5. 熱輸送過程としての放射

5–1 熱輸送の素過程

エネルギーフラックス 微小面積 dA を微小時間 dt の間に通過するエネルギーが

$$FdAdt$$

と表わされるとき，F をエネルギーフラックス (エネルギー流束) という．

「単位面積を単位時間あたりに通過するエネルギー量」とも言える．

熱の輸送機構 伝導・対流 (または移流)・放射に大別できる

伝導 粒子の熱運動による．

$$F_{cond} = -k\frac{dT}{dl} \tag{5.1}$$

F_{cond}：座標軸 l に直交する単位断面積を単位時間あたりに通過する熱量．

k：熱伝導率 単位 J K^{-1} m^{-1} s^{-1}．熱の伝わりやすさを表す．

気体の場合には密度，比熱，熱運動速度，平均自由行程を使って

$$k \approx \frac{1}{3}\rho c_p v_T l. \tag{5.2}$$

これを ρc_p で割った量が熱拡散係数 (κ)．熱拡散係数は「温度の伝わりやすさ」を表す．

対流圏ではほとんど効かない．希薄な上層大気 (熱圏) では重要．

対流 流体塊の移動による．移流とも言う．

熱圏より下部で重要．流れのスケールや熱の運び方に応じてさらに細分される．

放射 光 (電磁波) を介在．

流体圏のほとんどあらゆる領域で重要．太陽，宇宙空間とのエネルギー授受の主役．

5-2 熱的な電磁波

物質と光の相互作用 光を時間変化する電場として考える．

吸収：電場が物質の電荷を運動させ，物質の内部エネルギーが増す．

放出：電荷の運動によって時間変化する電場が生じる．

自発放出：周囲の光の存在に関係なく放出

誘導放出：光に刺激されて放出

黒体 あらゆる振動数の光を吸収放出できる理想物質．0 K で真黒．

黒体壁 ($T > 0$) で囲まれた空洞内の熱平衡状態：放出吸収が釣合う．この状態にある光が黒体放射 (黒体輻射)．様々な振動数と伝播方向をもった電磁波 (モード) の重ね合わせ．

黒体放射のエネルギー密度 振動数 $\nu \sim \nu + d\nu$ を持つ光の単位体積あたりのエネルギー = 単位体積当たりの独立したモードの個数 ×1 モードあたりの平均エネルギー

モードの個数 空洞を一辺 L の立方体とする．壁面では光は完全吸収．定在波として存在できる電場は正整数 n_x, n_y, n_z を使い

$$\sin\left(\frac{n_x \pi x}{L}\right)\sin\left(\frac{n_y \pi y}{L}\right)\sin\left(\frac{n_z \pi z}{L}\right)e^{i2\pi\nu t}. \tag{5.3}$$

n_x, n_y, n_z の 1 つの組が 2 つの独立モード (電場の偏りの独立方向が 2 つ) を表す．

$$\nu = \frac{c}{2L}\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \tag{5.4}$$

ここで c は光の速さ．

範囲 $\nu \sim \nu + d\nu$ を (n_x, n_y, n_z) 空間の範囲に焼き直す

$$2L\nu/c \leq \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \leq 2L(\nu + d\nu)/c. \tag{5.5}$$

これは (n_x, n_y, n_z) 空間における半径 $2L\nu/c$，厚さ $2Ld\nu/c$ の 1/8 球殻を表す．この球殻内の整数組の個数はこの球殻体積に等しく，$4\pi L^3 \nu^2 d\nu/c^3$．この倍が一辺 L の立方体内の独立モード数．単位体積あたりでは

$$8\pi\nu^2 d\nu/c^3. \tag{5.6}$$

1 振動子の平均エネルギー 振動数 ν の独立した 1 モードのとりうるエネルギー $0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \cdots, nh\nu, \cdots$ (光の量子性). 統計力学の基本法則から，エネルギー $nh\nu$ にある確率は

$$\propto \exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right)$$

よってエネルギーの平均値 $< \varepsilon_\nu >$ は

$$< \varepsilon_\nu >= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right)}. \tag{5.7}$$

計算を実行すると

$$< \varepsilon_\nu >= \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \tag{5.8}$$

従って振動数 $\nu \sim \nu + d\nu$ を持つ光の単位体積当たりのエネルギーは

$$U(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu. \tag{5.9}$$

これをプランクの輻射式という.