（平成 25 年 8 月 19 日実施）

平成 **26** 年度

北海道大学大学院理学院　物性物理学専攻・宇宙理学専攻
修士（博士前期）課程入学試験　専門科目問題（午前）

受験に関する注意

- 試験時間：　9:00〜11:30 の 2 時間 30 分
- 解答紙、草案紙ともに受験番号を記入する。氏名は記入しない。
- 解答の際、途中の問が解けないときも問題文に記されている結果等を使ってそれ以降の問を解いてよい。
- 試験終了後、解答紙、草案紙ともすべて提出する。
- 物性物理学専攻志望者・宇宙理学専攻志望者とも問題 **I, II** を解答すること。
- 配布するものは

専門科目問題冊子	問題 I	2 枚
	問題 II	2 枚
解答紙	問題 I, II	4 枚（各問題 2 枚）
草案紙	問題 I, II	2 枚（各問題 1 枚）

問題 I

問 1 図 1 のように、なめらかな台を水平に置き、中心に空いている穴にひもを通した。ひもの両端にはそれぞれ球 A 及び球 B が結んである。それぞれの質量は m_{A} 及び m_{B} である。球 A を速さ v_{A}、半径 r_{A} で等速円運動させたとき、球 B が静止した。球やひもと台との間の摩擦は無視できる。重力加速度を g として、下記の問いに答えよ。

1-1. ひもの張力を T として、球 A の r 軸方向及び球 B の z 軸方向の運動方程式をそれぞれ求めよ。

1-2. 球 A の速さ v_{A} を重力加速度 g を用いて表せ。

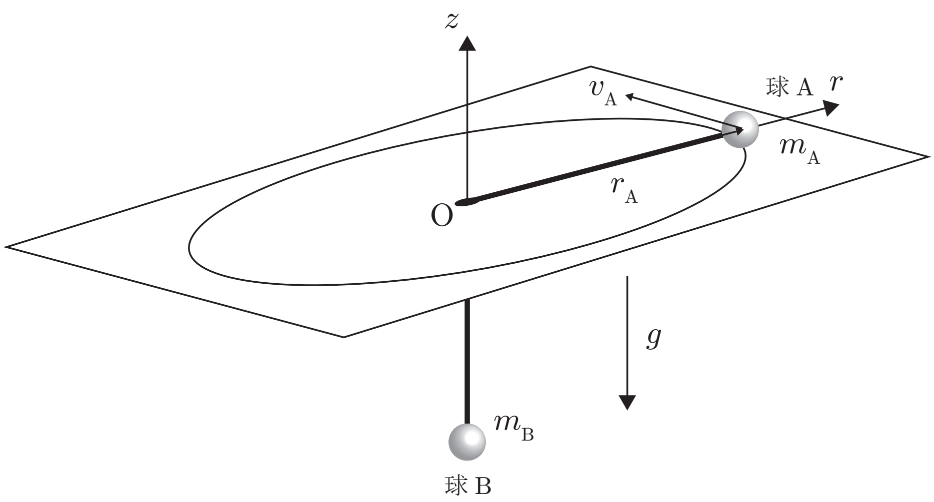

図 1

問 2 次に、密度 ρ の液体が入った水槽をゆっくり持ち上げ、図 2 のように球 B を中に沈め、静止させた。このとき、球 A は速さ v'_{A}、半径 r'_{A} の等速円運動に変化した。球 B の体積を V_{B} として下記の問いに答えよ。

2-1. 球 B に働く浮力の大きさ F_{B} を求めよ。

2-2. ひもの張力 T' を求めよ。

2-3. 球 A の変化前の速さ v_{A}、半径 r_{A} と、変化後の速さ v'_{A}、半径 r'_{A} の関係式を求めよ。

2-4. 球 A の速さ v'_{A} と半径 r'_{A} を重力加速度 g を用いて表せ。

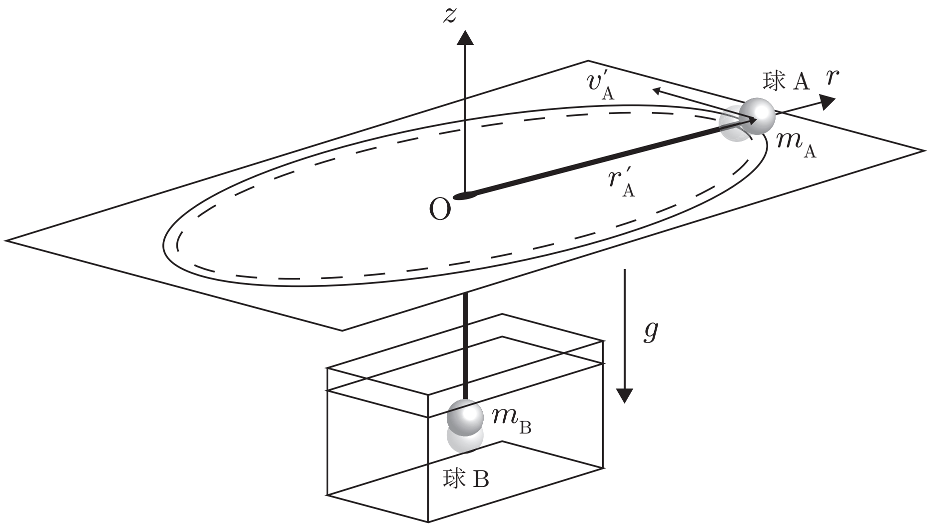

図 2

問 3 さらに、図 3 のように、球 A と同じ大きさの球 C を台の上に置き、球 A と弾性衝突させたところ、一時的に球 A が静止した。

3-1. 球 C の質量 m_C と速さ v'_C をそれぞれ求めよ。

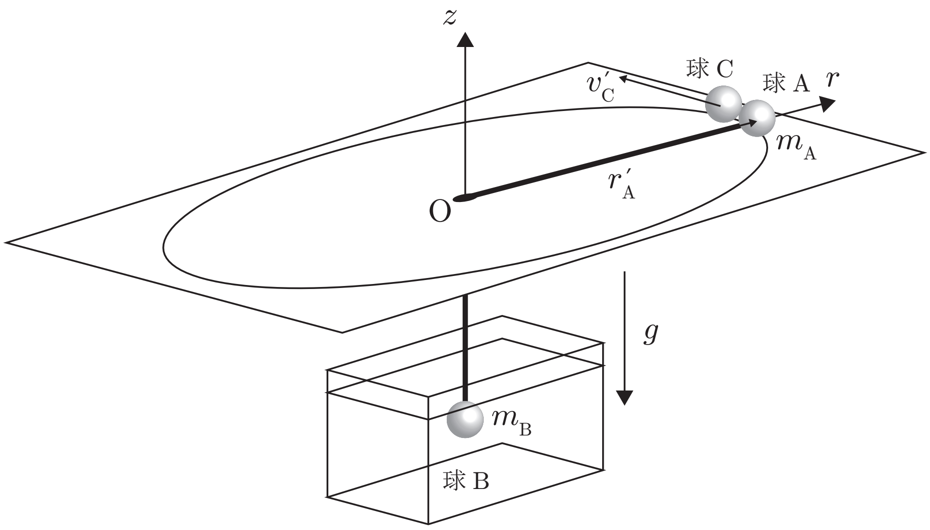

図 3

問題 II

問 1 図 1 のような内半径、外半径が a, b で、長さが l の同軸導体円筒のコンデンサーにおいて、その中心軸から半径 c $(a \leq c \leq b)$ の円筒を境として、その内側に誘電率 ε_1、外側に誘電率 ε_2 の誘電体を詰めて、内側と外側の厚さの無視できる導体にそれぞれ線電荷密度 $+\lambda$、$-\lambda$ の電荷を与えた。以下の設問に答えよ。

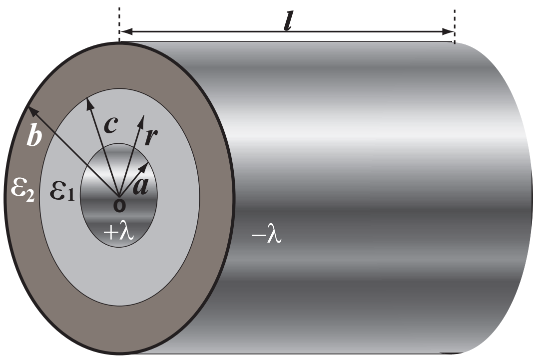

図 1

1-1. 円筒型コンデンサー中の半径 $r(a \leq r \leq b)$ での電束密度 D を求めよ。

1-2. 誘電率 ε_1 と誘電率 ε_2 の誘電体中の電場 E をそれぞれ求めよ。

1-3. 円筒型コンデンサーの両導体間の電位差 V を求めよ。

1-4. このコンデンサーの静電容量 C を求めよ。

1-5. 半径 c の誘電体境界面に単位面積当たりに働く垂直な力 f_n の大きさと向きを求めよ。但し、$\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ とする。(ヒント：境界面を仮想的に δr だけ動かしたときに必要な仕事を考える。)

問 2 図 2 のような単位長さ当りの巻数 n、半径 a、長さ l のソレノイドに電流 I を流したときの磁場と自己インダクタンスについて考える。図 2 においてソレノイドの中心軸上の中点を原点 O とし、原点 O から距離 x_{p} の中心軸上にある点を P とする。但し、真空の透磁率を μ_0 とする。以下の設問に答えよ。

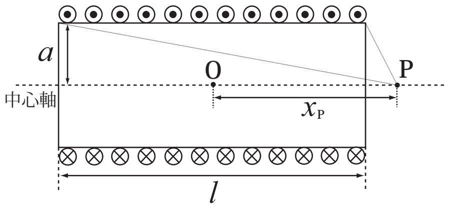

図 2

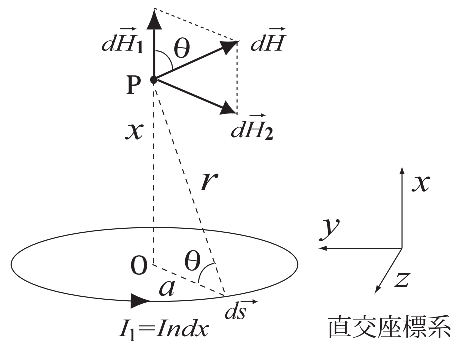

図 3

2-1. ソレノイドに電流 I が流れている時、中心軸上において点 P から距離 x にあるソレノイドの一部 ndx が点 P に作る磁場は、図 3 のような半径 a の円形の導線に流れる電流 $I_1(= Indx)$ が点 P に作る磁場と同じである。その磁場の大きさと向きを求めよ。図 3 において、yz 面は円電流の面内にあり、$d\vec{H}$ は電流素片 $I_1 d\vec{s}$ が作る磁場であり、$d\vec{s}$ は線素ベクトルである。最終結果には a, x, I_1 だけを用いよ。

2-2. **2-1** の結果を用いて、ソレノイドの中心軸上にある点 P での磁場の大きさが以下のようになることを示せ。(必要ならば $\sin(\arctan(x)) = x/\sqrt{(1+x^2)}$ を使って良い。)

$$H = \frac{In}{2}\left(\frac{x_{\mathrm{p}} + l/2}{\sqrt{(x_{\mathrm{p}} + l/2)^2 + a^2}} - \frac{x_{\mathrm{p}} - l/2}{\sqrt{(x_{\mathrm{p}} - l/2)^2 + a^2}}\right).$$

2-3. ソレノイドの中心 O での磁場の大きさ H_{o} とソレノイドの端点での磁場の大きさ H_{e} をそれぞれ求めよ。その結果、$a \ll l$ の時、

$$\frac{H_{\mathrm{e}}}{H_{\mathrm{o}}} = \frac{1}{2}$$

となることを示せ。

2-4. この有限長のソレノイドの全鎖交磁束 Φ と自己インダクタンス L を求めよ。その際に内部磁場は直断面中いたるところ、中心軸での値に等しいとする。

2-5. このソレノイドの長さが無限長の場合、長さ l 当りの全鎖交磁束 Φ_0 と自己インダクタンス L_0 を求めよ。**2-4** の L とこの問題の L_0 では大きさが違うが、その理由を物理的洞察から答えよ。