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\bar{\rho} R \bar{\theta}}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_v}} - \frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \nabla \cdot \mathbf{u}' \\
&= -w' \frac{R}{c_v} \bar{\Pi} \frac{1}{\left(\frac{\bar{\rho} R \bar{\theta}}{p_0} \right)} \frac{R}{p_0} \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{\theta})}{\partial z} - \frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \nabla \cdot \mathbf{u}' \\
&= -\frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \left(w' \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{\theta})}{\partial z} + \bar{\rho} \bar{\theta} \nabla \cdot \mathbf{u}' \right) \\
&= -\frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}').
\end{aligned}$$

以上から、線形化された圧力方程式

$$\frac{\partial \Pi'}{\partial t} = -\frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}') + \frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\theta}^2} \frac{D\theta}{Dt} \quad (\text{A.17})$$

を得る.

A.2.5 熱の式の線形化

熱の式 (A.6) を基本場成分と擾乱成分に分離すると

$$\frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial t} = -\left(u' \frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial x} + v' \frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial y} + w' \frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial z}\right) + Q_{rad} + Turb.(\bar{\theta} + \theta').$$

基本場成分は z のみの関数であることを用い、さらに基本場の拡散を無視すると、

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = -\left(u' \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v' \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w' \frac{\partial \theta'}{\partial z}\right) - w' \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + Q + Turb.\theta' \quad (\text{A.18})$$

を得る.

まとめ

準圧縮方程式系をまとめると以下ようになる. ただし、擾乱を表す ' を省略した.

運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial x} + Turb.u, \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial y} + Turb.v, \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial z} + Turb.w + g \frac{\theta'}{\bar{\theta}}. \quad (\text{A.21})$$

圧力方程式

$$\frac{\partial \Pi'}{\partial t} = -\frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot \{\bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}'\} + \frac{\bar{c}_s^2}{c_p \bar{\theta}^2} \frac{D\theta}{Dt}. \quad (\text{A.22})$$

熱の式

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w \frac{\partial \theta'}{\partial z} \right) - w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + Q_{rad} + Turb.\theta'. \quad (A.23)$$

付録 B: Baker et al., 1998 で用いられた方程式系の導出

付録 B では Baker et al., 1998 で用いられていた密度 ρ , 温位 θ , 風速 u, w を予報変数とした方程式系を導く.

B.1 支配方程式系

Baker et al., 1998 で用いられている力学的な枠組みは, 2次元非線形完全圧縮モデルである. この方程式系では予報変数 u, w, ρ, θ を基本場成分と擾乱成分に分離する. さらに, 層の厚さを d , 参照密度 ρ_0 , 参照温度 T_0 , 単位体積あたりの参照熱量 q_0 , 音波横断時間 $d/(RT_0)^{1/2}$ を用いて, 方程式を無次元化する. ここで R は気体定数であり, 参照高度は 60 km としている.

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u'_i}{\partial x_i}, \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \rho u'_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u'_i u'_j + p' \delta_{ij} - \sigma C_k \tau'_{ij}) - C_g \rho' \delta_{i3}, \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\bar{\theta} + \theta') u'_i] + (\bar{\theta} + \theta') \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + \frac{C_k}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} \right) \\ & + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\sigma C_k}{\rho} \tau'_{ij} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{C_q}{\rho} Q'. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

ここで, u_i は x_i 方向の速度, p は圧力, ρ は密度, θ は温位, t は時間, κ は渦拡散率, Q は太陽エネルギー吸収による単位体積あたりの内部加熱, τ_{ij} は渦応力テンソルである. τ'_{ij} は,

$$\tau'_{ij} = \rho \kappa \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.4})$$

である. 状態方程式は無次元化された理想気体の法則,

$$p = (\rho \theta)^\gamma \quad (\text{B.5})$$

を用いる.

B.2 Baker et al., 1998 で用いられた方程式系の導出

式 (B.1), (B.2), (B.3) を導く.

無次元化

Baker et al., 1998 で用いられている方程式系に現れる各変数については以下のように無次元化する.

$$x = d\hat{x} \quad (\text{B.6})$$

$$t = \frac{d}{\sqrt{RT_0}}\hat{t} \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{u} = \frac{x}{\tau}\hat{\mathbf{u}} = \sqrt{RT_0}\hat{\mathbf{u}} \quad (\text{B.8})$$

$$p = \rho U^2 \hat{p} = \rho RT_0 \hat{p} \quad (\text{B.9})$$

ここで $\hat{\cdot}$ は無次元量である. なお, 速度のスケール (音波横断時間) とは音波が距離 d を通過するのにかかる時間である. 式 (B.5) を ρ で微分すると,

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \gamma(\rho\theta)^{\gamma-1}\theta. = \gamma RT_0$$

よって, 温度 T_0 における音速は理想気体では

$$\begin{aligned} c_s^2 &= \frac{\partial p}{\partial \rho} \\ &= \gamma RT_0. \end{aligned}$$

γ を大体 1 と考えると, 音波が距離 d を通過するのにかかる時間 τ は

$$\tau = \frac{d}{\sqrt{RT_0}}$$

となる.

B.2.1 連続の式

連続の式,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (\text{B.10})$$

において、 $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ とすると、

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u'_i}{\partial x_i}$$

となり、式 (B.1) を得る。

B.2.2 運動方程式

運動方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \kappa \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - g \delta_{i3} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) - g \delta_{i3} \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

ただし、

$$\tau_{ij} = \rho \kappa \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (\text{B.12})$$

(B.11) $\times \rho$ + (B.1) $\times u_i$ から

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) - \rho g \delta_{i3} \quad (\text{B.13})$$

すなわち、

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij}) - \rho g \delta_{i3} \quad (\text{B.14})$$

となる。(B.14) の各変数を基本場と擾乱場に分けて整理すると、

$$\frac{\partial \rho u'_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u'_i u'_j + p' \delta_{ij} - \tau'_{ij}) - \rho' g \delta_{i3}$$

となる¹⁾。これを無次元化すると、

$$\frac{\rho_0 R T_0}{d} \frac{\partial \hat{\rho} \hat{u}'_i}{\partial \hat{t}} = -\frac{1}{d} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\rho_0 \hat{\rho} R T_0 \hat{u}'_i \hat{u}'_j + \rho_0 R T_0 \hat{p}' \delta_{ij} - \frac{\rho_0 \kappa_m \sqrt{R T_0}}{d} \tau'_{ij} \right) - \rho_0 \hat{\rho}' g \delta_{i3}.$$

整理して、

$$\frac{\partial \hat{\rho} \hat{u}'_i}{\partial \hat{t}} = -\frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\hat{\rho} \hat{u}'_i \hat{u}'_j + \hat{p}' \delta_{ij} - \frac{\kappa_m}{d \sqrt{R T_0}} \tau'_{ij} \right) - \frac{dg}{R T_0} \hat{\rho}' \delta_{i3}.$$

¹⁾ 圧力の基本場成分を静水圧の式で除去すると、浮力項の密度の基本場成分も除去できる。

ここで,

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\kappa_m}{\kappa_\theta} \\ C_k &= \frac{\kappa_\theta}{d\sqrt{RT_0}} \\ C_g &= \frac{dg}{RT_0}\end{aligned}$$

とおき, 無次元量の $\hat{\cdot}$ を省略すれば運動方程式 (B.2) を得る.

B.2.3 熱の式

熱力学の式,

$$c_p \frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{T} \dot{Q} \quad (\text{B.15})$$

と連続の式 (B.10) より,

$$c_p \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho\theta) + \nabla \cdot (\rho\theta\mathbf{u}) \right) = \frac{\theta}{T} \dot{Q}.$$

アンサンブル平均²⁾をとると

$$c_p \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho\bar{\theta}) + \nabla \cdot (\rho\bar{\theta}\bar{\mathbf{u}} + \rho\overline{\theta'\mathbf{u}'}) \right) = \frac{\theta}{T} \dot{Q}.$$

左辺の擾乱成分を右辺に移項して,

$$c_p \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho\bar{\theta}) + \nabla \cdot (\rho\bar{\theta}\bar{\mathbf{u}}) \right) = \frac{\theta}{T} \dot{Q} - c_p \overline{\rho\theta'\mathbf{u}'}$$

ここで, 乱流による熱輸送量 $\overline{\theta'u'_i}$ を乱流拡散係数 κ を用いて,

$$-\overline{\theta'u'_i} = \kappa \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i}$$

とおくことにする. (B.2.3) を再び (B.10) を用いて変形し, 成分表示で書き下すと,

$$c_p \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\rho\bar{\theta}}{T} \dot{Q} - c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho\kappa \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) \right] \quad (\text{B.16})$$

²⁾アンサンブル平均には以下のような関係が成り立つ. ただし, $'$ は擾乱を, $\bar{\cdot}$ は基本場を表す.

$$\begin{aligned}\bar{a}' &= 0, \bar{a+b} = \bar{a} + \bar{b}, \overline{a\bar{b}} = \bar{a}\bar{b}, \\ \overline{a'b'} &= \overline{a'b'}, \overline{ab} = \bar{a}\bar{b} + \overline{a'b'}.\end{aligned}$$

となる。以下では、アンサンブル平均をとった $\bar{\theta}$ を予報変数とし θ と表す。 θ を $\theta = \bar{\theta} + \theta'$ のように基本場と擾乱場にわけ、(B.16) を整理すると、

$$c_p \left(\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\theta} + \theta') \right) = \frac{1}{\rho} \left[c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} \right) + \frac{\rho \theta}{T} \dot{Q} \right].$$

ここで、非断熱加熱として粘性散逸による加熱と太陽放射の吸収による加熱を考える。すなわち、

$$\frac{\rho \theta}{T} \dot{Q} = \tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + Q'.$$

ここで、 Q' は太陽放射の吸収による加熱を表す。すると、熱の式は以下のようになる。

$$c_p \left(\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\theta} - \theta') \right) = \frac{1}{\rho} \left[c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} \right) + \tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + Q' \right]. \quad (\text{B.17})$$

ここで、 Q' は太陽放射加熱による非断熱加熱である。(B.17) を整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\bar{\theta} + \theta') u'_i] + (\bar{\theta} + \theta') \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \\ &\quad + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{c_p \rho} \tau'_{ij} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} + \frac{1}{c_p \rho} Q'. \end{aligned}$$

上式を無次元化すると、

$$\begin{aligned} \frac{T_0 \sqrt{RT_0}}{d} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial t} &= -\frac{1}{d} T_0 \sqrt{RT_0} \frac{\partial}{\partial x_i} [(\hat{\theta} + \hat{\theta}') \hat{u}'_i] + \frac{T_0 \sqrt{RT_0}}{d} (\hat{\theta} + \hat{\theta}') \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial \hat{x}_i} \\ &\quad + \frac{\kappa_\theta T_0}{d^2} \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\hat{\rho} \hat{\kappa} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial \hat{x}_i} \right) + \frac{\kappa_m RT_0}{d^2 c_p} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{\tau}'_{ij} \frac{\partial \hat{u}'_j}{\partial \hat{x}_i} + \frac{q_0}{c_p \rho_0} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{Q}'. \end{aligned}$$

整理して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\hat{\theta} + \hat{\theta}') \hat{u}'_i] + (\hat{\theta} + \hat{\theta}') \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial \hat{x}_i} \\ &\quad + \frac{\kappa_\theta}{d \sqrt{RT_0}} \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\hat{\rho} \hat{\kappa} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial \hat{x}_i} \right) + \frac{\kappa_m \sqrt{RT_0}}{d c_p T_0} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{\tau}'_{ij} \frac{\partial \hat{u}'_j}{\partial \hat{x}_i} + \frac{d q_0}{\rho_0 c_p T_0 \sqrt{RT_0}} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{Q}' \end{aligned}$$

を得る。

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{c_p}{c_v} \\ C_q &= \frac{d q_0}{\rho_0 c_p T_0 \sqrt{RT_0}} \end{aligned}$$

とおき、無次元量の $\hat{\cdot}$ を省略すれば熱の式 (B.3) を得る³⁾。

³⁾比熱比を用いると、マイヤーの式 $c_p - c_v = R$ を用いて

$$\frac{R}{c_p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

と表せる.

付録C: 参考実験図集 – 現実的な放射プロファイルを用いた実験 –

本実験はモデルの乱流拡散項の、境界での熱フラックスの与え方に不備のあることがわかる前に行った実験である。しかしながら、得られた対流構造の特徴についてはモデルのバグ修正後とそれほど大きな変化はないと思われるので参考として掲載する。

C.1 計算設定

基本的な計算設定は 2.4 節で述べたものと同じである。変更した点は境界条件と式 (2.13) の放射強制項 Q_{rad} である。第 3 章では熱フラックスを上部境界で 293.7 W m^{-2} 、下部境界で 189.7 W m^{-2} をそれぞれ固定していたのに対し、本計算では上部、下部境界ともに熱フラックスの値は 0 としている。また、放射強制を以下のように与える。

$$Q_{rad}(z) = Q_{sub}(z) + Q_{eymet}(z). \quad (\text{C.1})$$

Q_{eymet} は Eymet et al., 2008 によって推定された金星雲層の長波放射フラックスである。具体的には Eymet et al., 2008 の図 17 を読み取り、離散化された値を Q_{eymet} として与える。Eymet et al., 2008 から読み取った長波放射フラックスを図 C.1 に示す。具体的な値は表 C.1 を参照されたい。

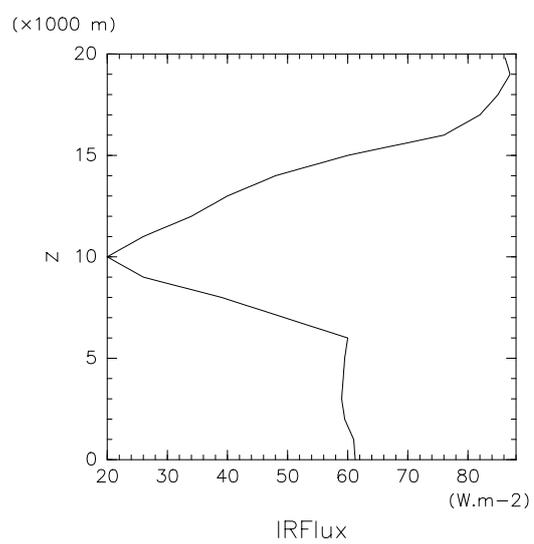


図 C.1: Eymet et al., 2008 図 17 から読み取った長波放射フラックス.

表 C.1: Eymet et al., 2008 長波放射フラックス

高度 (m)	flux (W.m-2)	高度 (m)	flux (W.m-2)	高度 (m)	flux (W.m-2)	高度 (m)	flux (W.m-2)
40000	61.250	45000	59.50	50000	20.0	55000	60.0
40200	61.20	45200	59.60	50200	21.20	55200	63.20
40400	61.150	45400	59.70	50400	22.40	55400	66.40
40600	61.10	45600	59.80	50600	23.60	55600	69.60
40800	61.050	45800	59.90	50800	24.80	55800	72.80
41000	61.0	46000	60.0	51000	26.0	56000	76.0
41200	60.70	46200	57.90	51200	27.60	56200	77.20
41400	60.40	46400	55.80	51400	29.20	56400	78.40
41600	60.10	46600	53.70	51600	30.80	56600	79.60
41800	59.80	46800	51.60	51800	32.40	56800	80.80
42000	59.50	47000	49.50	52000	34.0	57000	82.0
42200	59.40	47200	47.40	52200	35.20	57200	82.60
42400	59.30	47400	45.30	52400	36.40	57400	83.20
42600	59.20	47600	43.20	52600	37.60	57600	83.80
42800	59.10	47800	41.10	52800	38.80	57800	84.40
43000	59.0	48000	39.0	53000	40.0	58000	85.0
43200	59.050	48200	36.40	53200	41.60	58200	85.40
43400	59.10	48400	33.80	53400	43.20	58400	85.80
43600	59.150	48600	31.20	53600	44.80	58600	86.20
43800	59.20	48800	28.60	53800	46.40	58800	86.60
44000	59.250	49000	26.0	54000	48.0	59000	87.0
44200	59.30	49200	24.80	54200	50.40	59200	86.80
44400	59.350	49400	23.60	54400	52.80	59400	86.60
44600	59.40	49600	22.40	54600	55.20	59600	86.40
44800	59.450	49800	21.20	54800	57.60	59800	86.20

図 C.2 は Eymet et al., 2008 と Baker et al., 1998 の放射加熱率を重ねて描いたものである。図 C.3 からわかる通り, 本計算で考える系では中立層上端で冷却, 中立層

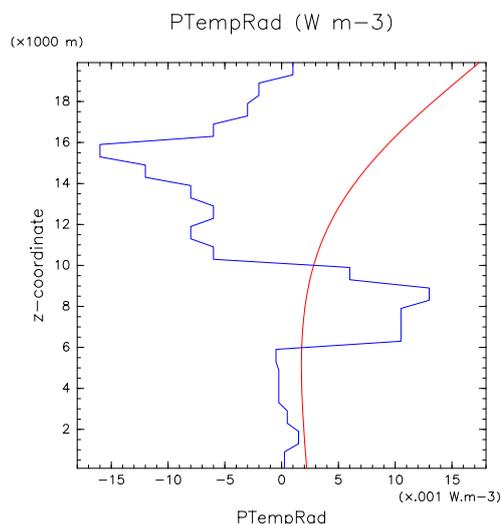


図 C.2: Baker et al., 1998 と Eymet et al., 2008 の放射加熱率. 図の赤線が Baker et al., 1998 で与えられている太陽放射加熱率, 青線が Eymet et al., 2008 で与えられている長波放射加熱率.

下端で加熱している. また, 系全体では正味加熱となっていることに注意されたい.

C.2 結果

図 C.4, 図 C.5, 図 C.6 はそれぞれ $t = 8000, 14000, 35000$ sec での温位偏差の様子である.

図 C.7 は運動エネルギー密度の時間変化の様子である. 運動エネルギー密度の時間変化を見ると, Baker et al., 1998 での結果とは異なり, $t = 40000$ sec から徐々に減衰していく. これは乱流拡散係数が大きいからである. 最終的に対流は消滅する. 図 C.8, 図 C.9 はそれぞれ $t = 35000$ sec での水平速度分布と鉛直速度分布である.

図 C.11, 図 C.12 はそれぞれ水平速度と鉛直速度の 2 乗平均である.

図 C.13 は $t = 20000 \sim 40000$ で時間平均した加熱率をあわらしている.

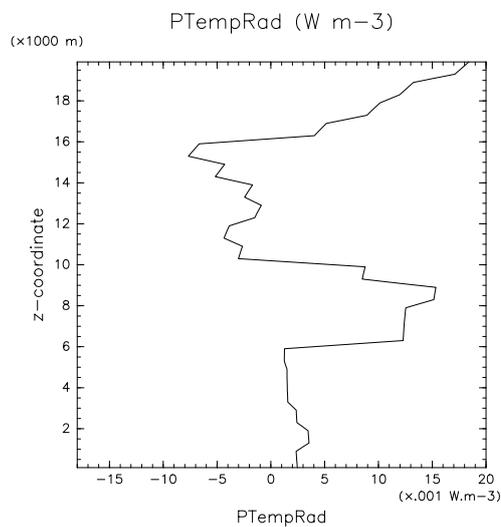


図 C.3: 図 C.2 に示された Baker et al., 1998 で与えられている太陽放射加熱率と Eymet et al., 2008 で与えられている長波放射加熱率を足しあわせた値.

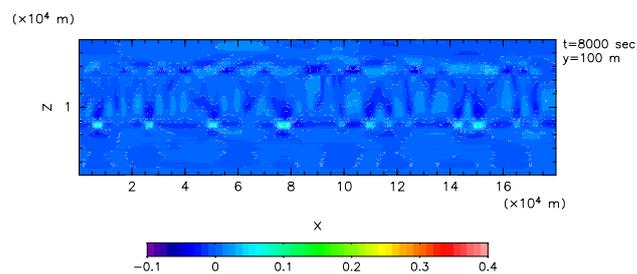
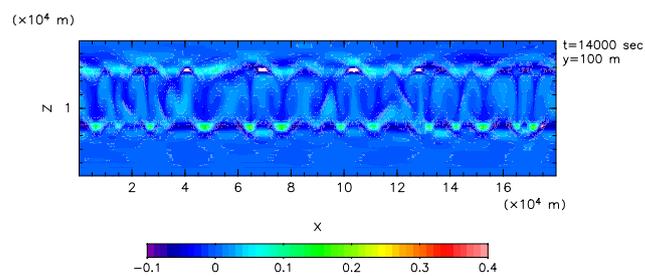
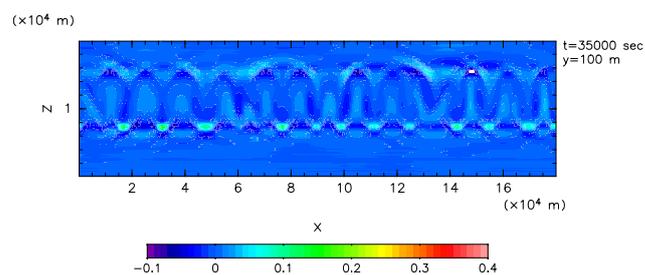


図 C.4: $t = 8000 \text{ sec}$ における温位偏差.

図 C.5: $t = 14000$ sec における温位偏差.図 C.6: $t = 35000$ sec における温位偏差.

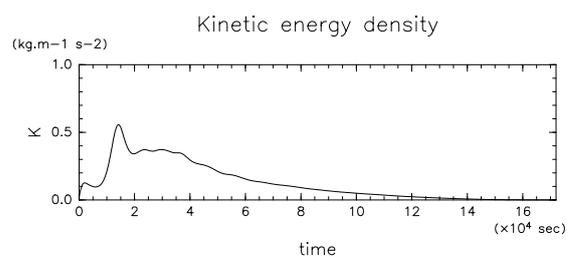
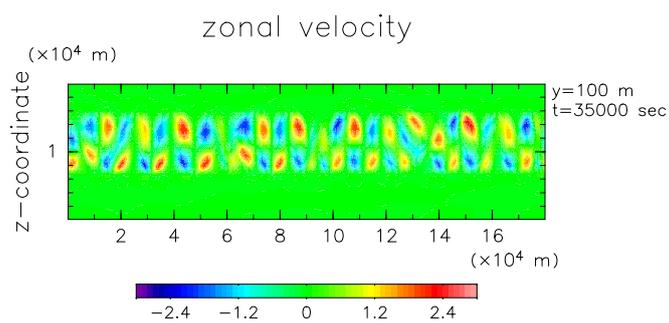


図 C.7: 運動エネルギー密度の時間変化.

図 C.8: $t = 35000$ sec における水平速度.

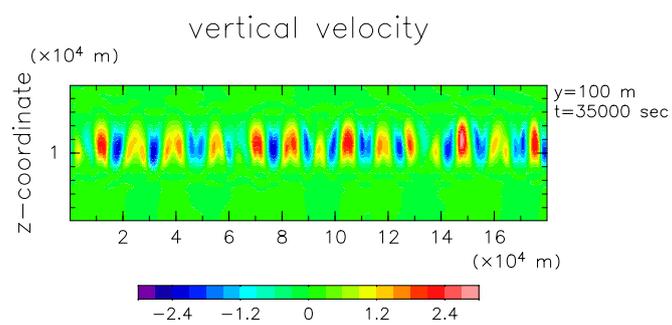


図 C.9: $t = 35000$ sec における鉛直速度.

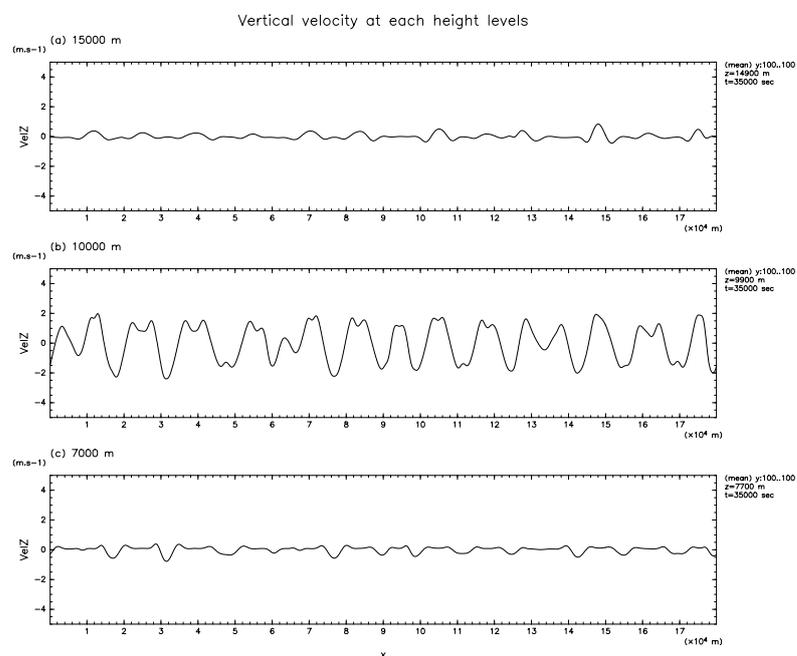


図 C.10: $t = 35000$ sec における各高度での鉛直速度. 上段は $z = 15000$ m, 中段は $z = 10000$ m, 下段は $z = 7700$ m での鉛直速度を示す.

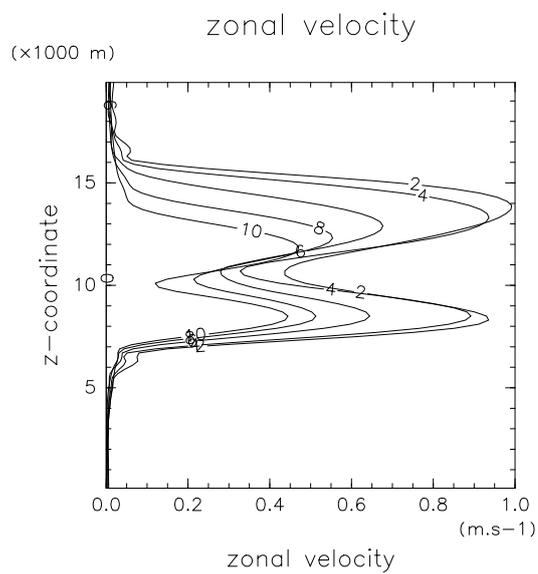


図 C.11: 水平速度の2乗平均.

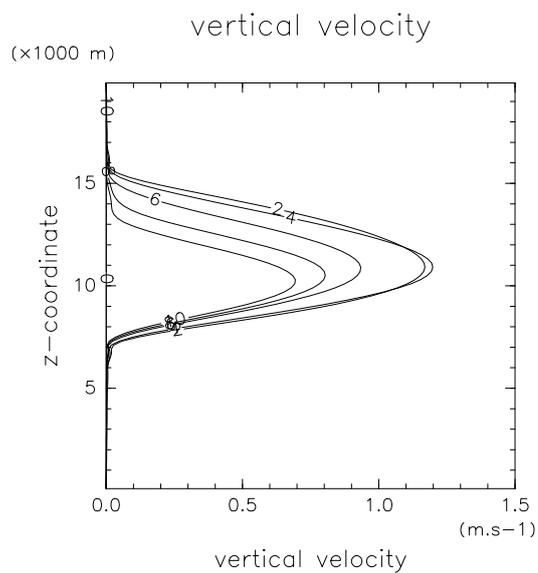


図 C.12: 鉛直速度の2乗平均.

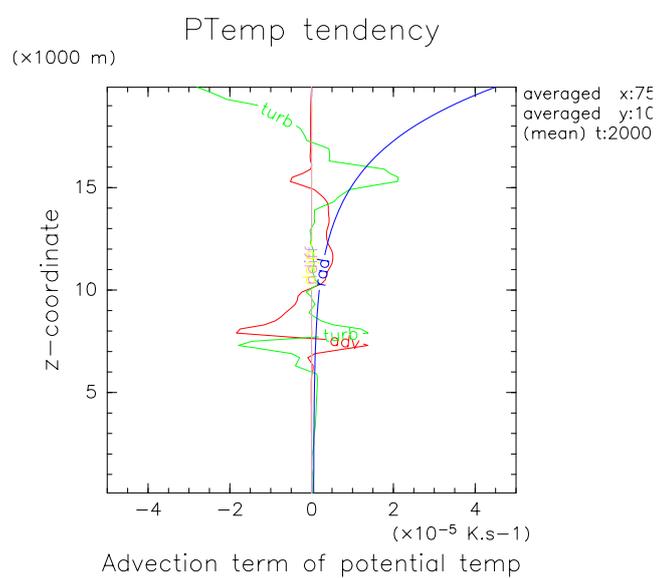


図 C.13: $t = 20000 \sim 40000$ sec で時間平均した加熱率.

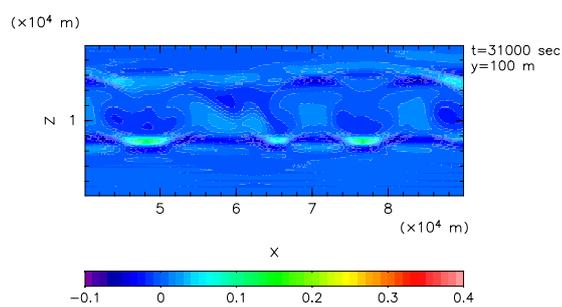
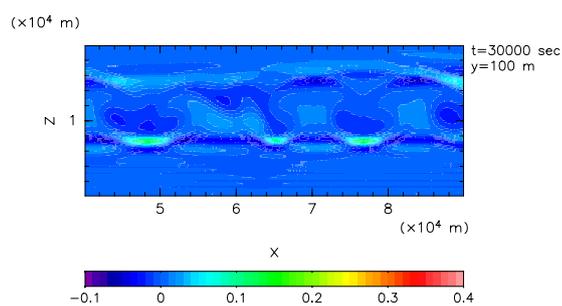


図 C.14: 循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出している.

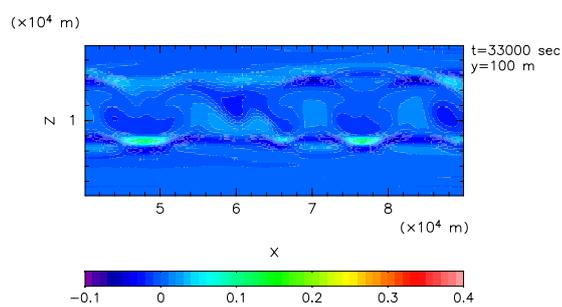
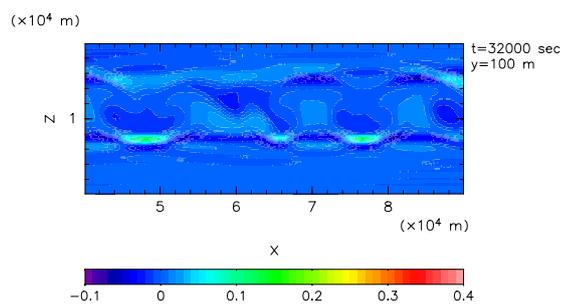


図 C.15: 循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出している.

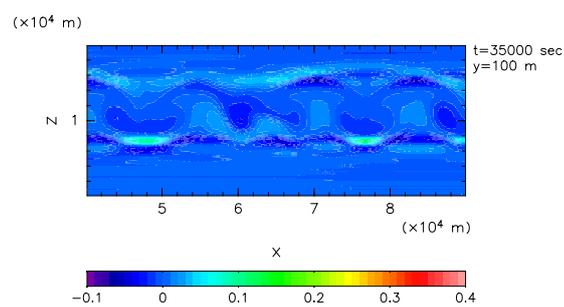
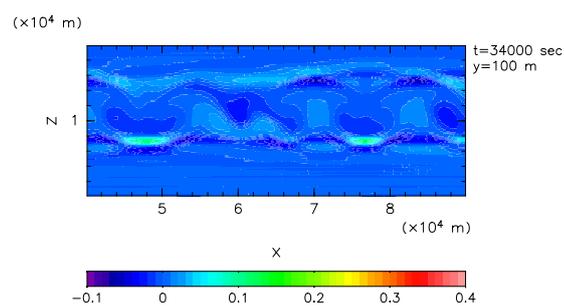


図 C.16: 循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出している.

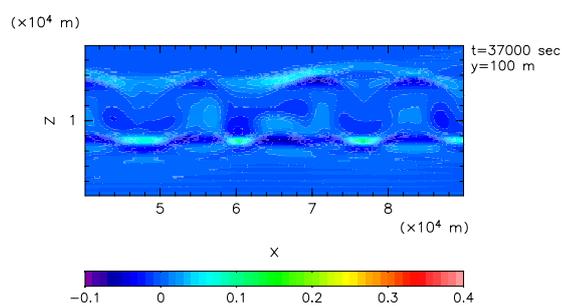
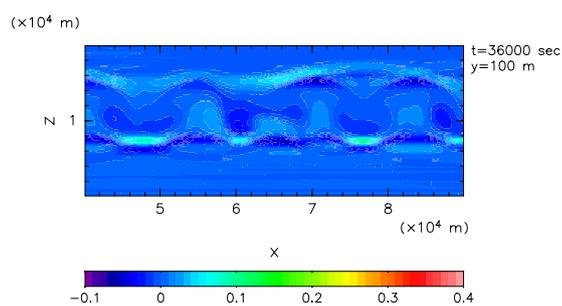


図 C.17: 循環の様子その 1. $t = 190000 \sim 193000$ sec における温位偏差を 1000 sec 毎に描画している. 水平領域は $x = 40 \sim 90$ km を切り出している.

付録D: 参考実験図集 – 3次元計算 実験 –

本実験はモデルの乱流拡散項の、境界での熱フラックスの与え方に不備のあることがわかる前に行った実験である。しかしながら、得られた対流構造の特徴についてはモデルのバグ修正後とそれほど大きな変化はないと思われるので参考として掲載する。

D.1 計算設定

計算領域は x 方向, y 方向に 100 km, z 方向に 20 km の領域を考える。格子間隔は $\Delta x = \Delta y = 1$ km, $\Delta z = 200$ m とする, 計算時間は 80000 sec とし, 時間間隔を $\Delta t = 2.0$, $\tau = 0.2$ とする。太陽放射加熱は Baker et al., 1998 と同じプロファイルを用いる。放射冷却は上下境界でフラックスを固定した場合を計算した。温位の初期擾乱は計算領域 $z = 10$ km の地点に最大振幅 1 K のランダムな擾乱を与える。

D.2 計算結果

放射冷却に上下境界で熱フラックスを固定した場合の計算結果を以下に示す。図 D.1 をみると、対流はまだ定常状態には至っていないことに注意されたい。しかし、ここでは 2次元計算と 3次元計算との相違を議論するので問題ない。図 D.2 は 3次元計算によって得られた $t = 80000$ sec における温位偏差 (上段) と、同じ設定で 2次元計算を行うことで得られた $t = 80000$ sec での温位偏差 (下段) である。3次元計算では対流セルの水平スケールは 20 ~ 25 km となった。一方、2次元計算では 15 ~ 20 km となった。

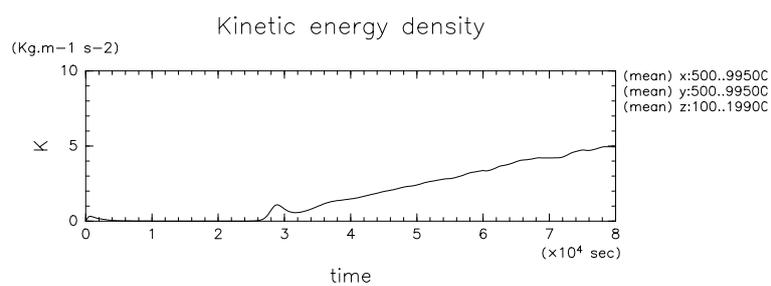


図 D.1: 運動エネルギー密度の時間変化.

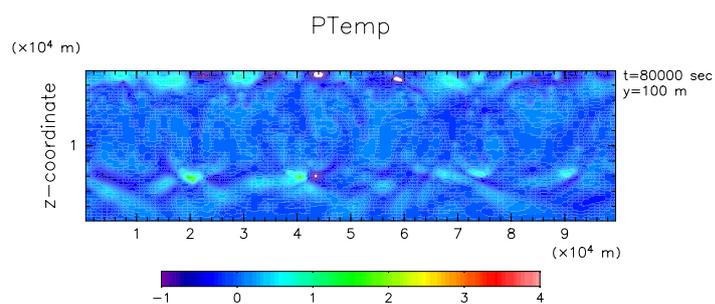
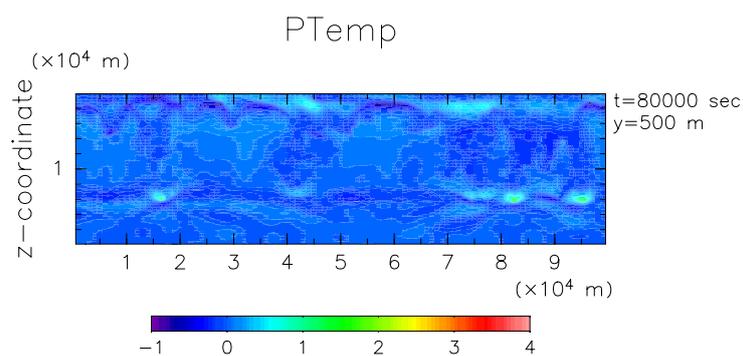


図 D.2: $t = 80000$ における温位偏差. 上段が 3 次元計算の結果の $y = 500$ m での断面, 下段が 2 次元計算の結果である. 縦軸は高度, 横軸は水平距離である.

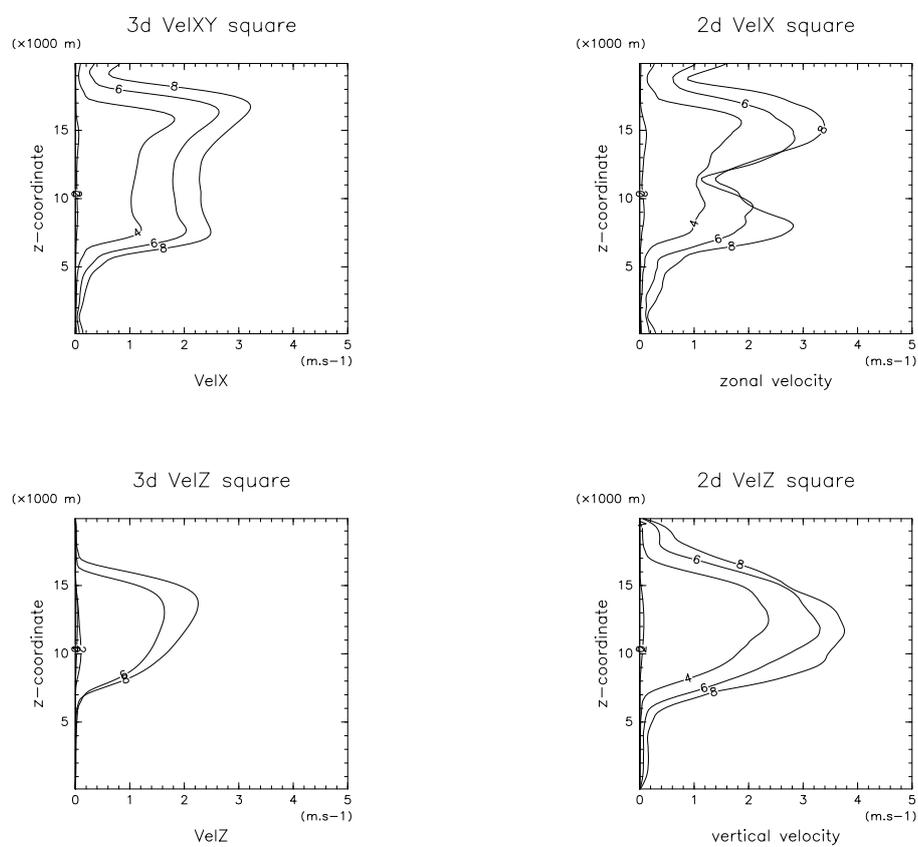


図 D.3: $t = 80000$ における温位偏差. 上段が 3 次元計算の結果, 下段が 2 次元計算の結果である. 図中の各線は 20000 sec 毎の値を描画している.

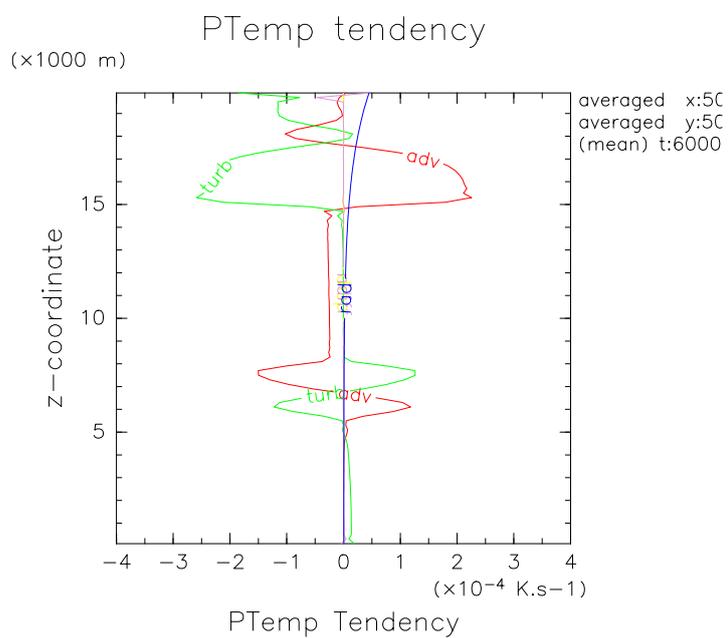


図 D.4: 時間平均した加熱率.

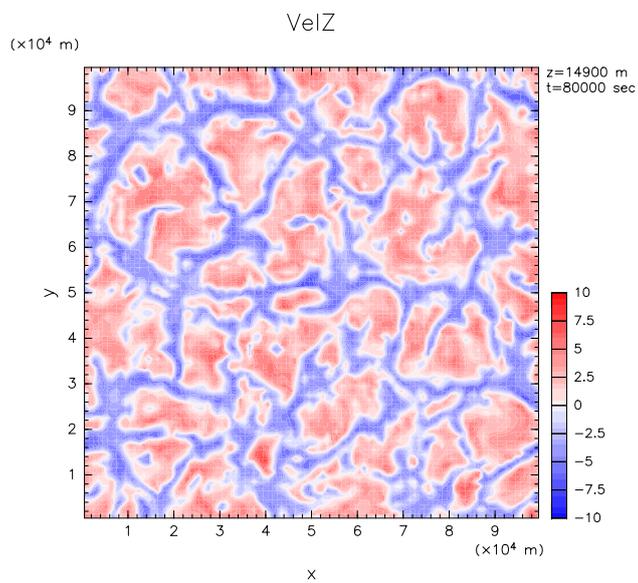


図 D.5: 高度 55 km における鉛直速度の水平断面.

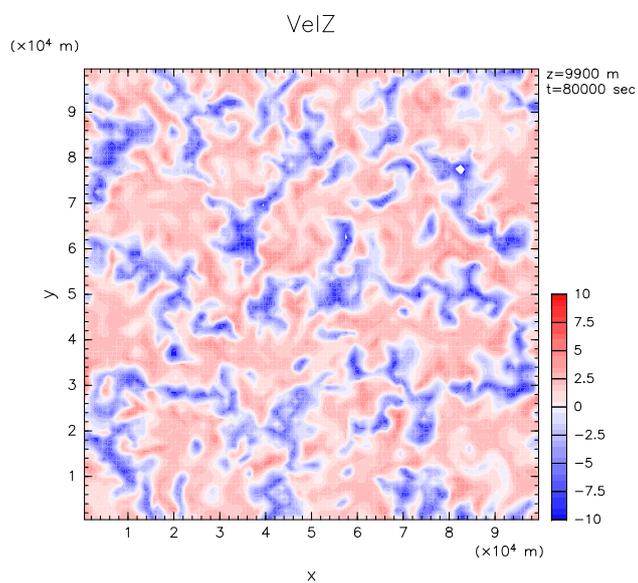


図 D.6: 高度 50 km における鉛直速度の水平断面.

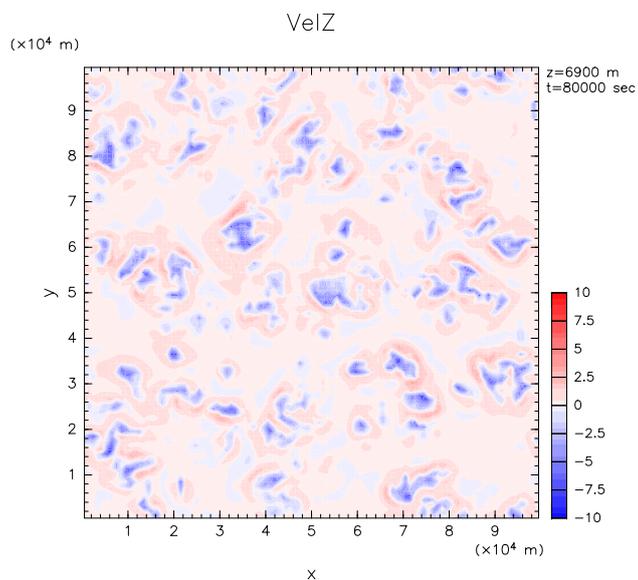


図 D.7: 高度 47 km における鉛直速度の水平断面.

付録 E: 参考実験図集 – 赤外放射分布を仮定した場合 –

E.1 計算設定

2.4 節の設定で赤外放射冷却を与えた計算の結果を以下に示す。ただし、計算時間は $t = 280000$ sec である。境界での熱フラックスの値をゼロとし、系内で熱の出入りが釣り合うように赤外放射 Q_{IR} を式 (E.1) の通り与える。

$$Q_{IR} = \begin{cases} 0.01766145435896548, & (0\text{m} \leq z \leq 11500\text{m}) \\ -0.03448235294117647, & (11500\text{m} < z \leq 20000\text{m}) \end{cases} \quad (\text{E.1})$$

式 (E.1) を図示したものが 図 E.1 の青線である。

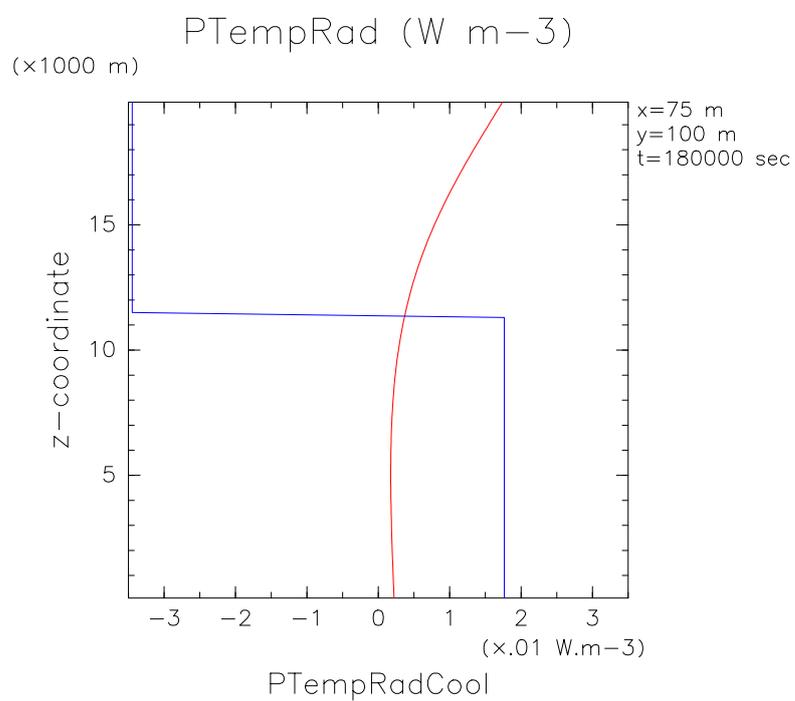


図 E.1: 赤外放射分布. 縦軸は高度, 横軸は加熱率である. 図中の青線が赤外放射である. 赤線は Baker et al., 1998 の太陽放射加熱率である.

E.2 計算結果

以下, 計算結果である. 図 E.2 は運動エネルギー密度の時間変化の様子である. 図

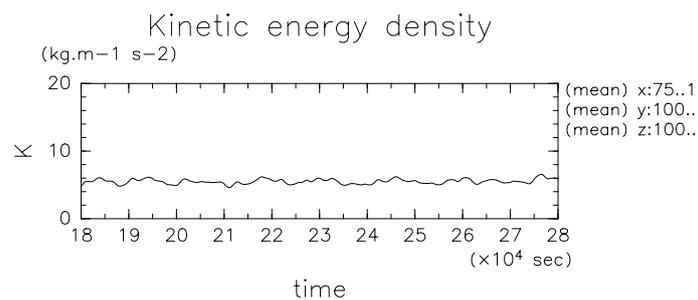
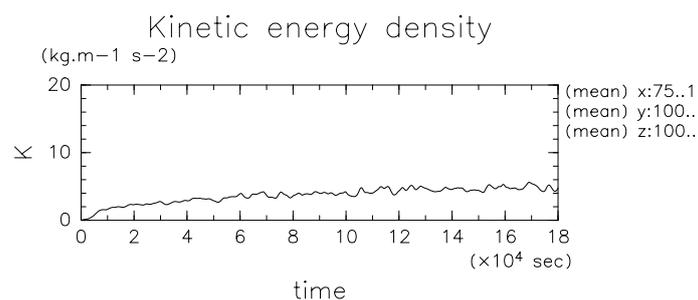


図 E.2: 運動エネルギー密度の時間変化の様子. 上端は $t = 0 \sim 180000$ sec, 下段は $t = 180000 \sim 280000$ の運動エネルギー密度である. 図はそれぞれ縦軸が運動エネルギー密度, 横軸が時間である.

E.3, 図 E.4 はそれぞれ $t = 180000 \sim 280000$ sec での運動エネルギーと熱エネルギーの収支である.

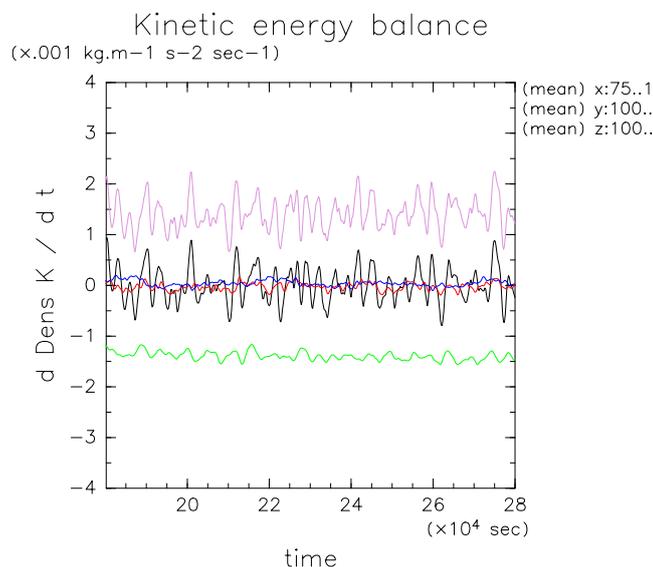


図 E.3: $t = 180000$ sec から $t = 280000$ sec までの運動エネルギー密度の時系列. 黒線が運動エネルギーの時間変化, 赤線が移流項, 青線が圧力項, 緑線が粘性散逸項, 黄線が浮力項, 紫線が移流項, 圧力項, 粘性散逸項, 浮力項の和をそれぞれ表している.

温位偏差と水平速度, 鉛直速度の空間分布を 図 E.5 を示す. 図 E.6, 図 E.7 はそれぞれ運動エネルギーのパワースペクトル, 温位のパワースペクトルの $k-t$ 図である.

各波数帯毎の運動エネルギーのパワースペクトルの時間変化の様子は 図 E.8, 温位のパワースペクトルの時間変化の様子は 図 E.9 である.

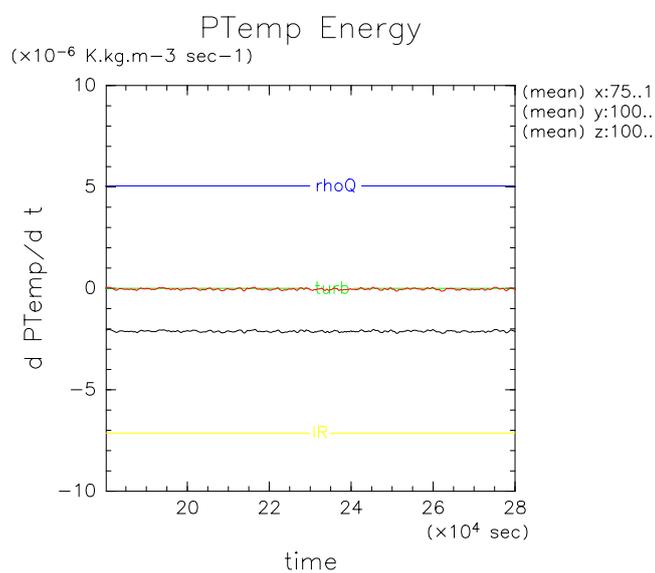


図 E.4: $t = 180000$ sec から $t = 280000$ sec までの熱エネルギー収支. 黒線が $\partial(\bar{\rho}\theta)/\partial t$, 赤線が移流による熱エネルギー, 青線が太陽放射による一様加熱, 緑線が拡散による熱エネルギーである.

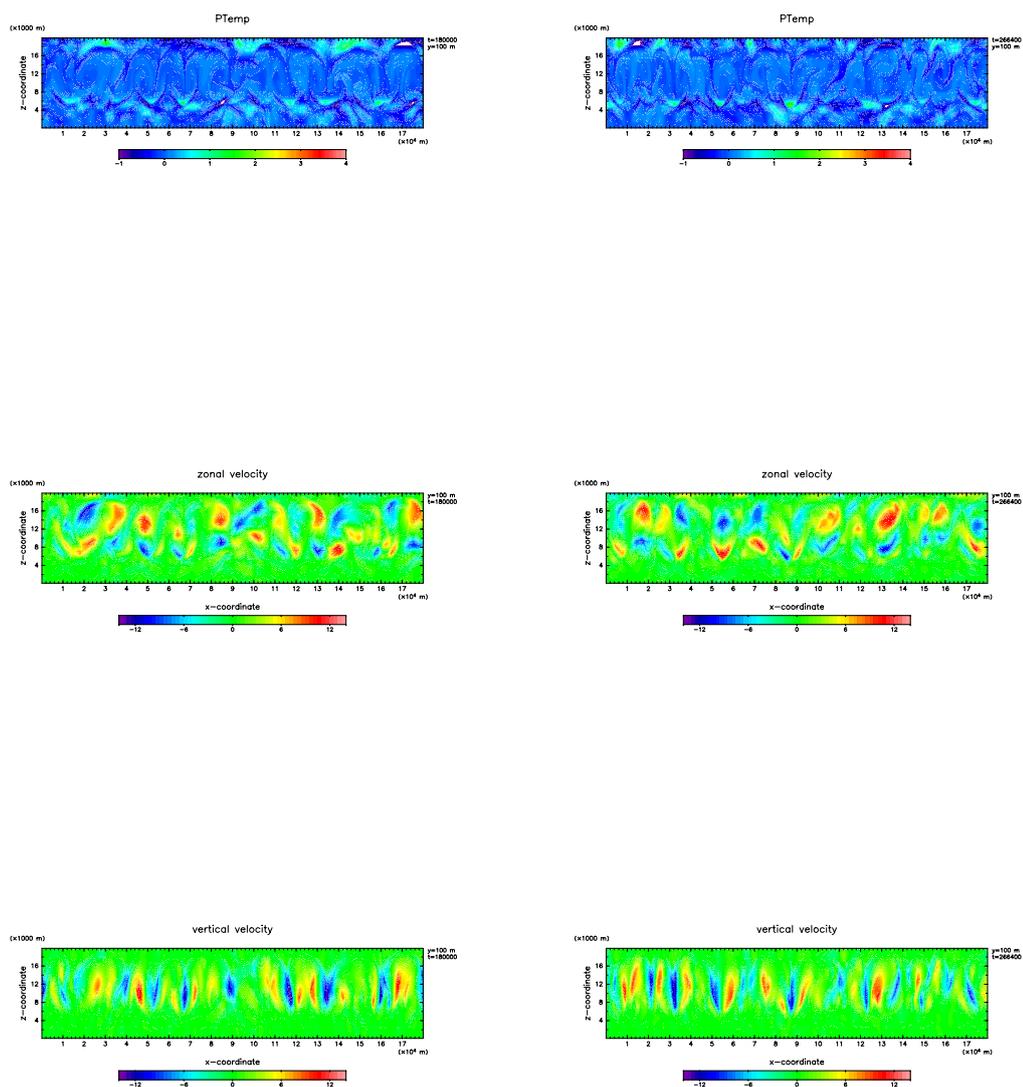


図 E.5: 温位偏差 (上段), 水平速度 (中段), 鉛直速度 (下段) の空間分布. 左は $t = 180000$ sec での値であり, 右は $t = 280000$ sec での値である.

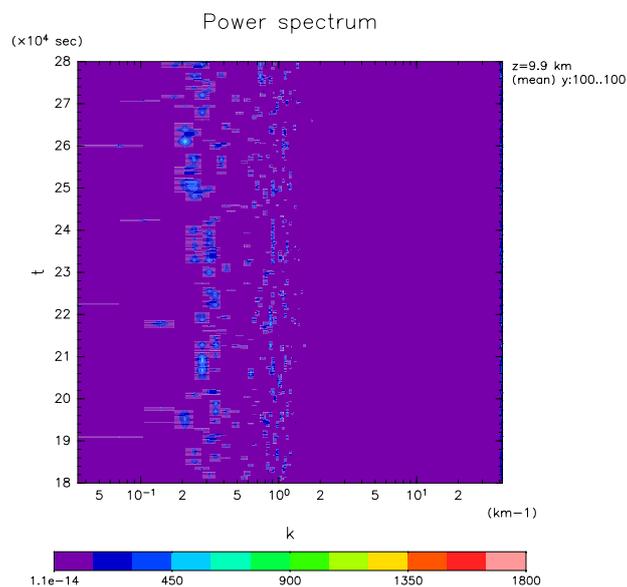


図 E.6: $z = 10$ km における運動エネルギーのワースペクトル. 縦軸に時間, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である.

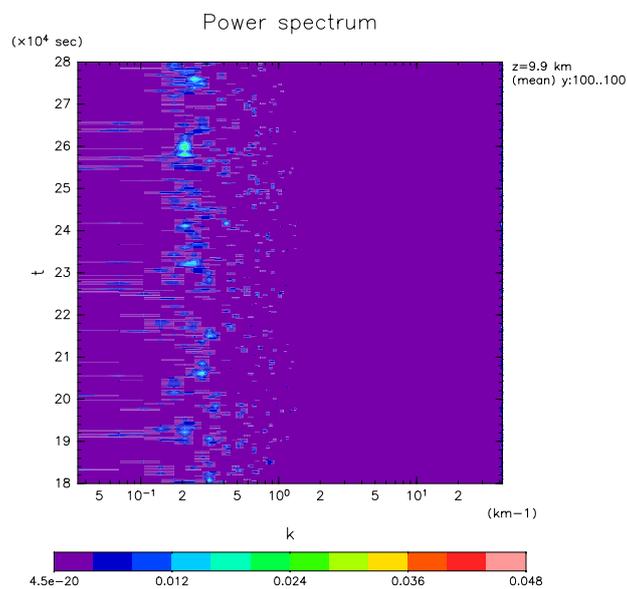


図 E.7: $z = 10$ km における運動エネルギーのワースペクトル. 縦軸に時間, 横軸に波数をとっている. 横軸は対数座標である.

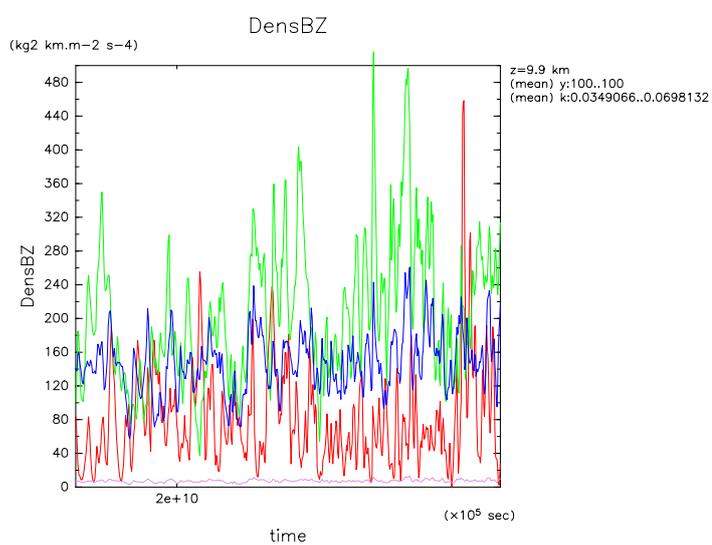


図 E.8: $t = 180000 \sim 280000$ sec おける運動エネルギーの波数帯別パワースペクトル. 図中の各線はそれぞれ, 赤線が $k = 0.03490658 \sim 0.06981317$, 緑線が $k = 0.1047198 \sim 0.3141593$, 青線が $k = 0.3490658 \sim 1.500983$, 紫線が $k = 1.53589 \sim 41.853$ の波数帯を表している.

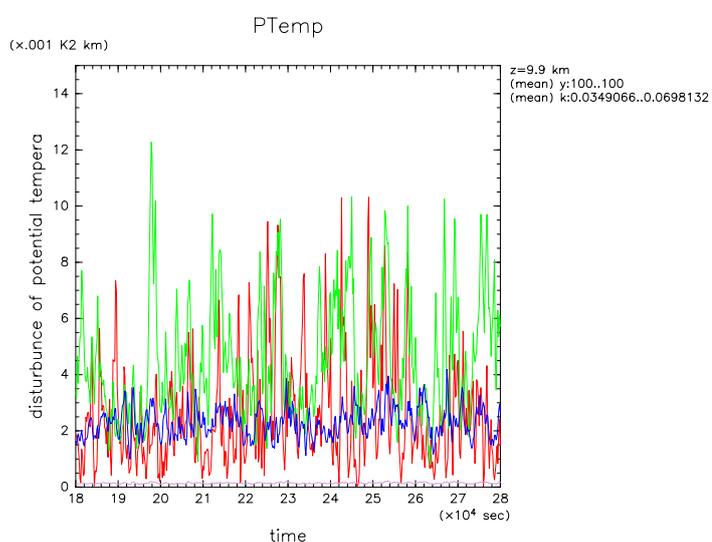


図 E.9: $t = 180000 \sim 280000$ sec おける温位の波数帯別パワースペクトル. 図中の各線はそれぞれ, 赤線が $k = 0.03490658 \sim 0.06981317$, 緑線が $k = 0.1047198 \sim 0.3141593$, 青線が $k = 0.3490658 \sim 1.500983$, 紫線が $k = 1.53589 \sim 41.853$ の波数帯を表している.

謝辞

本論文を作成するにあたり、多くの方々に支えていただきました。特に私の指導教員である小高正嗣助教には研究の方針、数値モデルの改良に多大なる助言、ご指導をいただきました。また、石渡正樹准教授には直前での研究方針の変更にも朝までご指導いただきました。杉山耕一郎特任助教をはじめ、deepconv 作業会の皆様にはモデルの使い方から結果の解析の仕方まで広くお世話になりました。地球流体力学研究室の山下達也氏にはつまらないことから研究に関する事まで、いつでも有益なお言葉をいただきました。その他、私と関わったすべての方に深く感謝申し上げます。

最後に、常に傍らで私を見守り、励まし、お風呂を貸してくれた粕谷しおり氏には、私のもてる最大の愛情をもって報いる所存です。

参考文献

R. D. Baker, G. Schubert, P. W. Jones, 1998: Cloud-Level penetrative compressible convection in the Venus atmosphere. *J.Atmos.Sci.*, **55**, 3 – 18

V. Eymet, R. Fournier, J.-L. Dufresne, S. Lebonnois, F. Hourdin, M. A. Bullock, 2008: Net exchange parameterization of thermal infrared radiative transfer in Venus' atmosphere. *J.Geophys.Res.*, **114**, 1–21

Hou. A. Y., Goody, R. M., 1989: Further Studies of the Circulation of the Venus atmosphere. *J.Atmos.Sci.*, **46**, 991–1001

Klemp, J. B., Wilhelmson, R. B., 1978: The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J.Atmos.Sci.*, **35**, 1070–1096

M. G. Tomasko, L. R. Dose, P. H. Smith, 1985: The absorption of solar energy and the heating rate in the atmosphere of Venus. *Adv.Space.Res.*, **5**, 71–79

D. V. Titov, W. J. Markiewicz, N. I. Ignatiev, Li Song, S. S. Limaye, A. Sanchez-Lavega, J. Hesemann, M. Almeida, T. Roatsch, K-D, Matz, F. Scholten, D. Crisp, L. W. Esposito, S. F. Hviid, R. Jaumann, H. U. Keller, R. Moissl, 2012: Morphology of the cloud tops as observed by Venus Express monitoring camera. *Icarus*, **217**, 682–701

杉山耕一郎, 小高正嗣, 山下達也, 中島健介, 林祥介, deepconv 開発グループ, 2011: 非静力学モデル deepconv, <http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/>, 地球流体電脳倶楽部

地球流体電脳倶楽部, 2012: 非静力学モデル deepconv の定式化, 44pp
http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/arare5/arare5_current/doc/dailbu/pub/teishiki.pdf

地球流体電脳倶楽部, 2012: 非静力学モデル deepconv の離散化, 43pp
http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/arare5/arare5_current/doc/dai2bu/pub/main.pdf

松田 佳久, 2000: 惑星気象学, 東京大学出版会, 204pp