

## Alfvén wave pressure を含めたポリトロープモデルの性質

Alfvén wave pressure による加速を含めた 1 流体ポリトロープ太陽風モデルの性質についてまとめた.

### 1 仮定

太陽風モデルを記述する際の仮定は以下の通りである.

太陽風プラズマは完全電離した水素プラズマからなり, その電子温度とプロトン温度は等しいものとする. プラズマは流体として取り扱い, その粘性は無視する. 太陽風は半径  $r_0$  の球面 (以下「コロナ底部」と呼ぶ) から球対称, 放射状に定常的に吹き出しているものとし, 太陽の自転は無視する. 太陽磁場が存在し, その磁力線はコロナ底部から球対称, 放射状に広がっているものとする. 太陽風プラズマは理想的な MHD 近似の仮定のもとで取り扱い, 太陽磁場はプラズマに「凍結」しているものとする. また, 太陽磁場に沿ってコロナ底部から外側へ伝播する WKB 近似を施した Alfvén 波の存在を仮定する. (図 1 参照).

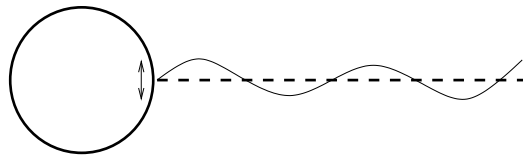


図 1: Alfvén 波の伝播. 振幅, 波長は誇張して描いてある.

記号の意味は以下の通りである.

$u$	太陽風の速度
$n$	太陽風水素プラズマの数密度
$p$	電子による圧力 (またはプロトンによる圧力)
$B$	太陽磁場
$G$	万有引力定数
$M_S$	太陽質量
$\alpha$	ポリトロープ指数
$\delta B$	Alfvén 振動による磁場の振幅
$u_A$	Alfvén 速度
$M_A$	Alfvén Mach 数
$A$	流管の断面積
$F_w$	Alfvén 波エネルギーフラックス

## 2 基礎方程式

上記の仮定の下で太陽風のふるまいを支配する方程式系は以下にあげる。添字の 0 は  $r = r_0$  における量であることを示す。

- 質量保存則

$$mnuA \equiv F_m = \text{constant} \quad (1)$$

- 磁場保存則

$$AB \equiv F_B = \text{constant} \quad (2)$$

- 運動量保存則

$$u \frac{du}{dr} + \frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} + \frac{1}{mn} \frac{d}{dr} \left( \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{8\pi} \right) + \frac{GM_S}{r^2} = 0 \quad (3)$$

- ポリトロプ関係式

$$T = T_0 \left( \frac{n}{n_0} \right)^{\alpha-1} \quad (4)$$

- 状態方程式

$$p = 2nkT \quad (5)$$

- Alfvén 波エネルギーフラックス

$$F_w = \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{4\pi} \left( v_A + \frac{3}{2}u \right) A \quad (6)$$

- Alfvén 波エネルギー保存則

$$\frac{1}{A} \frac{dF_w}{dr} = u \frac{d}{dr} \left( \frac{\langle \delta B^2 \rangle}{8\pi} \right) \quad (7)$$

(6),(7) より  $F_w$  と  $M_A$  に関する以下の式を得る。

$$F_w = F_{w0} \frac{1 + (3/2)M_A}{1 + (3/2)M_{A0}} \left( \frac{1 + M_{A0}}{1 + M_A} \right)^2 \quad (8)$$

$M_A$  は Alfvén Mach 数で次のように定義される。

$$M_A \equiv \frac{u}{v_A} = \frac{u\sqrt{4\pi mn}}{B} = \frac{\sqrt{4\pi F_m u A}}{F_B} \quad (9)$$

(1) ~ (5), (7), (8) を用いて運動方程式は以下の形をとる。

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dr} = \frac{(\alpha a^2 + X) \frac{1}{A} \frac{dA}{dr} - \frac{GM_S}{r^2}}{u^2 - (\alpha a^2 + X)} \quad (10)$$

ただし,

$$a^2 = \frac{2kT_0}{m} \left( \frac{n}{n_0} \right)^{\alpha-1}$$

$$X = \frac{F_{w0}}{4F_m} \frac{(1 + M_{A0})^2}{1 + (3/2)M_{A0}} \frac{(1 + 3M_A)M_A}{(1 + M_A)^3}$$

(1) を用いて (10) から  $n$  を消去すると, (10) は  $u(r)$  の一階常微分方程式となる. 境界条件として  $T_0, n_0, F_{w0}$  を与え,  $u(r)$  が critical point (運動方程式 (10) の分子と分母が同時に 0 になる点  $(r_c, u_c)$ ) を通過する条件のもとで, (1), (4), (8), (10) を解くことにより,  $u(r), T(r), n(r), F_w(r)$  が求まる. しかしその前に, 運動方程式が遷音速解 (亜音速で出発した太陽風が超音速となって太陽重力圏を脱出するような解) をもつための条件について考察する.

### 3 解が存在するための条件

太陽風の運動方程式が遷音速解をもつための条件を求める. 以下  $n_0, B_0$  は固定して考える. 添字 0 は太陽表面 (運動方程式 (10) を積分する際の境界) を表す. また流管の断面積  $A$  は  $A \propto r^2$  とする.

運動量保存則 (3) の圧力勾配の項はポリトロプ関係 (4) を用いて次のように変形できる.

$$\frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} = \frac{p}{mn} \frac{d}{dr} \ln p = \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{p}{mn} \frac{d}{dr} \left( \ln \frac{p}{mn} \right) = \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{d}{dr} \left( \frac{p}{mn} \right)$$

磁気圧勾配の項は (1),(7) を用いて次のように変形できる.

$$\frac{1}{mn} \frac{d}{dr} \left( \frac{\langle \delta B^2 \rangle}{8\pi} \right) = \frac{1}{F_m} \frac{dF_w}{dr}$$

これら 2 式を用いて (3) を積分すると次のエネルギー保存則が得られる.

$$F_m \left( \frac{u^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{2kT}{m} - \frac{GM_S}{r} + \frac{F_w}{F_m} \right) \equiv \Psi = \text{const} \quad (11)$$

この式からまず,  $F_{w0} = 0$  の場合 (Parker モデル) について太陽風が吹き出す条件を求める.  $r \rightarrow \infty$  において  $u$  が有限値  $u_\infty$  をもつとすると, (1) より  $n \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty)$  となり, (4) より  $T \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty)$  となる. したがって (11) から,

$$\frac{u_\infty^2}{2} = \frac{u_0^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{2kT_0}{m} - \frac{GM_S}{r_0} \quad (12)$$

となるので, コロナ大気が太陽重力を脱出して流れ出すための太陽表面における条件は

$$\frac{u_0^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{2kT_0}{m} - \frac{GM_S}{r_0} > 0.$$

$u_0^2$  は他の 2 項比べて非常に小さいので無視すると, 太陽表面における温度に関する以下の条件を得る.

$$T_0 \gtrsim \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{mGM_S}{2kr_0} \equiv T_{\min} \quad (13)$$

次に, 太陽表面において Alfvén エネルギーフラックスを与えた場合 ( $F_{w0} > 0$ ) を考える.(7) を用いて

$$\frac{F_{w0}}{F_m} = \frac{\langle \delta B_0^2 \rangle}{4\pi mn_0} \left( \frac{v_{A0}}{u_0} + \frac{3}{2} \right) \quad (14)$$

と書けるが,  $u_0 \rightarrow 0$  とすると  $F_{w0}/F_m$  の値はいくらでも大きくなる. したがって  $T_0$  の値によらず

$$\frac{u_0^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha - 1} \frac{2kT_0}{m} - \frac{GM_S}{r_0} + \frac{F_{w0}}{F_m} > 0 \quad (15)$$

が成立する. すなわち Alfvén 波による磁気圧が存在する場合,  $T_0 < T_{\min}$  の場合でも太陽風としての解が存在することになる.

## 4 解の性質

図 2 は  $T_0 (> T_{\min})$  が一定の下で, Alfvén 波エネルギー密度  $\varepsilon_0^2$  を変化させて  $u(r)$  をプロットしたものである. Fig. 1b は運動エネルギーフラックス, Alfvén 波エネルギーフラックス, 熱エネルギーフラックスと重力ポテンシャルエネルギーフラックスの和を, それぞれ全エネルギーフラックスに対する比としてプロットしたものである. 太陽表面における Alfvén 波エネルギーフラックスが大きいほど, 波エネルギーは磁気圧による仕事を通して運動エネルギーに変換され, 太陽風の速度は増加する.  $T_0 > T_{\min}$  の場合の解の性質は磁気圧による仕事に加わるほかは基本的に Alfvén 波の伝播のない Parker モデルに似ている.

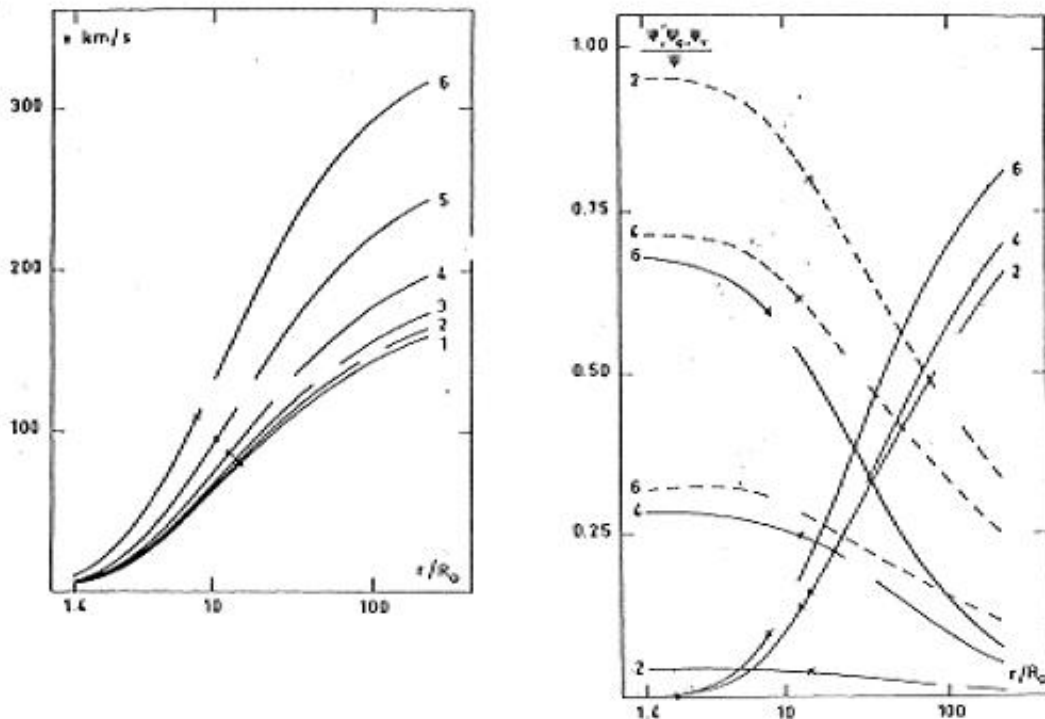


図 2: a(左図): 太陽からの距離  $r$  の関数としてあらわした太陽風速度  $u$  ( $\text{km s}^{-1}$ ). 距離は太陽半径に対する比として対数表示している. 1 - 6 は順に太陽表面における Alfvén 波エネルギー密度  $\varepsilon_0^2$  ( $\text{erg cm}^{-3}$ ) が  $0.0, 10^{-6}, 3.16 \cdot 10^{-6}, 10^{-5}, 3.16 \cdot 10^{-5}, 10^{-4}$  の場合に対応する. 太陽表面の温度は  $1.7 \cdot 10^6 \text{K}$  である. アスタリスクは critical point を表す. b(右図): a 図の 2,4,6 に対応して重力ポテンシャルフラックスと熱エネルギーフラックスの和 (点線), Alfvén 波エネルギーフラックス (右肩上がりの実線), 運動エネルギーフラックス (右肩下がりの実線) をそれぞれ全エネルギーフラックスに対する比として表したもの. Alazraki and Couturier [1] Fig.1 より引用.

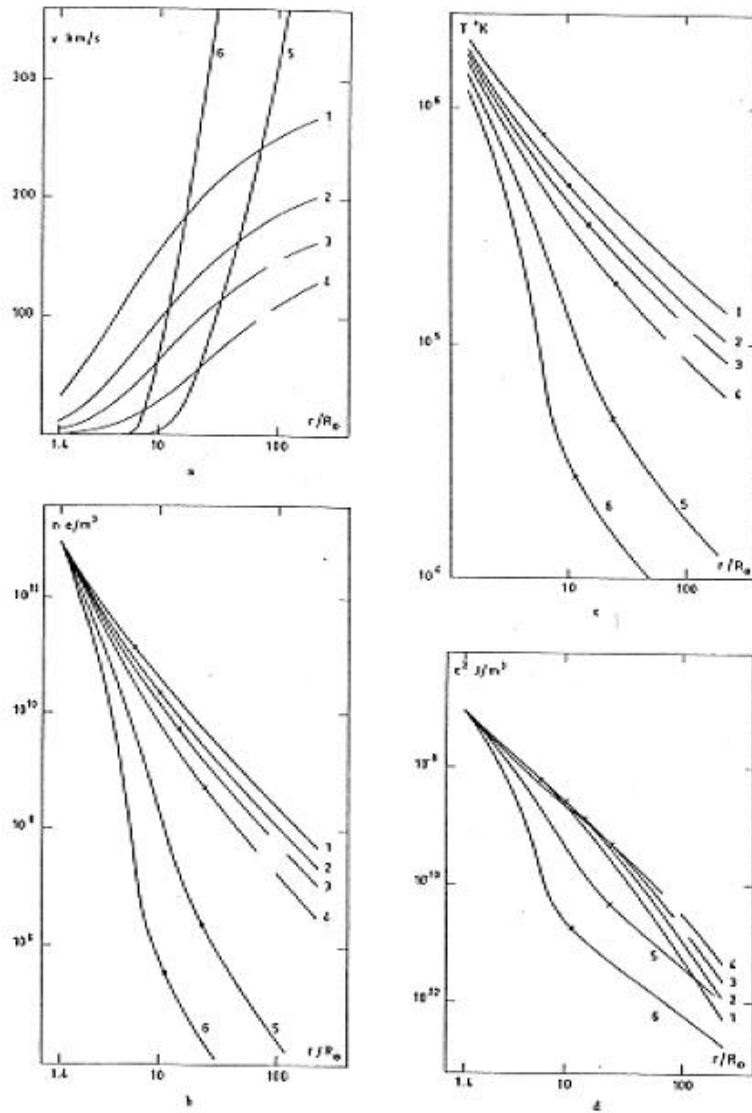


図 3: 速度  $u$  ( $\text{km s}^{-1}$ )(右上), 数密度  $n$  ( $10^{-6} \text{ cm}^{-3}$ )(右下), 温度  $T$  (K)(左上), Alfvén 波エネルギー密度  $\varepsilon_0^2$  ( $\text{erg cm}^{-3}$ ) (左下) をそれぞれ太陽からの距離  $r$  の関数としてあらわしたものである. 距離は太陽半径に対する比として対数表示している. 1 - 6 は順に太陽表面における温度  $T_0$  が 2.0, 1.8, 1.7, 1.6, 1.4, 1.2 ( $10^6 \text{ K}$ ) の場合に対応する. アスタリスクは critical point を表す. Alazraki and Couturier [1] Fig.2 より引用.

図 3 はそれぞれ速度, 数密度, 温度, Alfvén 波エネルギー密度を  $r$  の関数としてプロットしたものである. グラフ 1 2 3 4 は  $T_0 > T_{\min}$  で, 5 6 は  $T_0 < T_{\min}$  である.  $T_0 < T_{\min}$  の解は  $T_0 > T_{\min}$  の解に比べ温度, 密度は距離とともに急激に減少する. また速度は初めほぼ一定であり静水圧平衡に近いが, 突然加速されて増大する.  $T_0 < T_{\min}$  の場合は,  $T_0$  が低いほど速度は増大するが, 計算される質量フラックス

は減少する. 静水圧平衡に近い領域では  $u \ll v_A$  であるから, (6) より

$$\varepsilon = \frac{\langle \delta B^2 \rangle}{4\pi} = \varepsilon_0 \frac{M_{A0}}{M_A} \left( \frac{1 + M_{A0}}{1 + M_A} \right)^2 \propto \sqrt{mn}$$

となる. したがって Alfvén エネルギー密度も温度, 密度と同じように急激に減少する.

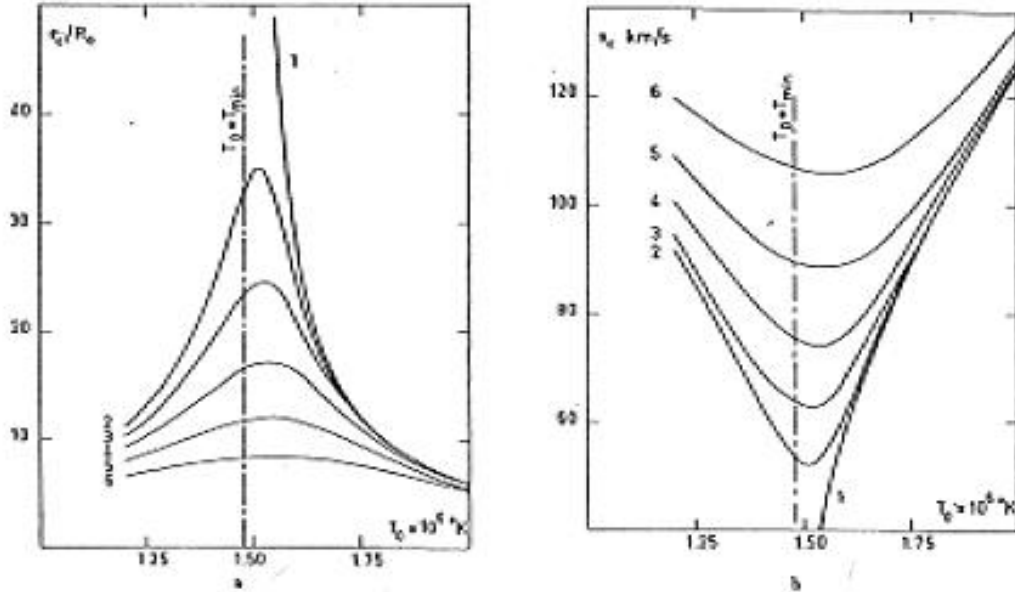


図 4: critical point の位置  $r_c$  (左図) とそこでの速度  $u_c$  (右図) の太陽半径に対する比を太陽表面温度  $T_0$  の関数として表したもの. 1 - 6 は順に太陽表面における Alfvén 波エネルギー密度  $\varepsilon_0^2$  (erg cm $^{-3}$ ) が  $0.0, 10^{-6}, 3.16 \cdot 10^{-6}, 10^{-5}, 3.16 \cdot 10^{-5}, 10^{-4}$  の場合に対応する. 図中の一点鎖線は  $T = T_{\min}$  を示す. Alazraki and Couturier [1] Fig.4 より引用.

図 4 は  $T_0$  を変化させて critical Point の位置と速度  $r_c, u_c$  をプロットしたものである. グラフ 1 は Alfvén 波のない場合 (Parker モデル) で, 2 から 6 の順に  $F_{w0}$  が大きくなっている. Alfvén 波が存在する時は  $T_0 < T_{\min}$  でも解は存在し, 温度が下がるほど critical point は太陽側に近づき, 速度も増大する.

図 5, 6 は太陽表面における Alfvén 波エネルギー密度を変化させた時の  $u(r = 1\text{AU}), n(r = 1\text{AU})$  を 4 種類の温度についてプロットしたものである. 太陽表面における Alfvén 波エネルギー密度が大きいほど太陽風プラズマになされる仕事のうちの磁気圧による仕事の割合が大きくなっていくので,  $T_0$  の変化に対して敏感ではなくなる. また  $T_0 < T_{\min}$  の場合は波のエネルギー密度が小さいほど 1 AU における速度が大きくなることもある (図 5).



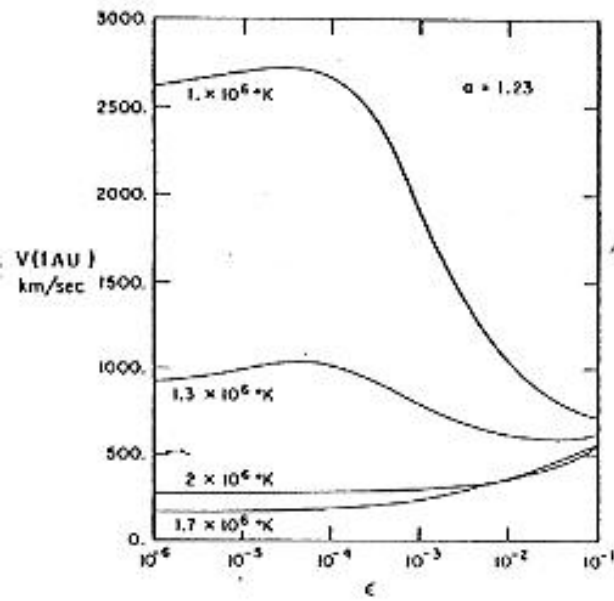


図 5: 4 つの  $T_0$  の値に対して 1 AU における速度を  $\epsilon = \delta B_0^2 / B_0^2$  の関数として表したもの. Belcher [2] Fig.5 より引用.

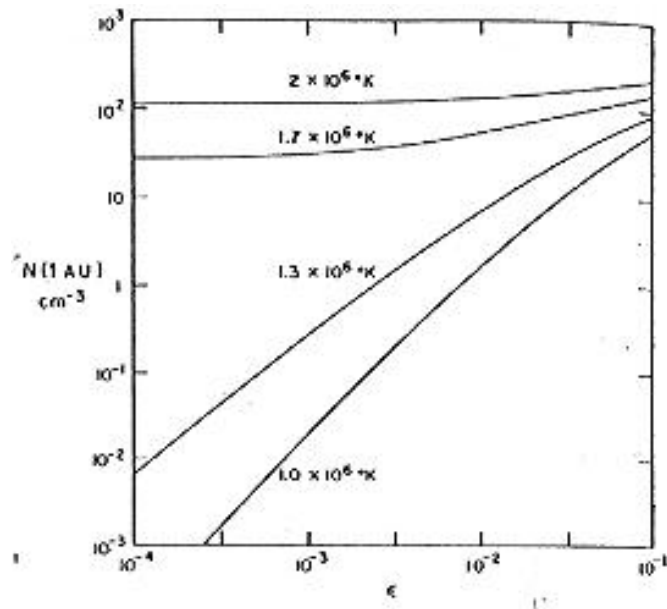


図 6: 4 つの  $T_0$  の値に対して 1 AU における数密度を  $\epsilon = \delta B_0^2 / B_0^2$  の関数として表したもの. Belcher [2] Fig.6 より引用.

## 5 まとめ

Alfvén wave pressure を含むポリトロープ太陽風モデルの性質は  $T_0 < T_{\min}$  と  $T_0 > T_{\min}$  とで大きく異なる.

$T_0 > T_{\min}$  の場合, 解の性質は基本的に Parker モデルの性質と似ている. ただ Alfvén 波の伝播による磁気圧が加わることにより, 速度, 密度ともに増加するだけである.

$T_0 < T_{\min}$  の場合, 解は以下のような特徴をもつ

- 速度は最初ほぼ静水圧平衡にあるが, 突然加速されて高い速度となり, 温度と密度, Alfvén エネルギー密度は急激に減少する. 密度分布は Alfvén 波のないときの静水圧平衡の場合の分布に近い (図 7 参照).
- Parker モデルとは逆に  $T_0$  が小さいほど大きい速度が得られる.
- (14) で見たように太陽表面で与えられる Alfvén エネルギー密度がどんなに小さくても太陽重力から脱出するような解が存在する.
- 全ての  $r$  にわたり, 速度が大きくなるほど密度は小さくなる (図 3 参照). これは Parker モデルの場合と逆である.

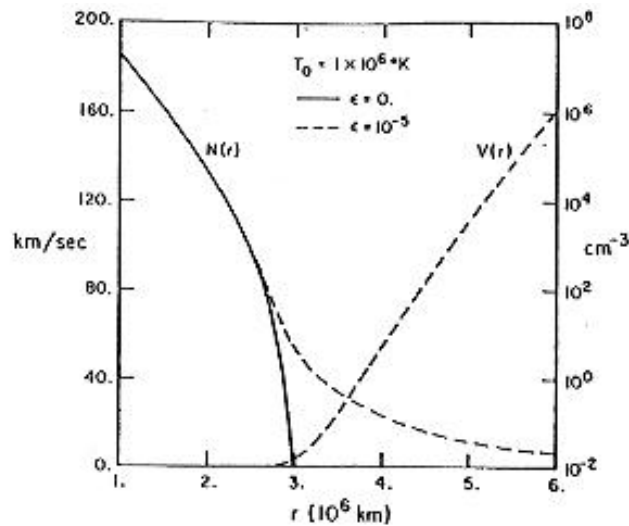


図 7: 静水圧平衡の状態との比較. 点線は,  $\epsilon = 10^{-5}$  のときの速度と数密度を太陽からの距離の関数として表したもの. 実線は  $\epsilon = 0.0$  の場合の静水圧平衡における密度分布を示す.  $T_0 = 1.0 \cdot 10^6 \text{K}$  である. Belcher [2] Fig.8 より引用.

## 参考文献

- [1] Alazraki, G., and Couturier, P. 1971, *Astr. Ap.*, 13, 380.
- [2] Belcher, J. W. 1971, *Ap. J.*, 168, 509.